

Автор: Василенко Дмитрий

Учитель: Харламов Ольга Викторовна

**МКВ(С)ОУ\_О(С)ОШ « №2**

**»**

Адрес: ***Г.ТУЛА, ОКТЯБАРЬСКАЯ 47***

Телефон: ***34 -45-22***

Контактный телефон автора: 89531923489

***ФРАГМЕНТ К УРОКУ МАТЕМАТИКИ  
«ТРАПЕЦИЯ»***

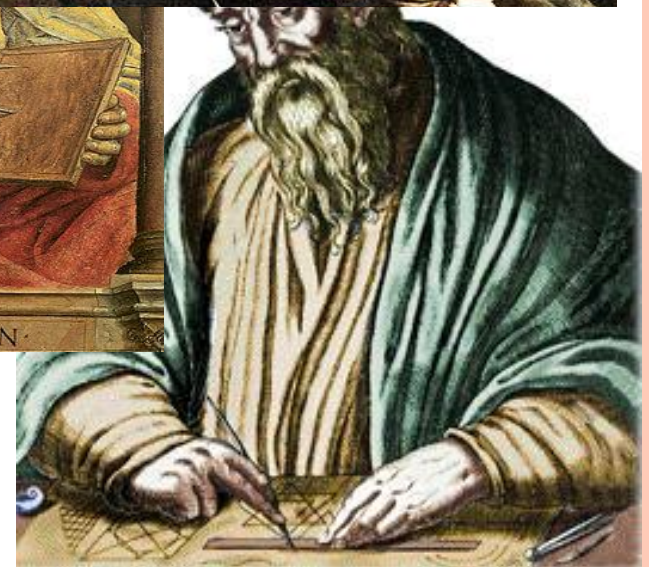
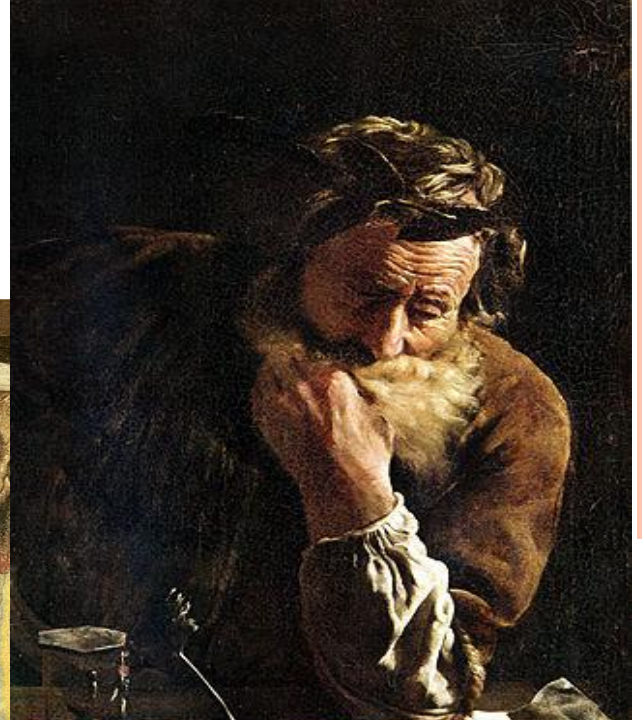
## *ЦЕЛИ:*

- обобщить и систематизировать теоретические знания по данной теме,
- совершенствовать навыки нахождения периметра, площади трапеции, средней линии,
- закрепить умения применять полученные знания при решении практических задач,
- устранить пробелы в знаниях по данной теме,
- развивать познавательный интерес учащихся,
- развивать у учащихся логическое мышление через умение анализировать, сравнивать, наблюдать



## Немного из истории...

«Трапеция» - слово греческого происхождения, означавшее в древности «столик». В средние века трапецией называли, по Евклиду, любой четырёхугольник.



# ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

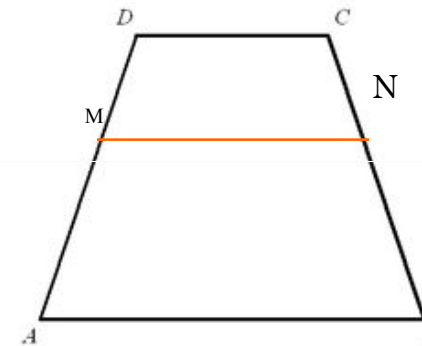
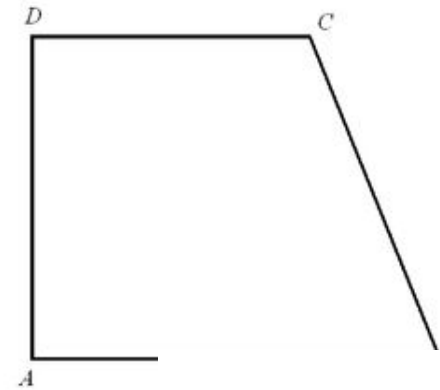
## Элементы трапеции

Параллельные стороны  $DC$   $AB$  называются основаниями трапеции.

Две другие стороны называются боковыми сторонами.

Отрезок  $MN$ , соединяющий середины боковых сторон, называется средней линией трапеции.

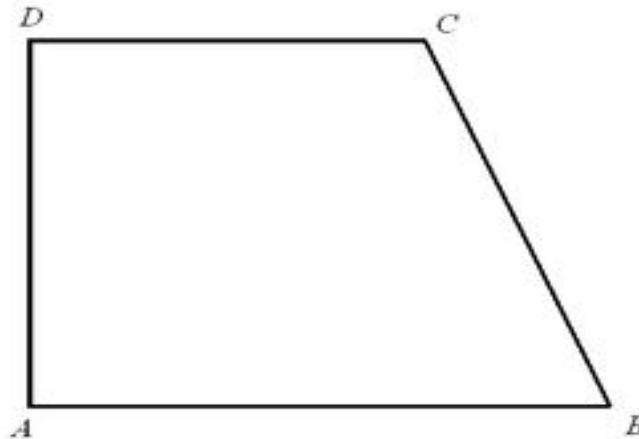
Расстояние между основаниями называется высотой трапеции



# Виды ТРАПЕЦИЙ:

## ПРЯМОУГОЛЬНАЯ ТРАПЕЦИЯ

- Трапеция, имеющая прямые углы при боковой стороне, называется прямоугольной



# РАВНОБЕДРЕННАЯ ТРАПЕЦИЯ

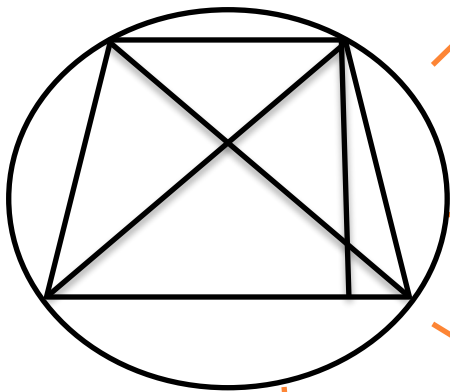
## СВОЙСТВА РАВНОБЕДРЕННОЙ ТРАПЕЦИИ:

В равнобедренной трапеции углы при любом основании равны.

Высота, опущенная из вершины на большее основание, делит его на два отрезка, один из которых равен полусумме оснований, другой - полуразности оснований.

Около равнобедренной трапеции можно описать окружность

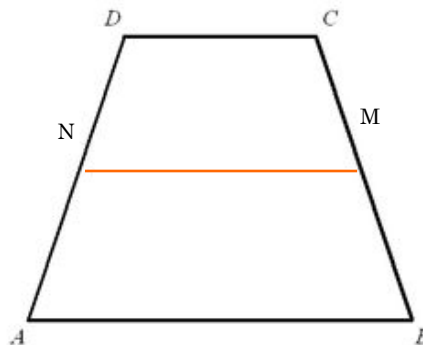
В равнобедренной трапеции диагонали равны.



# ОБЩИЕ СВОЙСТВА

Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.

Если в трапецию вписана окружность, то сумма оснований равна сумме боковых сторон.



Отрезок, соединяющий середины диагоналей, равен полуразности оснований.

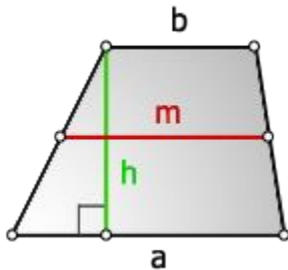
Средняя линия трапеции проходит через середины диагоналей.

Параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают от сторон угла пропорциональные отрезки.



# ПЛОЩАДЬ ТРАПЕЦИИ

## 1. Формула площади трапеции через основания и высоту



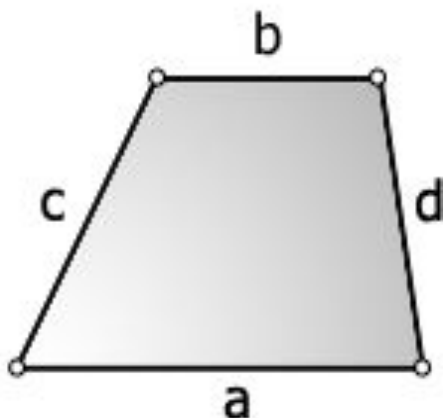
$$S = \frac{(a + b)}{2} \cdot h = m \cdot h$$

**a** - жнее  
основание  
**b** - верхнее  
основание  
**m** - средняя  
линия  
**h** - высота  
трапеции





### 3. ФОРМУЛА ПЛОЩАДИ ТРАПЕЦИИ ЧЕРЕЗ ЧЕТЫРЕ СТОРОНЫ

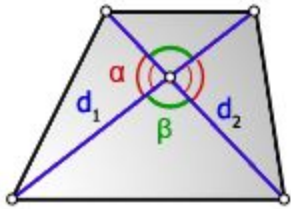


$$S = \frac{a+b}{2} \sqrt{c^2 - \left( \frac{(a-b)^2 + c^2 - d^2}{2(a-b)} \right)^2}$$

*a* - нижнее основание  
*b* - верхнее основание  
*c*, *d* - боковые стороны



## 2. ФОРМУЛА ПЛОЩАДИ ТРАПЕЦИИ ЧЕРЕЗ ДИАГОНАЛИ И УГОЛ МЕЖДУ НИМИ



$$S = \frac{d_1 d_2}{2} \sin \alpha = \frac{d_1 d_2}{2} \sin \beta$$

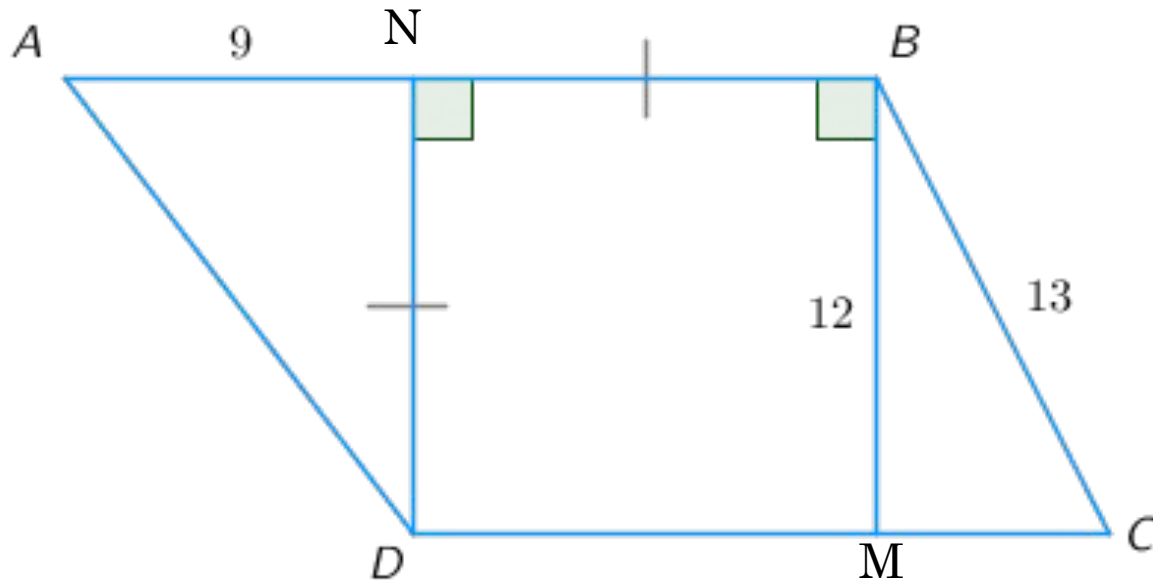
$d_1, d_2$  - диагонали трапеции



ЗАДАЧИ ИЗ ОТКРЫТОГО БАНКА ЗАДАНИЙ ПО  
МАТЕМАТИКЕ :

Задача № 1

Найдите периметр трапеции  $ABCD$  по данным  
рисунка.



## РЕШЕНИЕ

1) Рассмотрим  $\triangle BKC$ :  $\angle BKC = 90^\circ$ ;  $BK = 12$ ,  $BC = 13$  (по условию задачи)  $\Rightarrow$  по т. Пифагора  $KC = \sqrt{169 - 144}$

2) Рассмотрим  $\triangle AND$ :  $\angle AND = 90^\circ$ ;  $AN = 9$ ;  $ND = 12$

$\Rightarrow$  по т. Пифагора  $AD = \sqrt{144 + 81} = 15$

3)  $AB = 9 + 12 = 21$

$DC = 5 + 12 = 17$

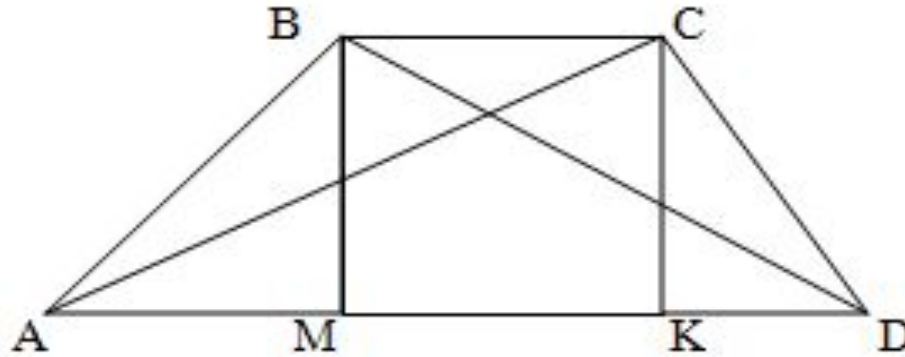
$AD = 15$ ;  $BC = 13$

$\Rightarrow P_{\text{тр}} = 21 + 17 + 15 + 13 = 66$

Ответ: 66



## Задача № 2



В трапеции  $ABCD$  известно, что  $AD=24$ ,  $BC=8$ ,  $AC=13$ ,  $BD=5\sqrt{17}$ . Найдите площадь трапеции.



## РЕШЕНИЕ

Для нахождения высоты трапеции из вершин меньшего основания В и С опустим на большее основание две высоты. Поскольку трапеция не равнобедренная, то обозначим  $AM = a$ ,  $KD = b$ . Т.к. основания трапеции параллельны, а мы опускали две высоты, перпендикулярных большому основанию, то  $MBCK$  - прямоугольник.

Значит,

$$AD = AM + MK + KD, \text{ а } BC = MK$$

$$a + 8 + b = 24$$

$$a = 16 - b$$

Треугольники  $DBM$  и  $ACK$  - прямоугольные, так их прямые углы образованы высотами трапеции. Обозначим высоту трапеции через  $h$ . Тогда по теореме Пифагора

$$h^2 + (24 - a)^2 = (5\sqrt{17})^2$$

и

$$h^2 + (24 - b)^2 = 13^2$$

Учтем, что  $a = 16 - b$ , тогда в первом уравнении

$$h^2 + (24 - 16 + b)^2 = 425$$

$$h^2 = 425 - (8 + b)^2$$



Подставим значение квадрата высоты во второе уравнение. Получим:

$$425 - (8 + b)^2 + (24 - b)^2 = 169$$

$$-(64 + 16b + b^2) + (24 - b)^2 = -256$$

$$-64 - 16b - b^2 + 576 - 48b + b^2 = -256$$

$$-64b = -768$$

$$b = 12$$

Таким образом,  $KD = 12$

Откуда

$$h^2 = 425 - (8 + b)^2 = 425 - (8 + 12)^2 = 25$$

$$h = 5$$

Найдем площадь трапеции через ее высоту и полусумму оснований

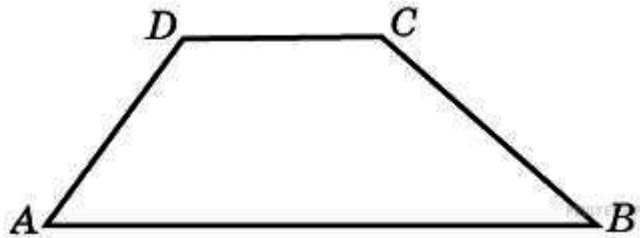
$$S = \frac{24 + 8}{2} \cdot 5 = 80 \text{ ( см}^2 \text{ )}$$

**Ответ:** 80 .



## ЗАДАЧА №3

ОСНОВАНИЯ ТРАПЕЦИИ РАВНЫ 8 И 34, ПЛОЩАДЬ РАВНА 168.  
НАЙДИТЕ ЕЕ ВЫСОТУ.



**Решение.**

$$S_{ABCD} = \frac{(AB+CD)h}{2} \Leftrightarrow h = \frac{2S_{ABCD}}{AB+CD} = \frac{2 \cdot 168}{8+34} = \frac{336}{42} = 8$$

Ответ: 8.





## Задача № 4

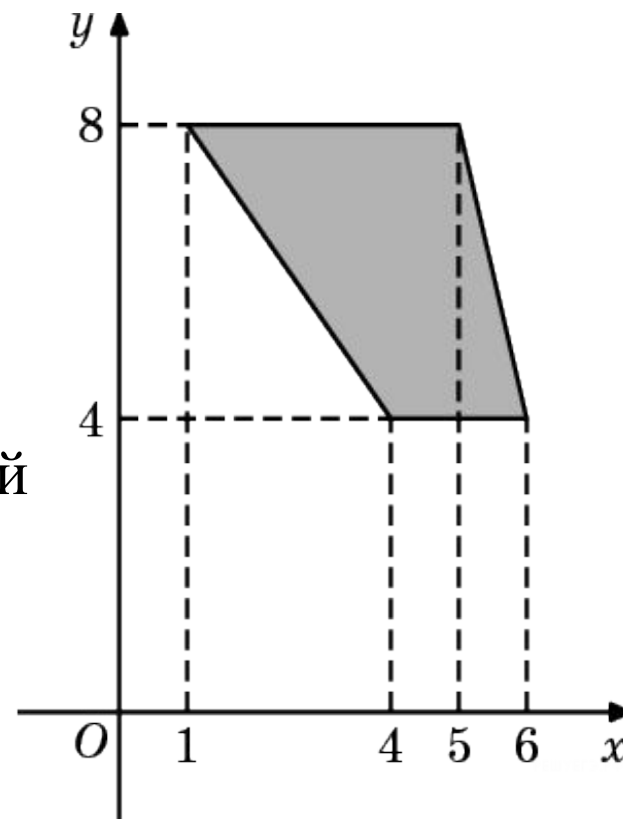
Найдите площадь трапеции,  
изображенной на рисунке.

### РЕШЕНИЕ

Площадь трапеции равна  
произведению полусуммы оснований  
на высоту. Поэтому

$$S = \frac{2+4}{2} \cdot 4 = 12 \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: 12 .



## ЗАДАЧА № 5

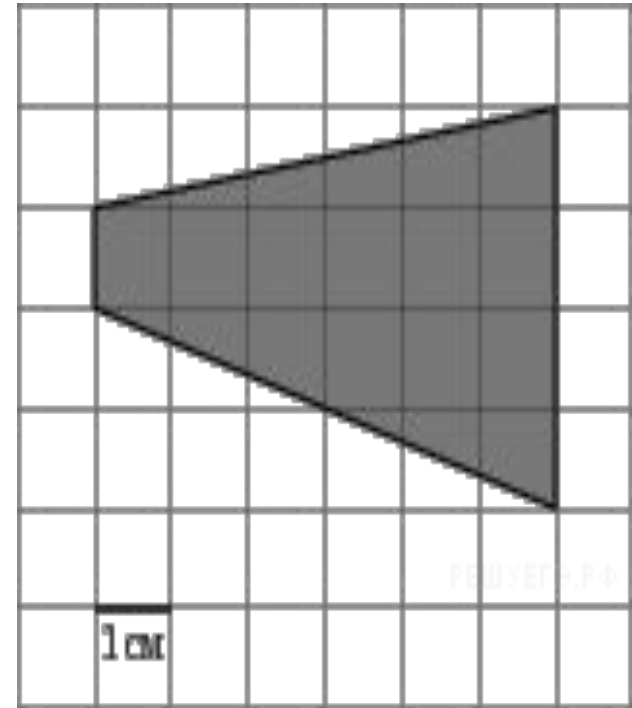
На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × см изображена трапеция. Найдите площадь в квадратных сантиметрах.

### РЕШЕНИЕ

Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту. Поэтому

$$S = \frac{1+4}{2} \cdot 6 = 15 \quad (\text{см}^2)$$

Ответ: 15 .



## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ РЕСУРСОВ:

- Л.С. Атанасян Геометрия 7-9, «Просвещение» 2010
- <http://www.bymath.net>
- <http://matematik-master.ru>
- <http://www.mathgia.ru>

