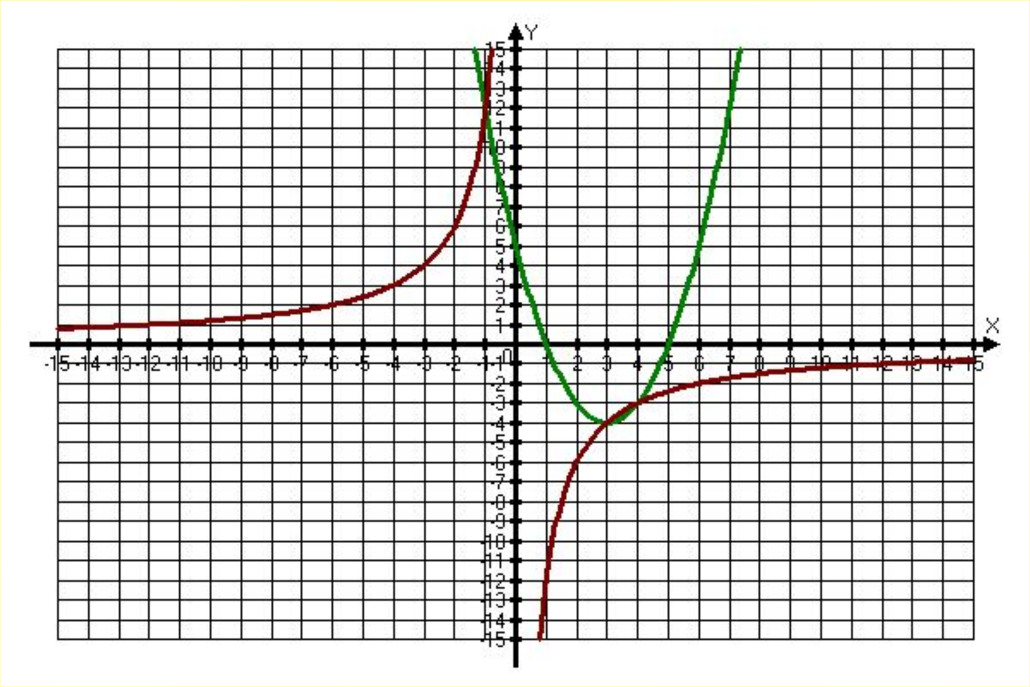
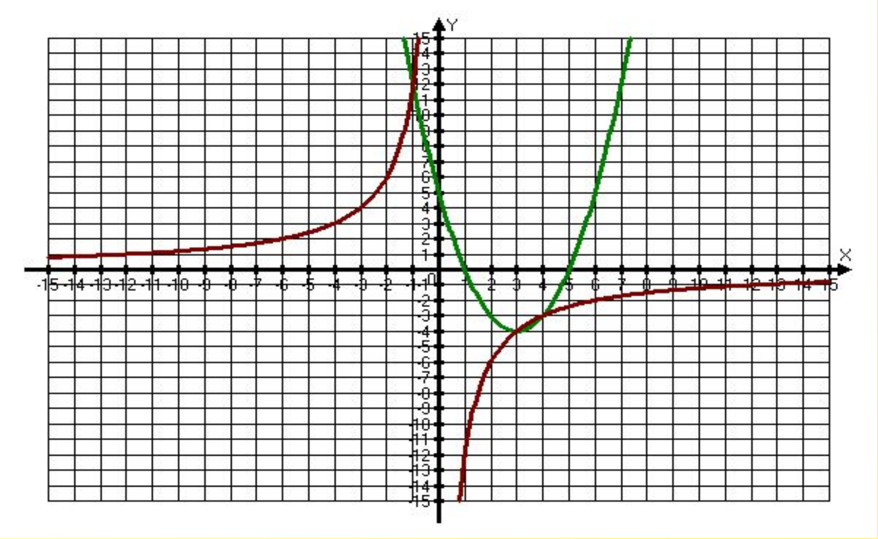
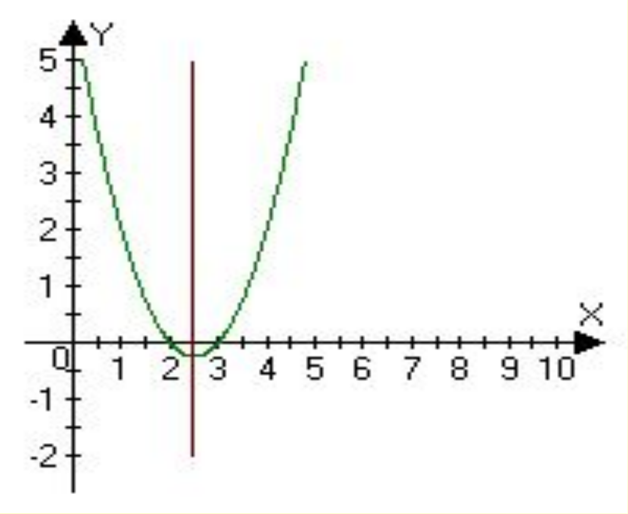
"Графический способ решения систем уравнений"



Николай Егорович Жуковский сказал:

«В математике есть своя красота, как в живописи и поэзии».





Цели урока:

Образовательные:

- научиться применять полученные знания к построению графиков функций;
- сформировать умения решать системы уравнений графическим способом.

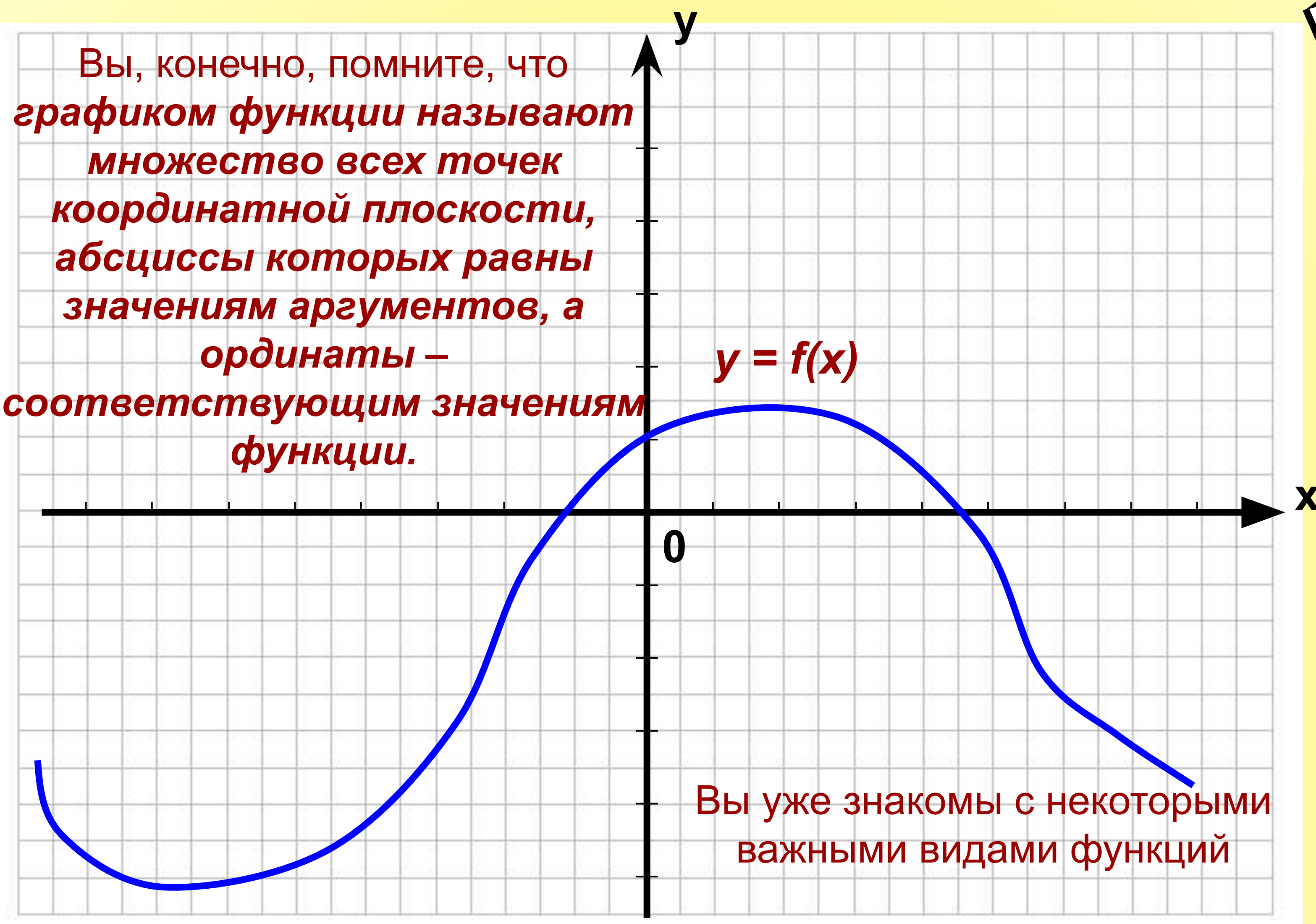
Развивающие:

- формировать умения сравнивать, обобщать изучаемые факты;
- развивать у учащихся самостоятельность в мышлении и учебной деятельности;
- повысить эмоциональный настрой учащихся путем привлечения наглядности и технических средств обучения (компьютер).

Воспитательные:

- воспитание коллективизма и ответственности за общую работу;
- воспитание взаимопомощи;
- воспитание аккуратности (при выполнении построения графиков функций).

Вы, конечно, помните, что ***графиком функции называют множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргументов, а ординаты – соответствующим значениям функции.***

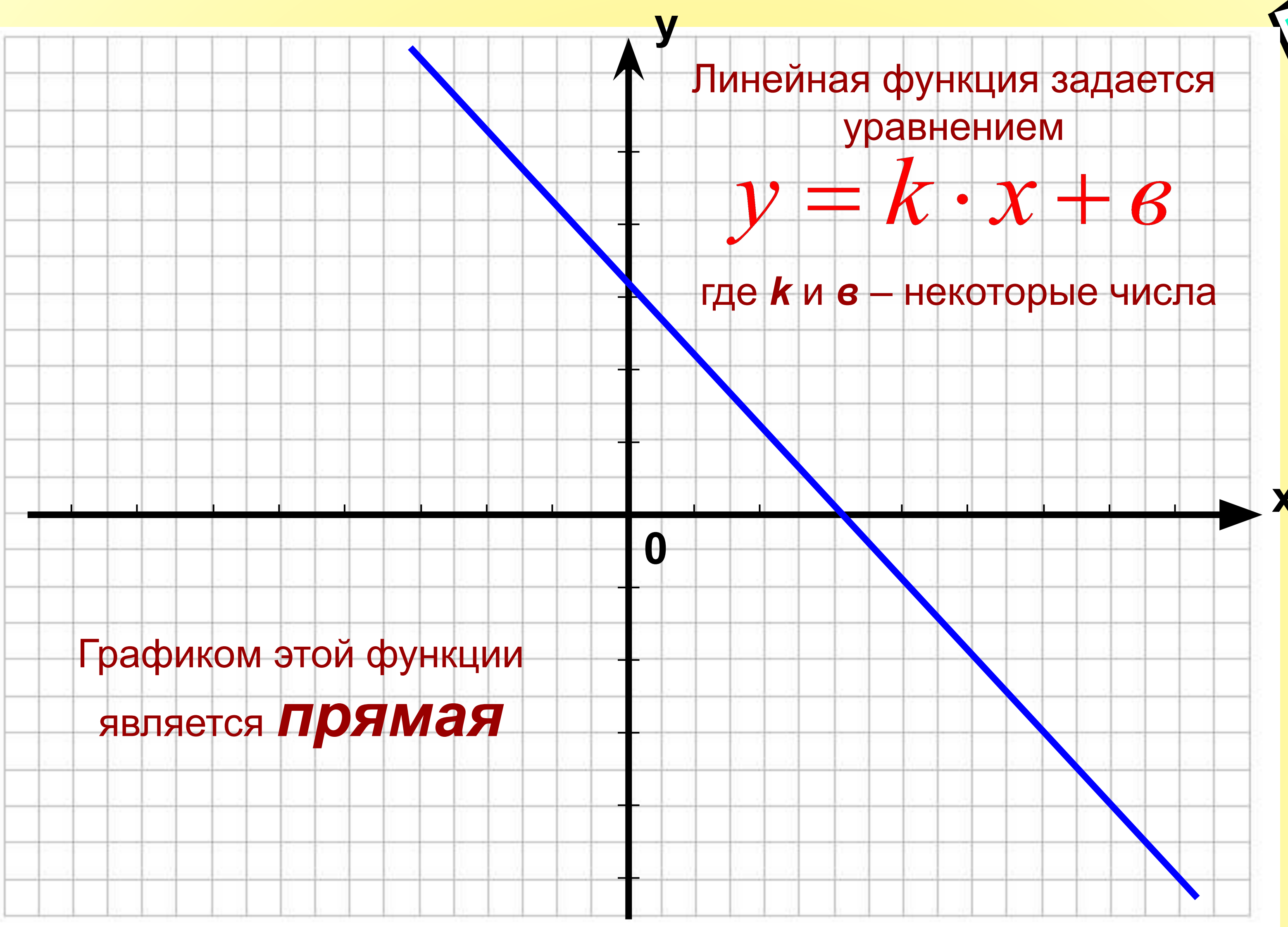


Вы уже знакомы с некоторыми важными видами функций

Линейная функция задается уравнением

$$y = k \cdot x + в$$

где ***k*** и ***в*** – некоторые числа



Графиком этой функции является ***прямая***

Функция обратной пропорциональности

$$y = \frac{k}{x}$$, где k ≠ 0

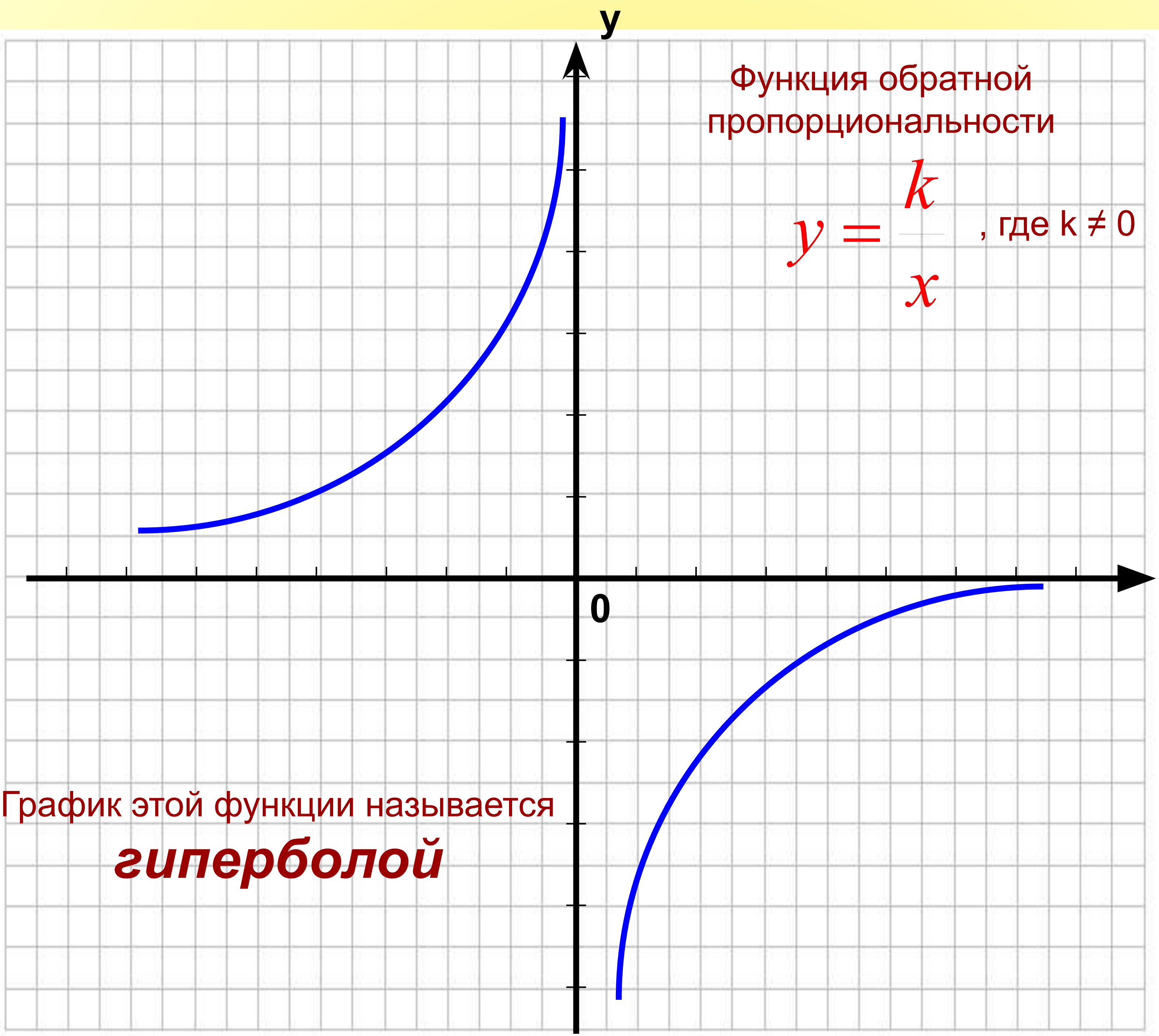


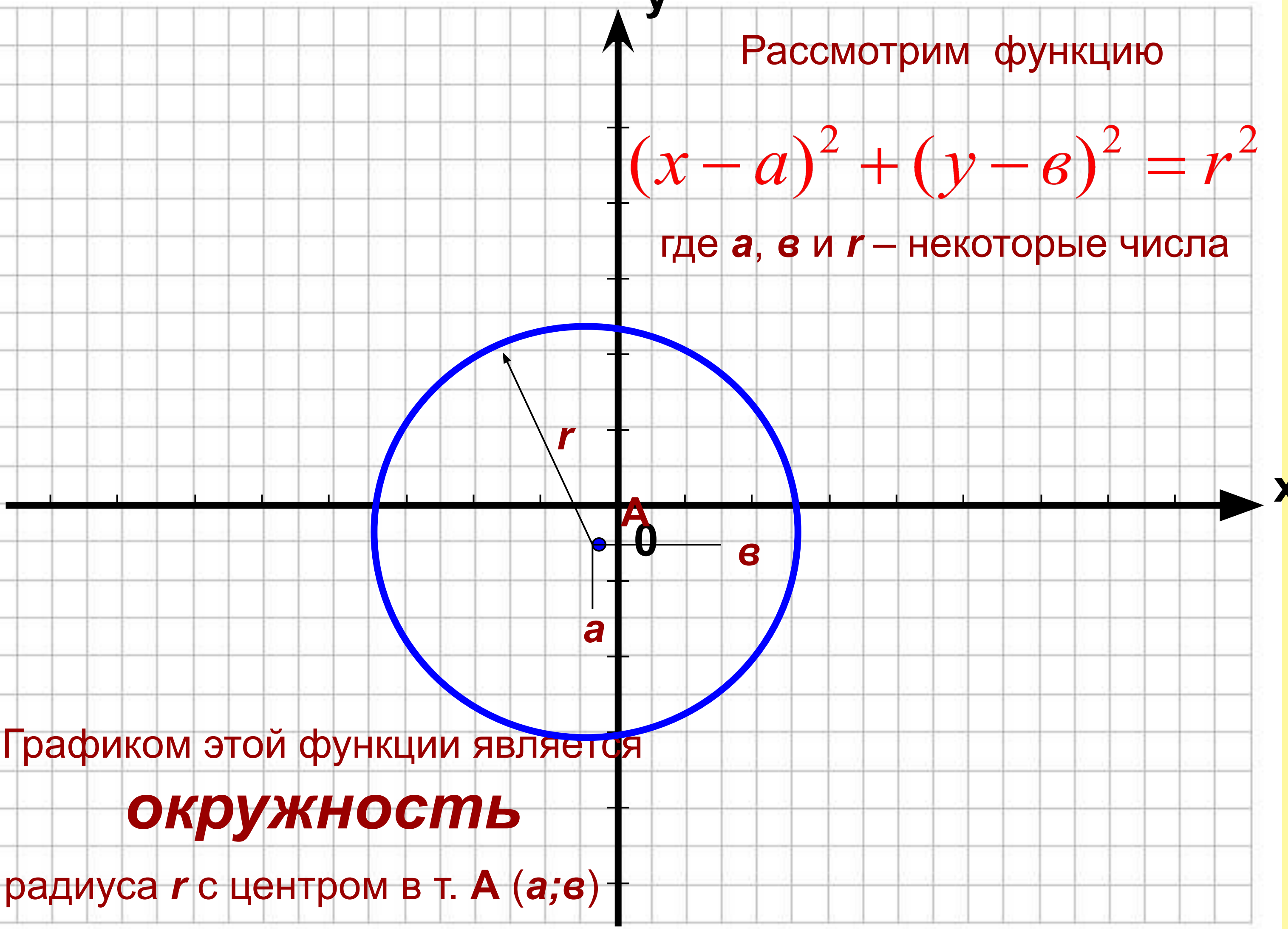
График этой функции называется

гиперболой

Рассмотрим функцию

$$(x-a)^2+(y-в)^2=r^2$$

где ***а***, ***в*** и ***r*** – некоторые числа



Графиком этой функции является

окружность

радиуса ***r*** с центром в т. **А** (***а;в***)

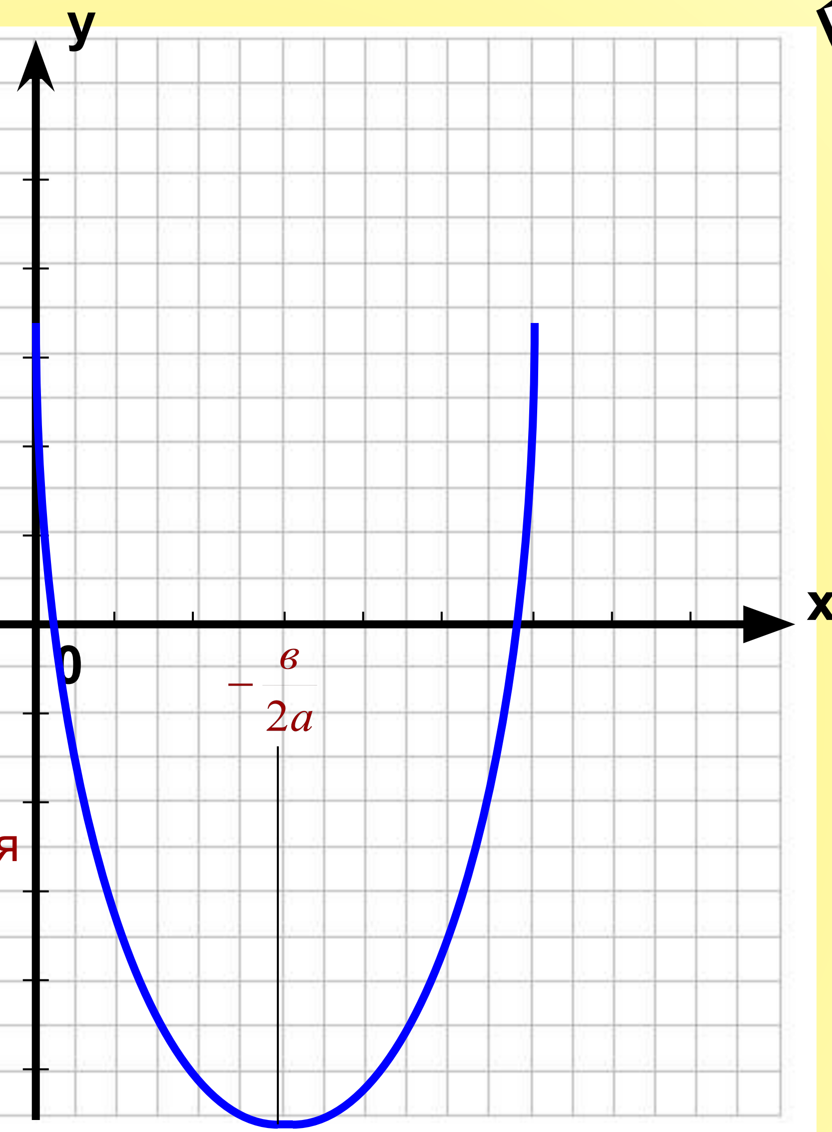
Дальше

Квадратичная функция

$$y = a \cdot x^2 + в \cdot x + c$$

где ***а,в,с*** – некоторые числа и

а ≠ 0



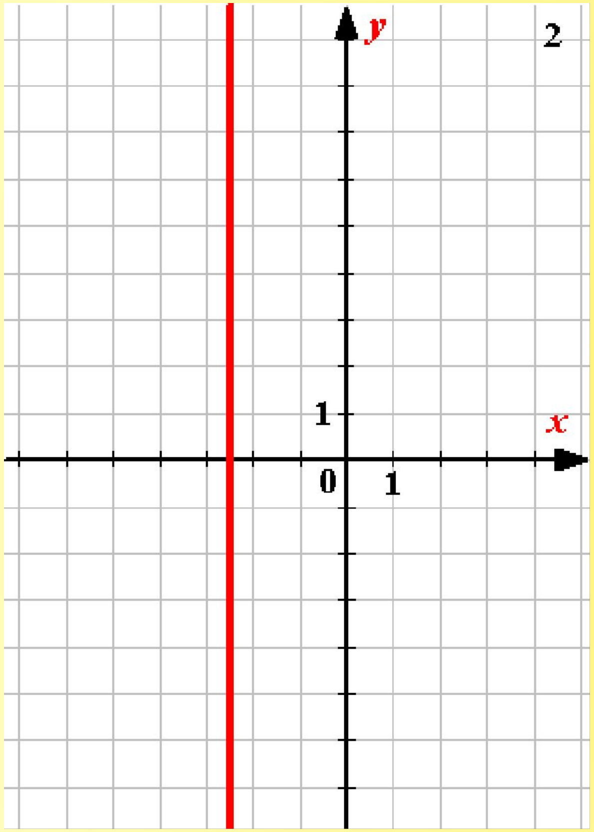
Графиком этой функции является

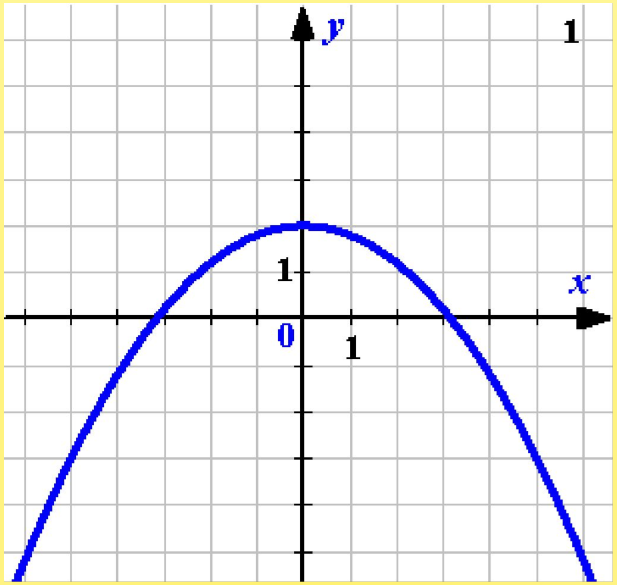
парабола

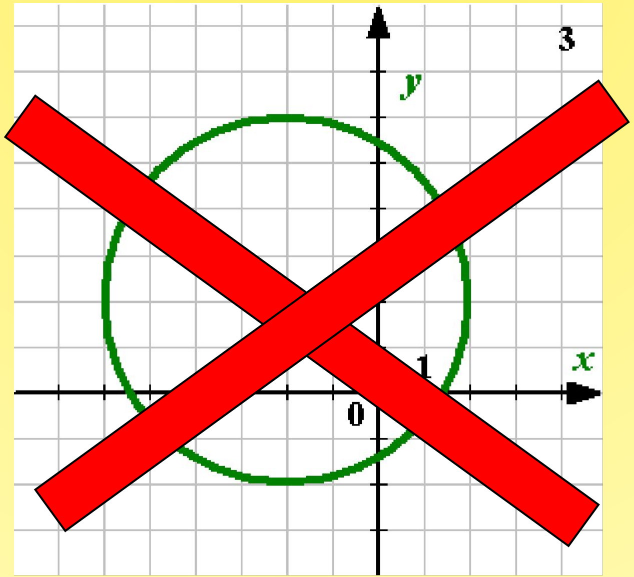
Дальше

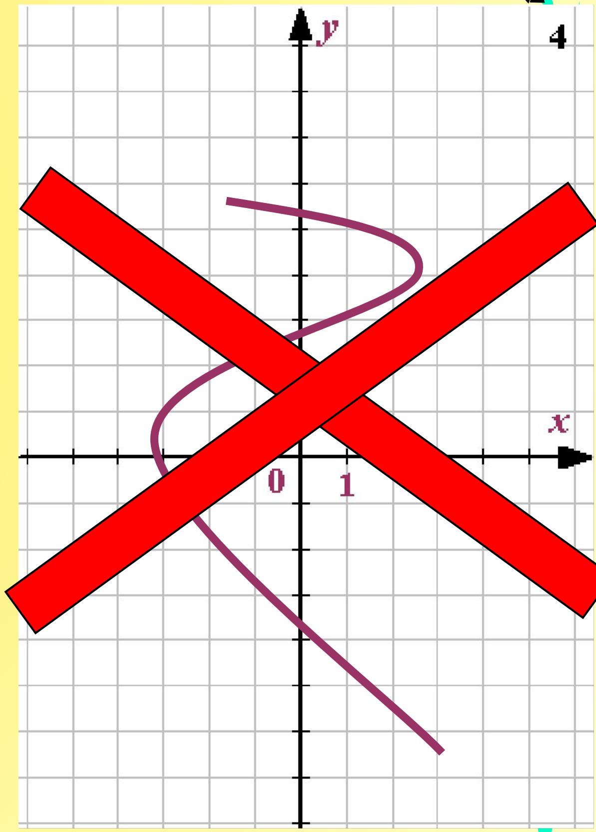
Повторение.

№1.Какие из данных графиков являются графиками каких-либо функций?









№ 2. Повторение.

$$y = 9{,}5x$$

$$y = -4x + 8$$

$$y = \frac{9}{x}$$

$$y = x(4 - x)$$

$$y = \frac{x}{10}$$

$$y = -x^2$$

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = -0{,}2x$$

$$y = 0{,}6x^3 + 2$$

$$y = 3x - 5$$

Линейные функции.

$$y = ax + b$$

Верно!

№ 2. Повторение.

$$y = x(4 - x)$$

$$y = -x^2$$

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = 0{,}6x^3 + 2$$

Квадратичные функции.

$$y = ax^2 + bx + c$$

Молодцы!

№ 2. Повторение.

$$y = 9{,}5x$$

$$y = \frac{9}{x}$$

$$y = x(4 - x)$$

$$y = -x^2$$

$$y = \frac{x}{10}$$

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = -0{,}2x$$

$$y = 0{,}6x^3 + 2$$

Функции прямой пропорциональности.

$$y = kx$$

Правильно!

№ 2. Повторение.

$$y = \frac{9}{x}$$

$$y = -x^2$$

$$y = x(4 - x)$$

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = 0{,}6x^3 + 2$$

Функции обратной пропорциональности.

$$y = k/x$$

И все!

№3. Выберите описание каждой математической модели.

$y = a$

$y = kx$

$y = kx + m$

$y = x^2$

$y = 1/x$

Гипербола

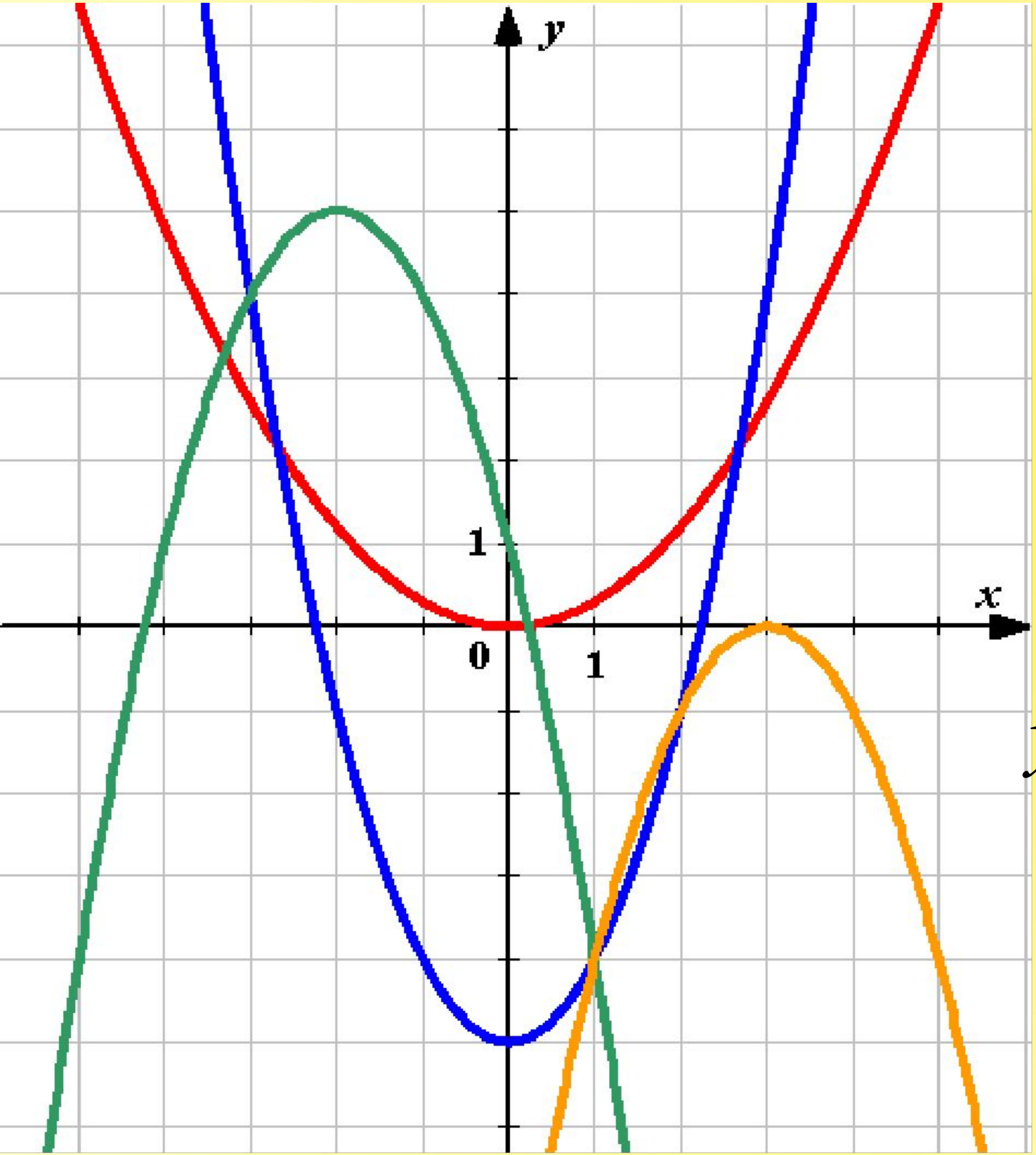
Прямая, параллельная оси O_x

Парабола

Прямая, проходящая через начало координат

Прямая

№4. Найдите соответствия:



$y = x^2 - 5$

$y = 0,3x^2$

$y = -(x-3)^2$

$y = -(x+2)^2 + 5$

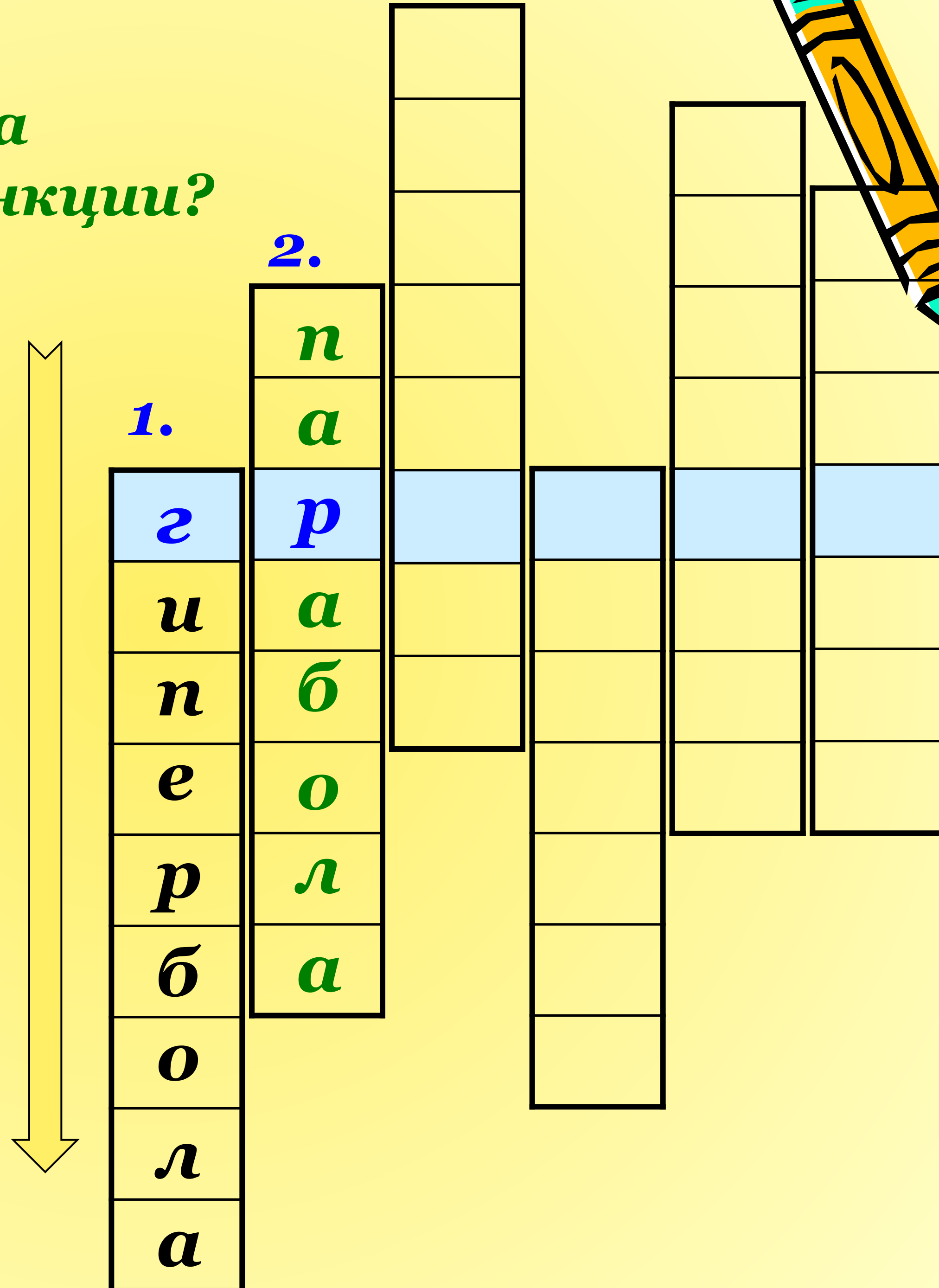
Хорошо!

1. Каков вид графика функции обратной пропорциональности?

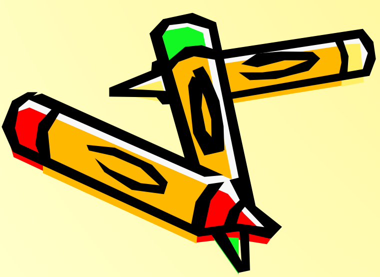
1.

г
и
п
е
р
б
о
л
а

2. Каков вид графика квадратичной функции?



3. Как называется координата точки по оси Ох?



1\. гипербола

2\. парабола

3\. абсцисса

4. Как называется координата точки по оси Оу?

1.	2.	4.		3.	
		о			
		р		а	
		д		б	
	п	и		с	
	а	н		ц	
г	р	а		и	
и	а	т		с	
п	б	а		с	
е	о			а	
р	л				
б	а				
о					
л					
а					

5. Один из способов задания функции.

		о		3.	
		р		а	
	2.	д		б	
	п	и		с	
1.	а	н	5.	ц	
г	р	а	ф	и	
и	а	т	о	с	
п	б	а	р	с	
е	о		м	а	
р	л		у		
б	а		л		
о			а		
л					
а					

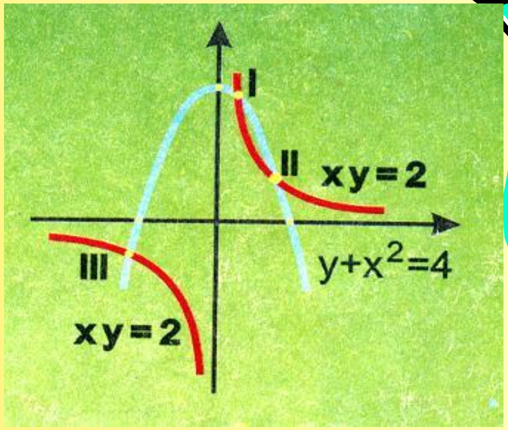
6. Переменная величина, значение которой зависит от изменения другой величины.

1. гипербола
2. парабола
3. абсцисса
4. ордината
5. формула
6. функция

Итак, начнём…

Графический способ решения системы уравнений с двумя переменными - один из самых простых и наглядных способов.

Но этот способ напрямую связан с построением графиков уравнений, входящих в ту или иную систему.



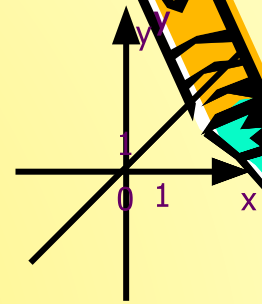
Графиком уравнения с двумя переменными называется множество точек координатной плоскости, координаты которых обращают уравнение в верное равенство

Итак…

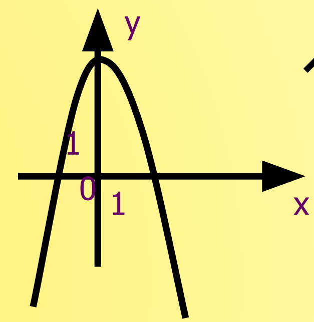
Дальше

Графиком уравнений с двумя переменными может быть:

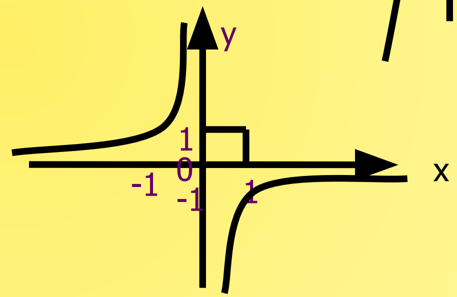
- Прямая



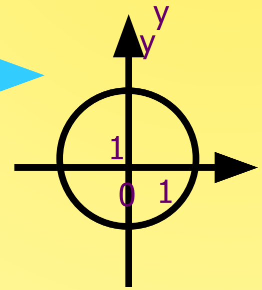
- Парабола



- Гипербола



- Окружность



- ...

Пусть требуется решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ y = -x^2 + 2x + 5; \end{cases}$$

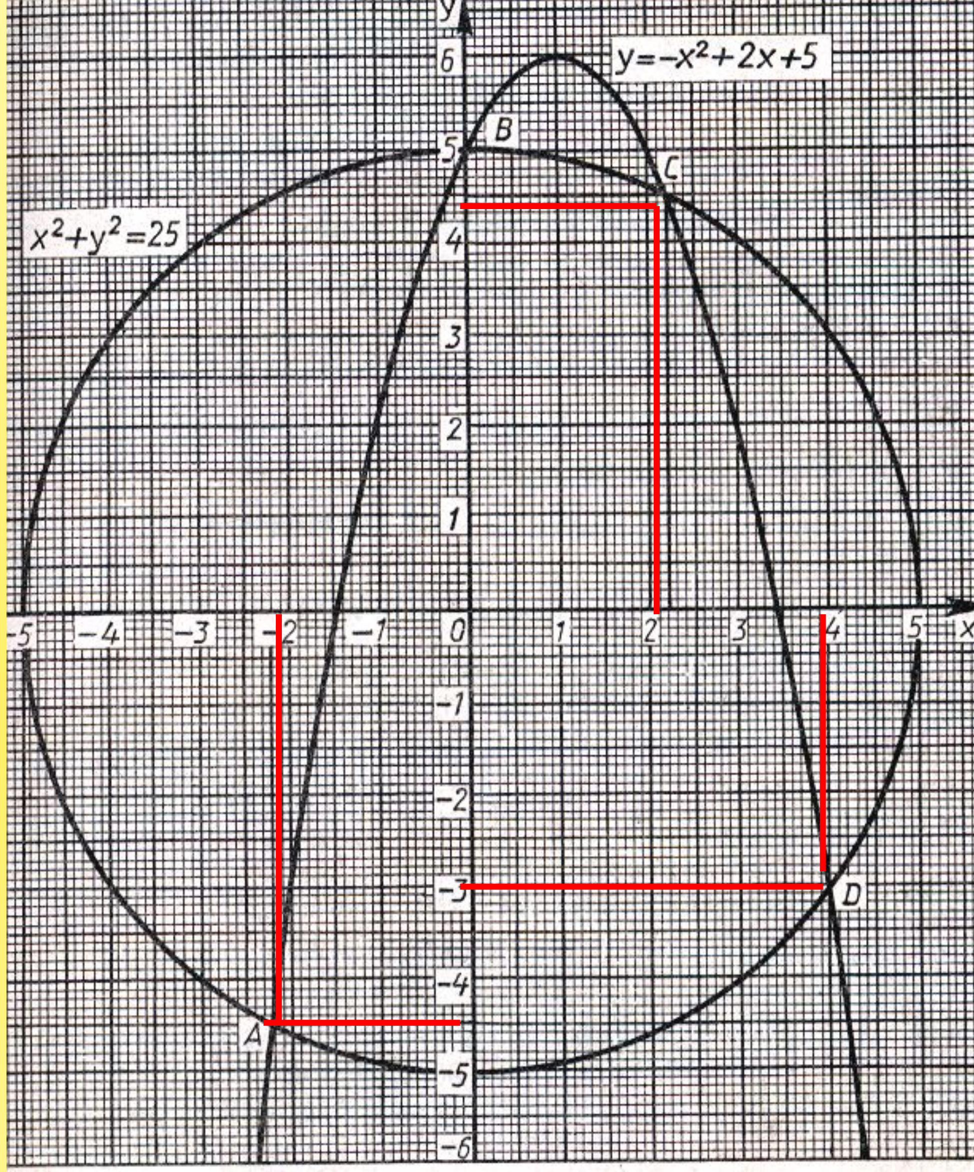
Построим в одной системе координат графики уравнений

$x^2 + y^2 = 25$ и $y = -x^2 + 2x + 5$

Координаты любой точки окружности являются решением уравнения $x^2 + y^2 = 25$, а координаты любой точки параболы являются решением уравнения $y = -x^2 + 2x + 5$.

Значит, координаты каждой из точек пересечения окружности и параболы удовлетворяют как первому уравнению системы, так и второму, т. е. являются решением системы.

Находим по рисунку значения координат точек пересечения графиков:



A(-2,2;-4,5), B(0;5), C(2,2;4,5), D(4;-3).

$x_1 \approx -2{,}2$, $y_1 \approx -4{,}5$ $x_2 \approx 0$, $y_2 \approx 5$

$x_3 \approx 2{,}2$, $y_3 \approx 4{,}5$ $x_4 \approx 4$, $y_4 \approx -3$

Тогда система имеет 4 решения

Второе и четвертое из этих решений – точные, а первое и третье – приближенные.

Давайте сделаем из рассмотренного примера выводы.

Чтобы решить систему двух уравнений с двумя неизвестными, нужно:

- Построить в одной системе координат графики уравнений, входящих в систему;
- Определить координаты всех точек пересечений графиков (если они есть);
- Координаты этих точек и будут решениями системы.

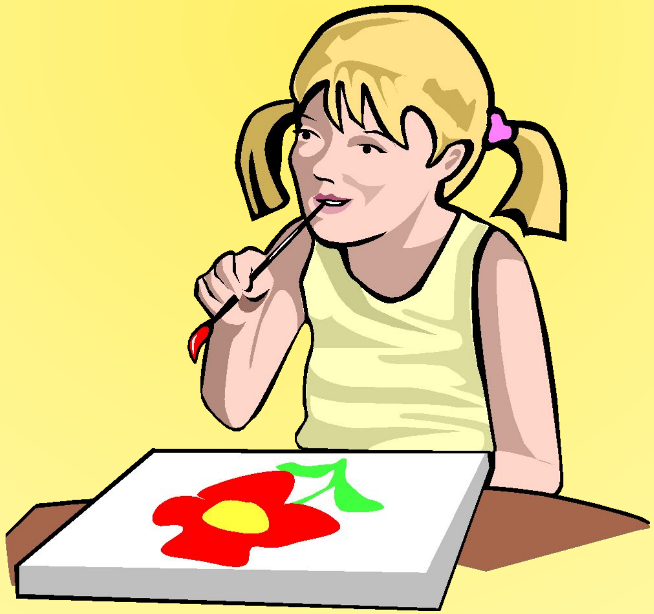
Помните о двух вещах!

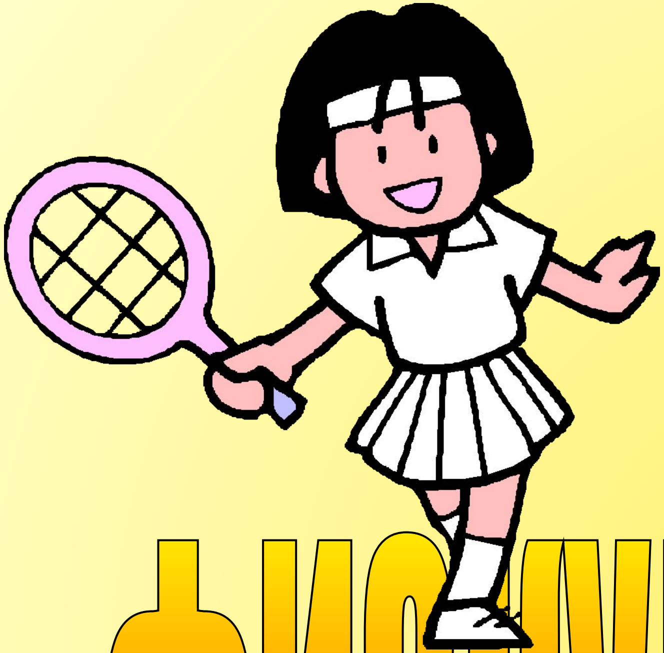
1. Если точек пересечения графиков нет, то система решений не имеет;
2. Координаты точек пересечения определяются приблизительно, поэтому и решения могут получиться приблизительными;

Чтобы проверить точность полученных решений, их нужно подставить в уравнения системы!

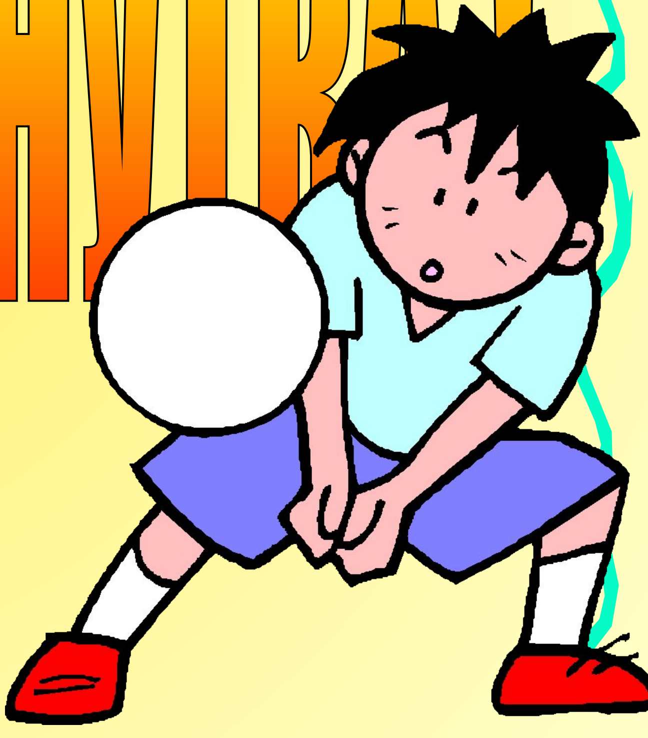
Тренировочные упражнения.

- Решить №418 из учебника.





ФИЗКУЛЬТМИНУТКА !

Подготовка к ГИА:

- решить систему уравнений графическим способом самостоятельно (из сборника заданий для подготовки к ГИА С. С.Минаева, Т.В. Колесникова)

$$\begin{cases}(x-3)^2+(y-2)^2=4\\ 2y-x=0\end{cases}$$

Проверка. Решить графически систему уравнений

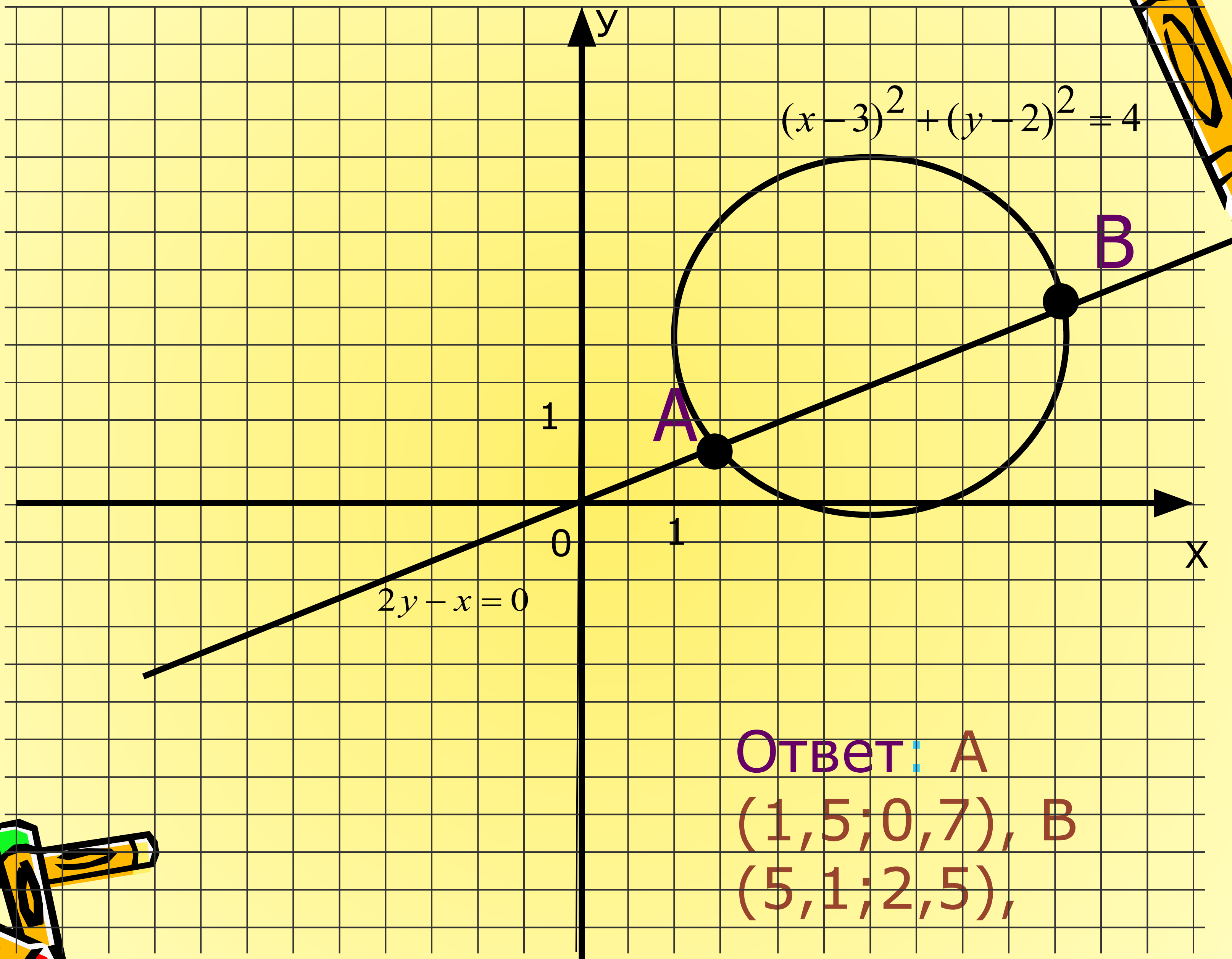
$$\begin{cases}(x-3)^2+(y-2)^2=4\\ 2y-x=0\end{cases}$$

-Графиком первого уравнения является окружность с центром в точке (3;2) и радиусом2.

-Графиком второго уравнения является прямая проходящая через начало координат

-Построим графики для каждого

из уравнений.



Ответ: А (1,5;0,7), В (5,1;2,5),

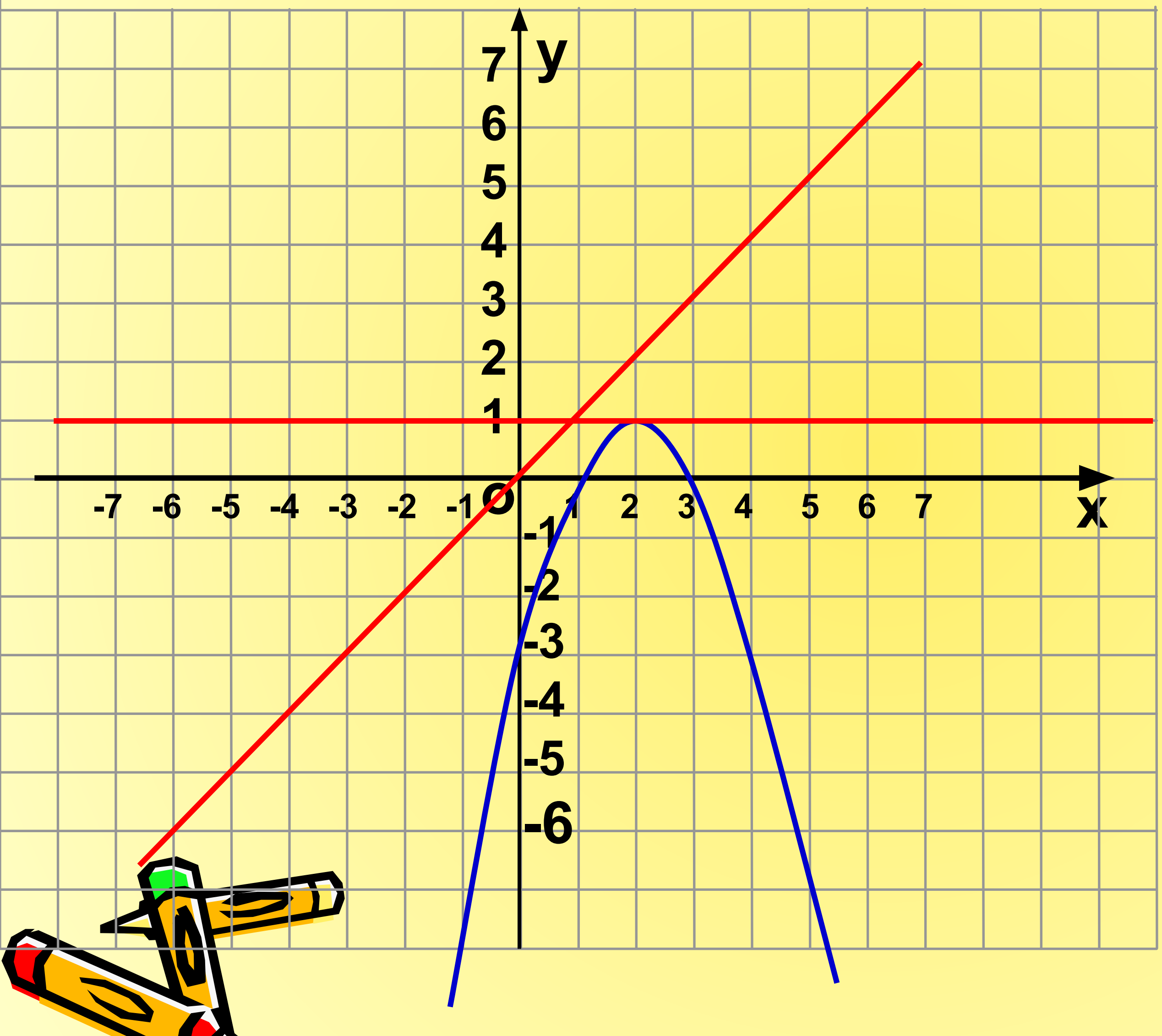
Тестирование

Вам предлагается тест, состоящий из 5 вопросов.

Внимательно прочитайте каждый вопрос и варианты ответов к ним.

Выберите правильный вариант ответа.

1. С какой прямой график параболы $y = -x^2 + 4x - 3$ не имеет общих точек?



$y = 0$

$y = -10$

$y = 1$

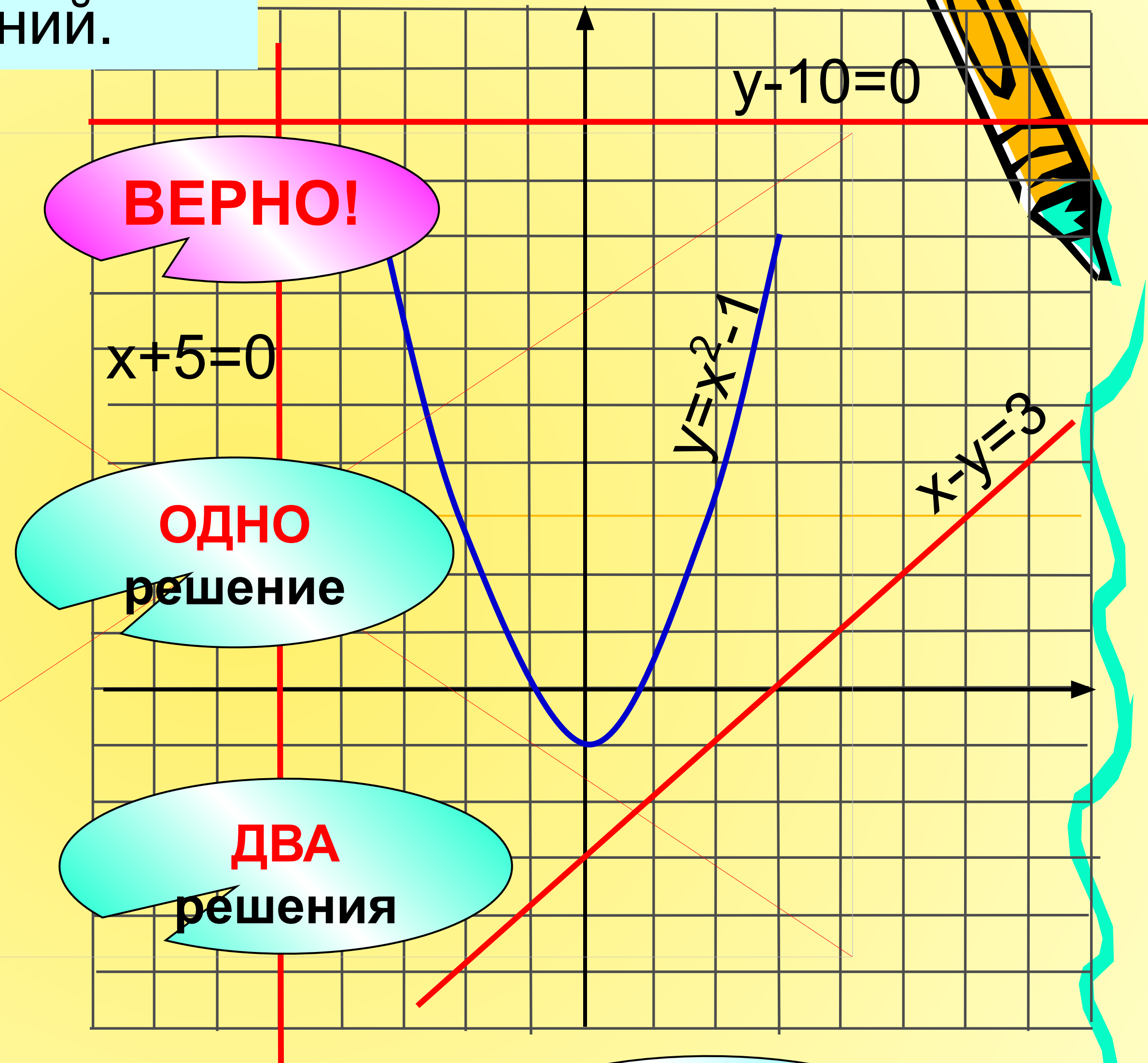
$y = x$

2. Укажите систему уравнений, которая не имеет решений.

1 $\begin{cases} x - y = 3, \\ y = x^2 - 1. \end{cases}$

2 $\begin{cases} y = x^2 - 1, \\ x + 5 = 0. \end{cases}$

3 $\begin{cases} y = x^2 - 1, \\ y - 10 = 0. \end{cases}$



4 Все три указанные системы

ПОДУМАЙ!

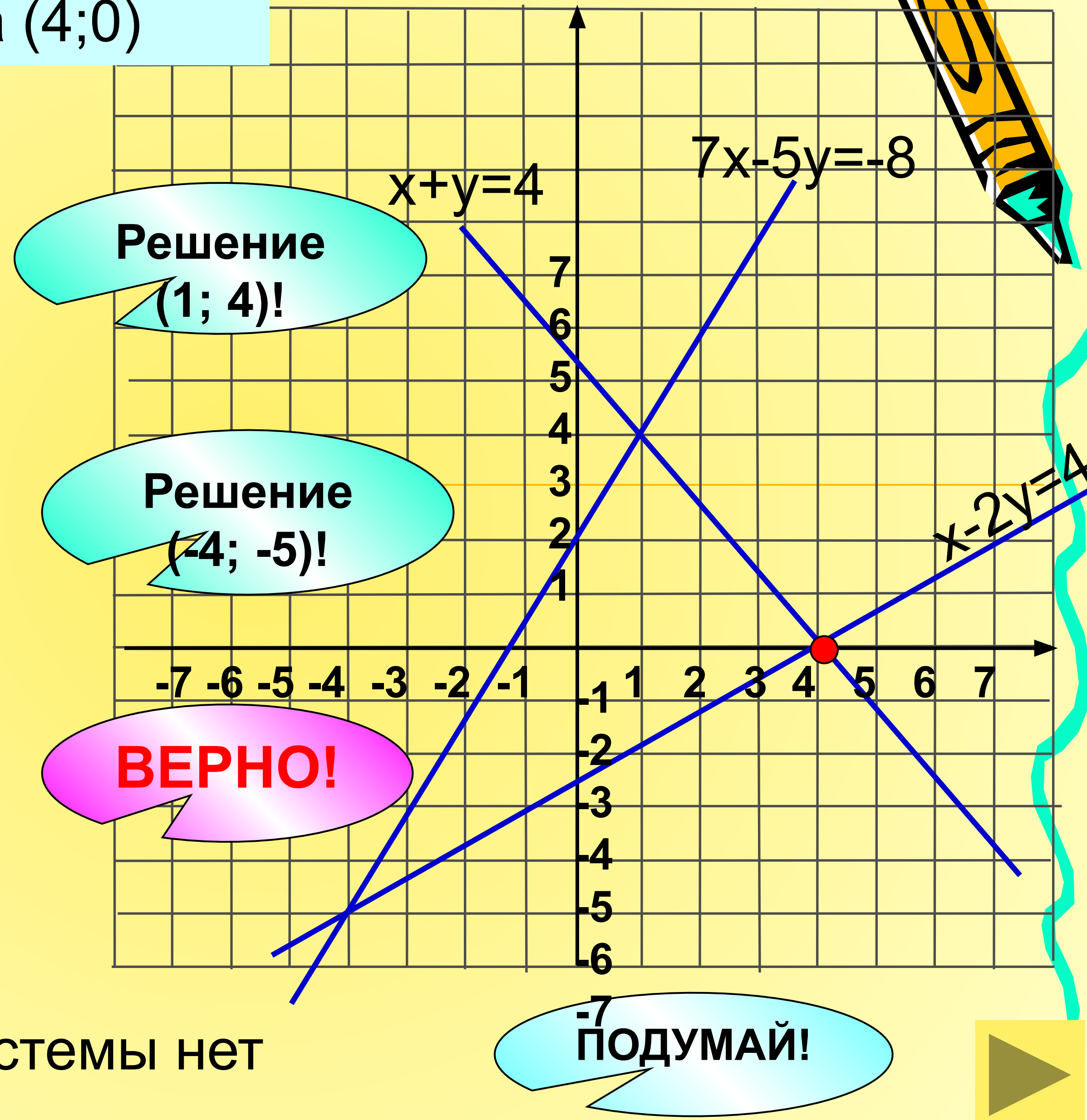
3. Укажите систему уравнений, решение которой пара (4;0)

1 $\begin{cases} x + y = 4, \\ 7x - 5y = -8. \end{cases}$

2 $\begin{cases} x - 2y = 4, \\ 7x - 5y = -8. \end{cases}$

3 $\begin{cases} x + y = 4, \\ x - 2y = 4. \end{cases}$

4 Такой системы нет

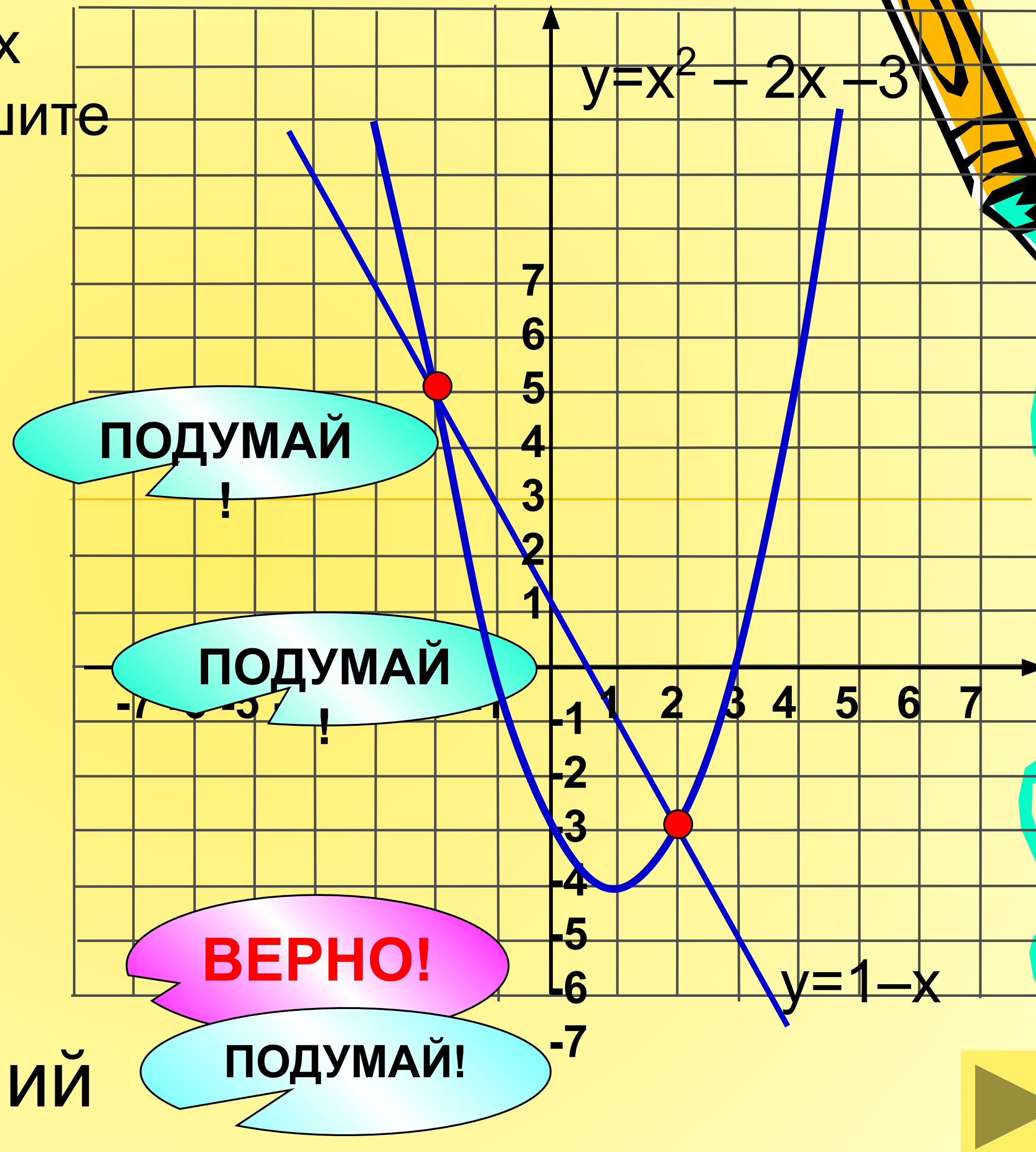


4. На рисунке изображены графики функций

$y=x^2-2x-3$ и $y=1-x$

Используя графики решите систему уравнений.

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x - 3, \\ y = 1 - x. \end{cases}$$



1 $y_1=-3$, $y_2=5$;

2 $x_1=-2$, $x_2=2$;

3 (-2; 5), (2; -3)

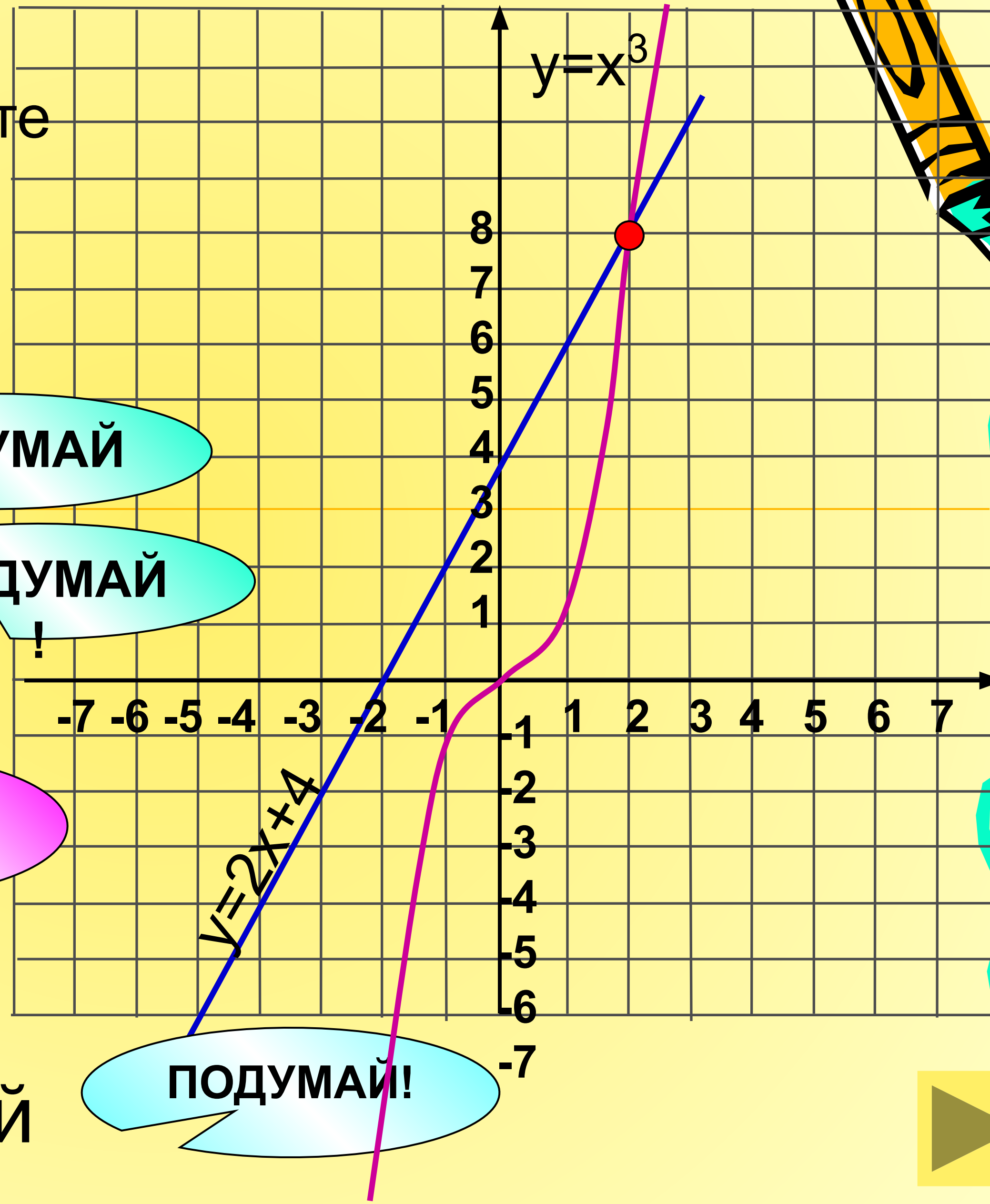
4 Нет решений

5. На рисунке изображены графики функций

$y = x^3$ и $y=2x+4$

Используя графики решите систему уравнений

$$\begin{cases} y = x^3, \\ y = 2x + 4. \end{cases}$$



1 $x = 2$

ПОДУМАЙ!

ПОДУМАЙ!

2 $x_1=-2$, $x_2=2$;

ВЕРНО!

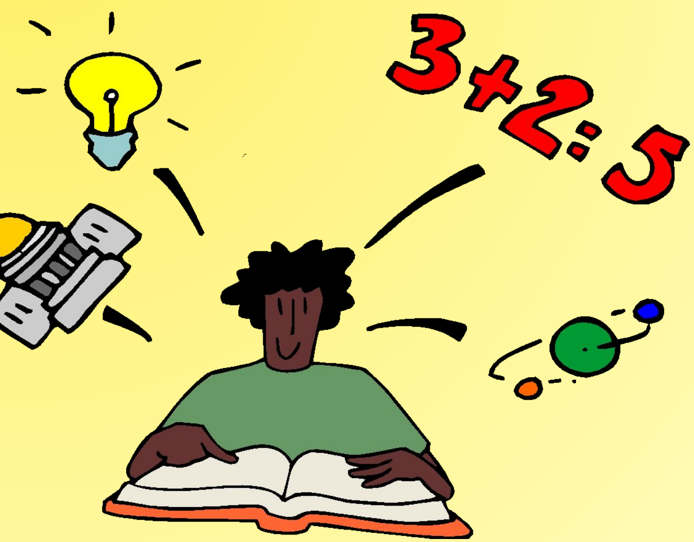
3 (2; 8)

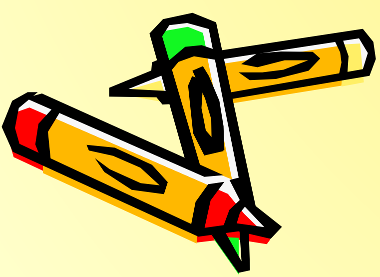
4 Нет решений

ПОДУМАЙ!

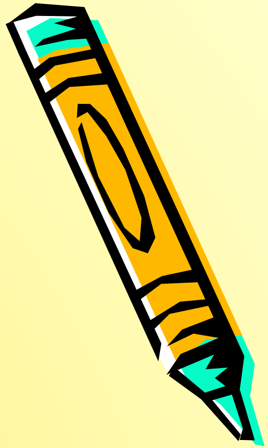
Домашнее задание:

П. 18, №421(а), №422(б)

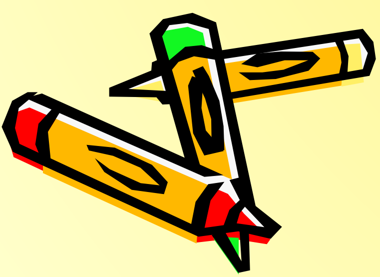




Итог урока:

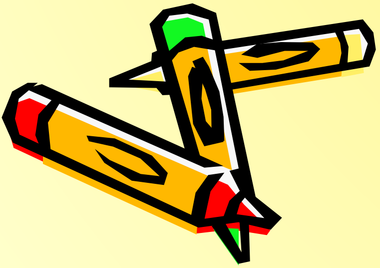


- \- С каким способом решения систем уравнений с двумя переменными мы познакомились?
- \- В чем заключается его суть?
- \- Дает ли данный способ точные результаты?
- \- В каком случае система не будет иметь решений?

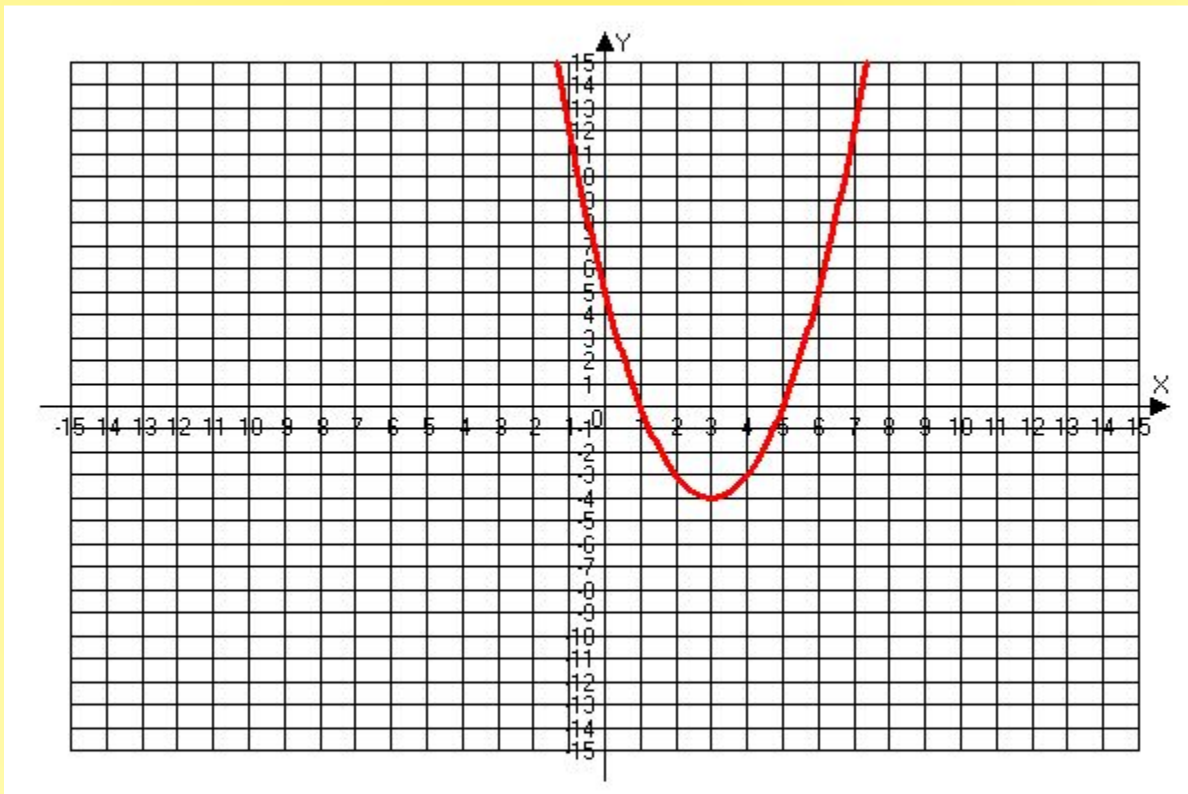


Успехов!!!

До новых встреч!



«Ученые, занимавшиеся понятием
«Ученые, занимавшиеся понятием
«Ученые, занимавшиеся понятием
функция»



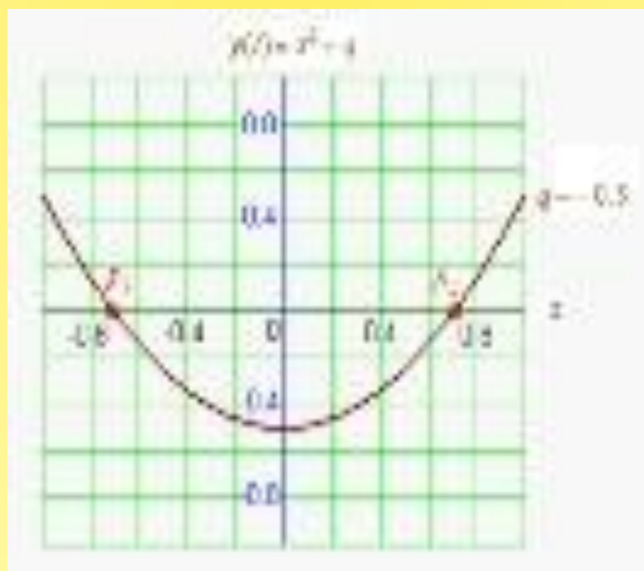
Идея функциональной зависимости восходит к древности. Ее содержание обнаруживается уже в первых математически выраженных соотношениях между величинами, в первых правилах действий над числами.

Путь к появлению понятия функции заложили в 17 веке французские ученые Франсуа Виет и

Рене Декарт.

Они разработали единую буквенную математическую символику, которая вскоре получила всеобщее признание.

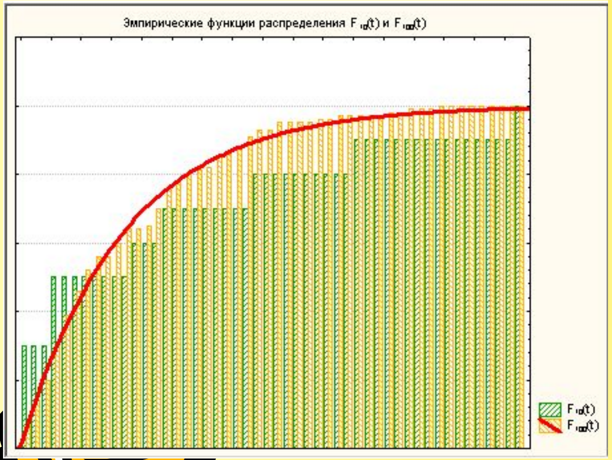
Введено было единое обозначение: неизвестных - последними буквами латинского алфавита - x, y, z, известных - начальными буквами того же алфавита - a, b, c, ... и т.д. Под каждой буквой стало возможным понимать не только конкретные данные, но и многие другие; в математику пришла идея изменения. Тем самым появилась возможность записывать общие формулы.



Само слово **«функция»** (от латинского *functio -совершение, выполнение*) впервые было употреблено немецким математиком Лейбницем в 1673г. в письме к Гюйгенсу (под функцией он понимал отрезок, длина которого меняется по какому-нибудь определенному закону), слово функция было введено в печать с 1694 года.

Поговорим о русских ученых, внесших вклад в развитие понятия функция. Это **Николай Иванович Лобачевский.** Заслуги Лобачевского в других областях математики не так велики, как его геометрическое дело. Но его крупный математический талант проявился и в других исследованиях, например, в исследованиях о сходимости строк.

Лобачевский опередил своих современников на несколько десятилетий. Учебник алгебры Лобачевского, изданный им в 1834г. под заглавием: "Алгебра или вычисление конечных" - отличается от других учебников алгебры, не только в России, но и за границей, систематичностью расположения, строгостью изложения основных понятий и замечательной полнотой.



Соболев Сергей Львович (род. в 1908г.)

Это известный советский математик, академик.

Его основные труды были посвящены теории уравнений с частными производными, математической физике, функциональному анализу и вычислительной математике.

Им начато систематическое применение функционального анализа в теории уравнений с частными производными.

Соболев ввел понятие обобщенного решения уравнения с частными производными и дал первое (1935 г) строгое определение обобщенной функции;

1 задание

Решите графически системы уравнений:

$$\begin{cases} y - x^2 = 0 \\ 2x - y + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x^3 \\ xy = 12 \end{cases}$$

Проверь

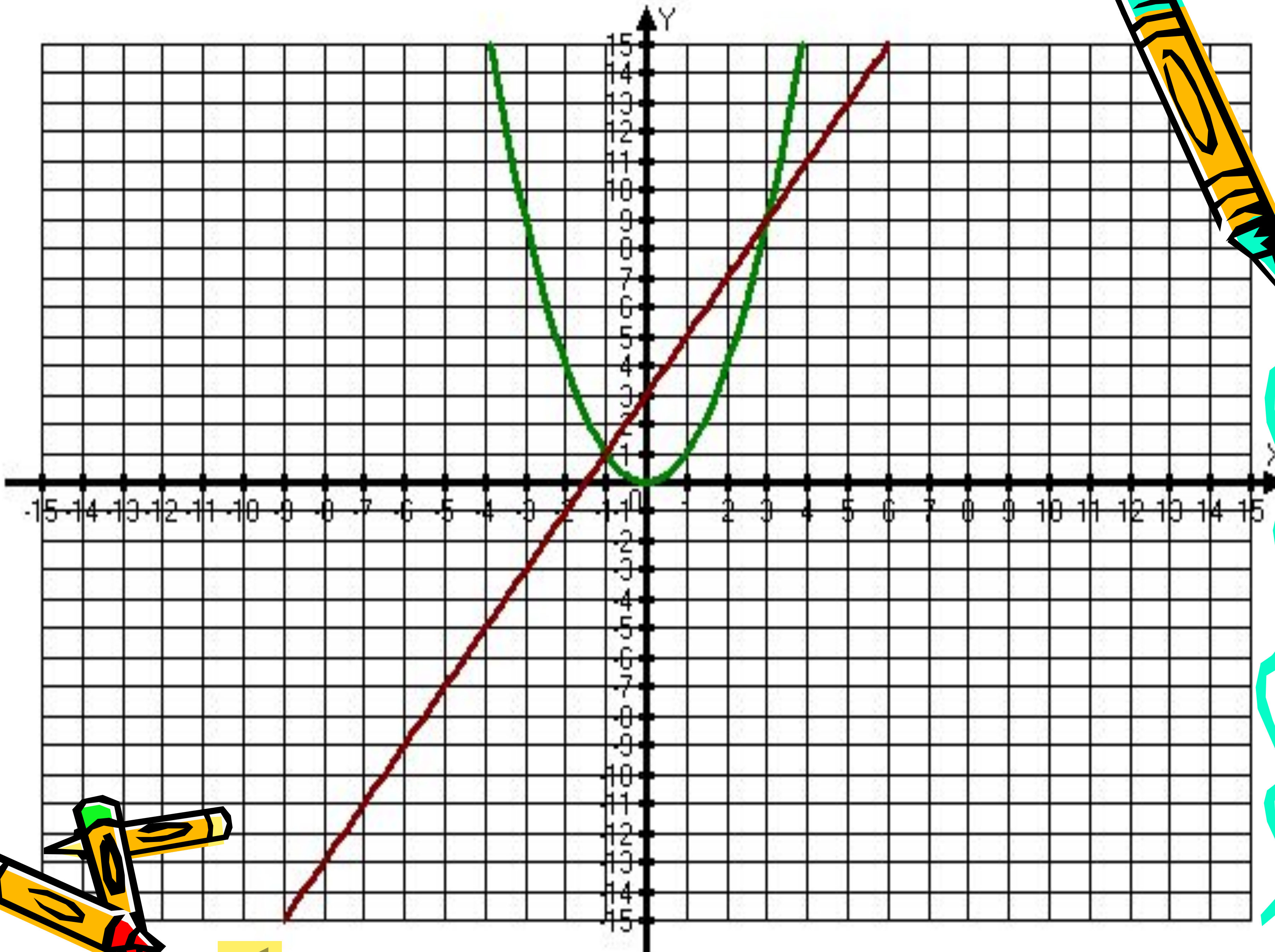
Проверь

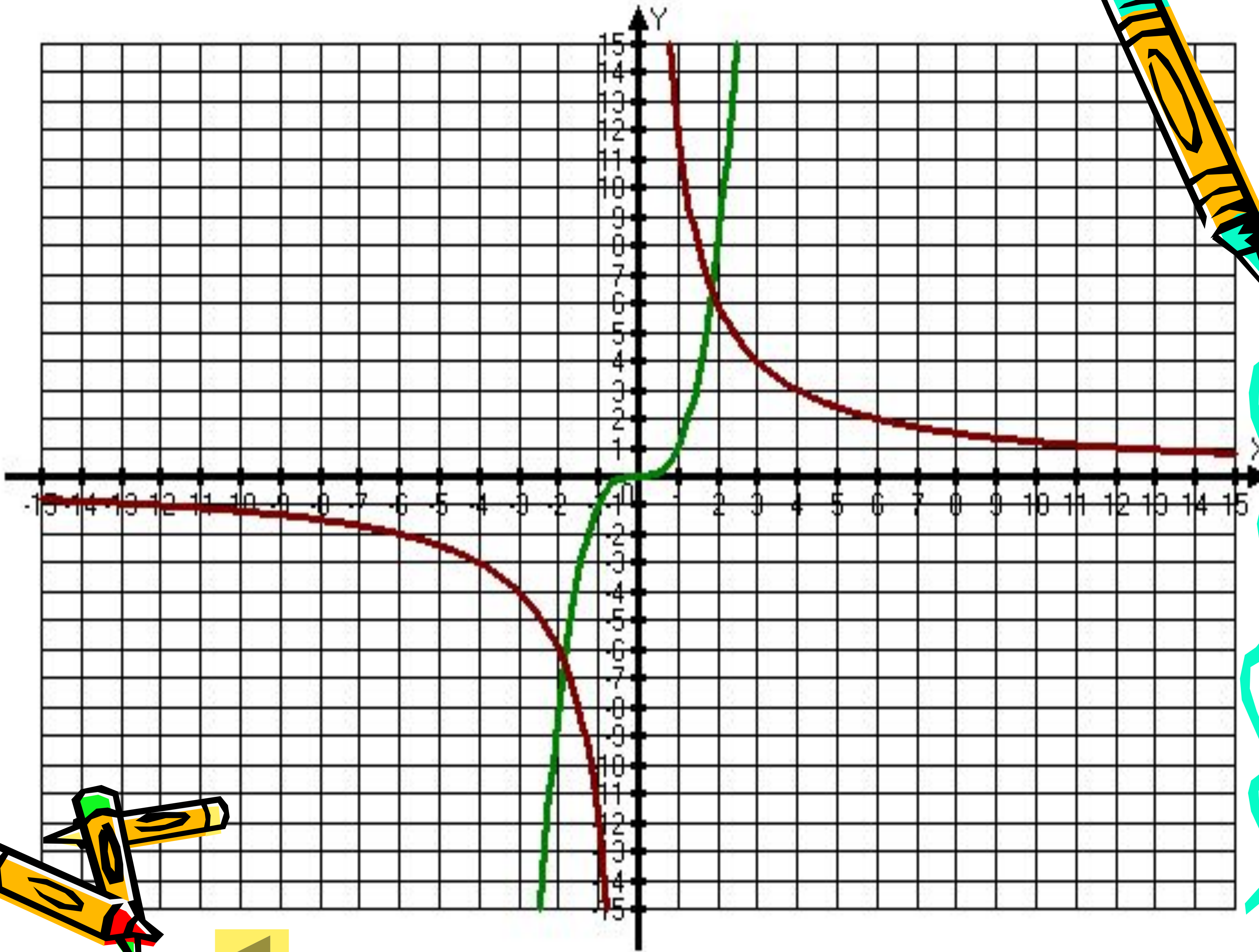
Полученная система:

$$\begin{cases} y = x^2 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$$

Полученная система:

$$\begin{cases} y = x^3 \\ y = 12/x \end{cases}$$

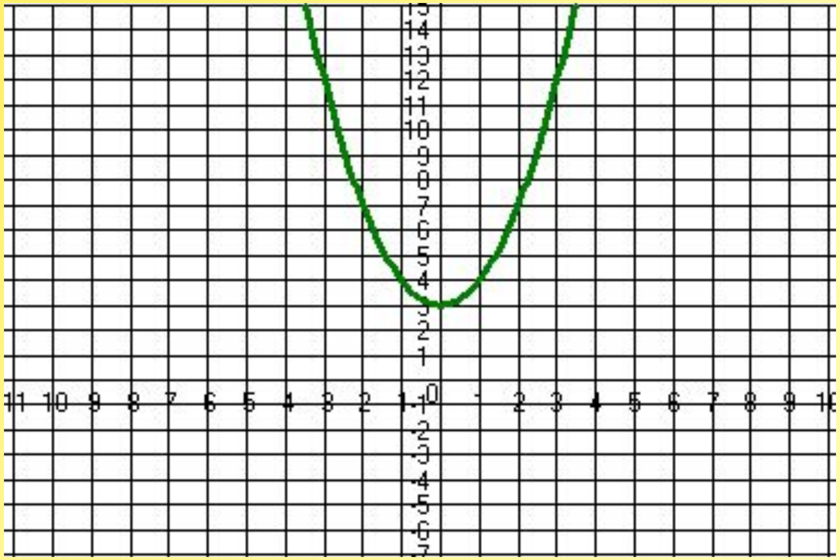

Y
X


Y
X

2 задание

На чертеже дан график одного из уравнений системы. Дополните чертеж графиком другого уравнения и найдите решение системы:

$$\begin{cases} y - x^2 = 3 \\ y - x = 5 \end{cases}$$

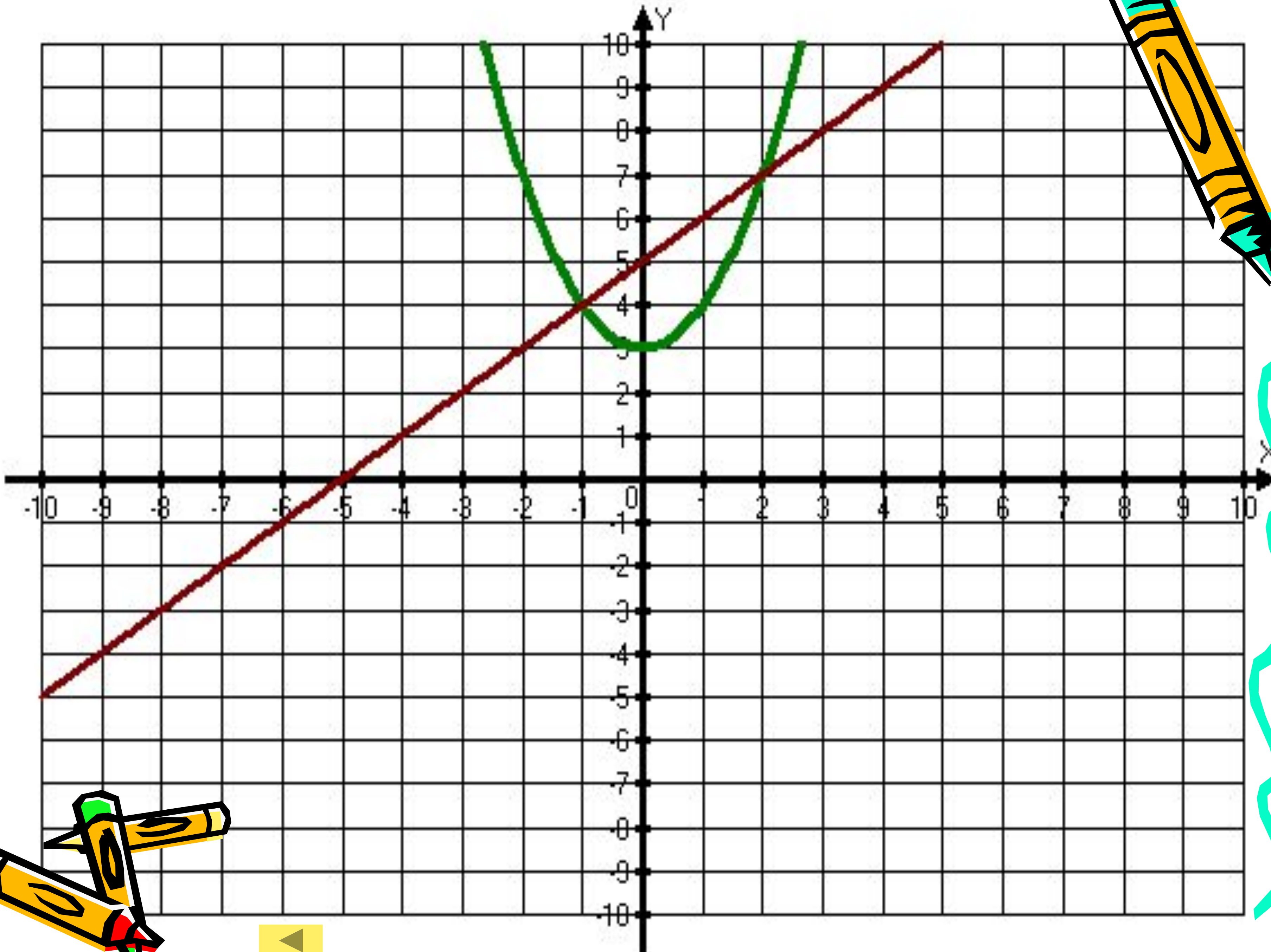


система

следующее задание

Полученная система:

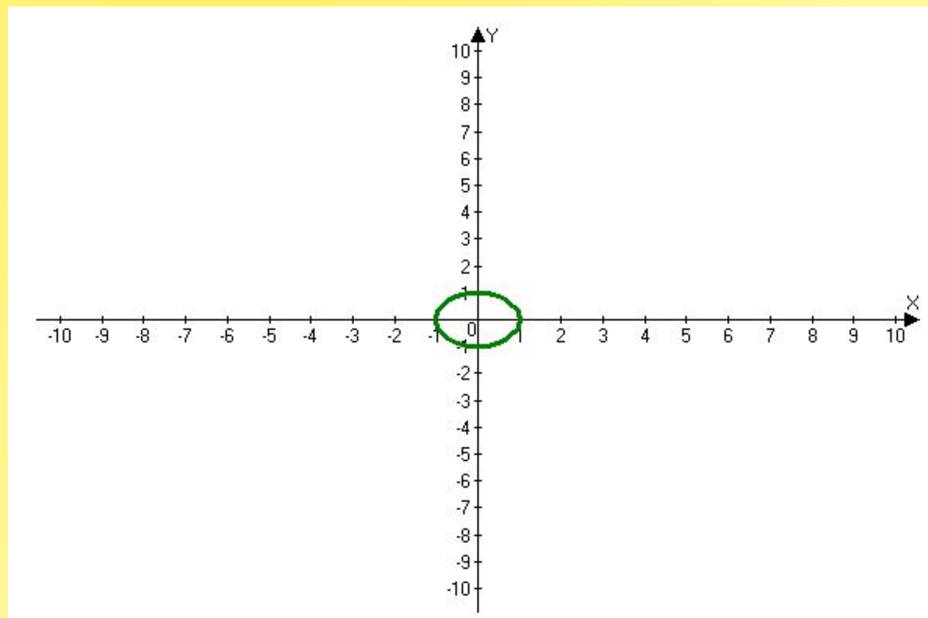
$$\begin{cases} y = x^2 + 3 \\ y = x + 5 \end{cases}$$


Y
X
0
-10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
10 9 8 7 6 5 4 3 2 1 -1 -2 -3 -4 -5 -6 -7 -8 -9 -10

3 задание

В данную систему впишите уравнение линии, изображенной на чертеже. Дополните чертеж графиком, уравнение которого уже записано в системе. Укажите решение системы.

$$\begin{cases} \\ y - x^2 = 1 \end{cases}$$



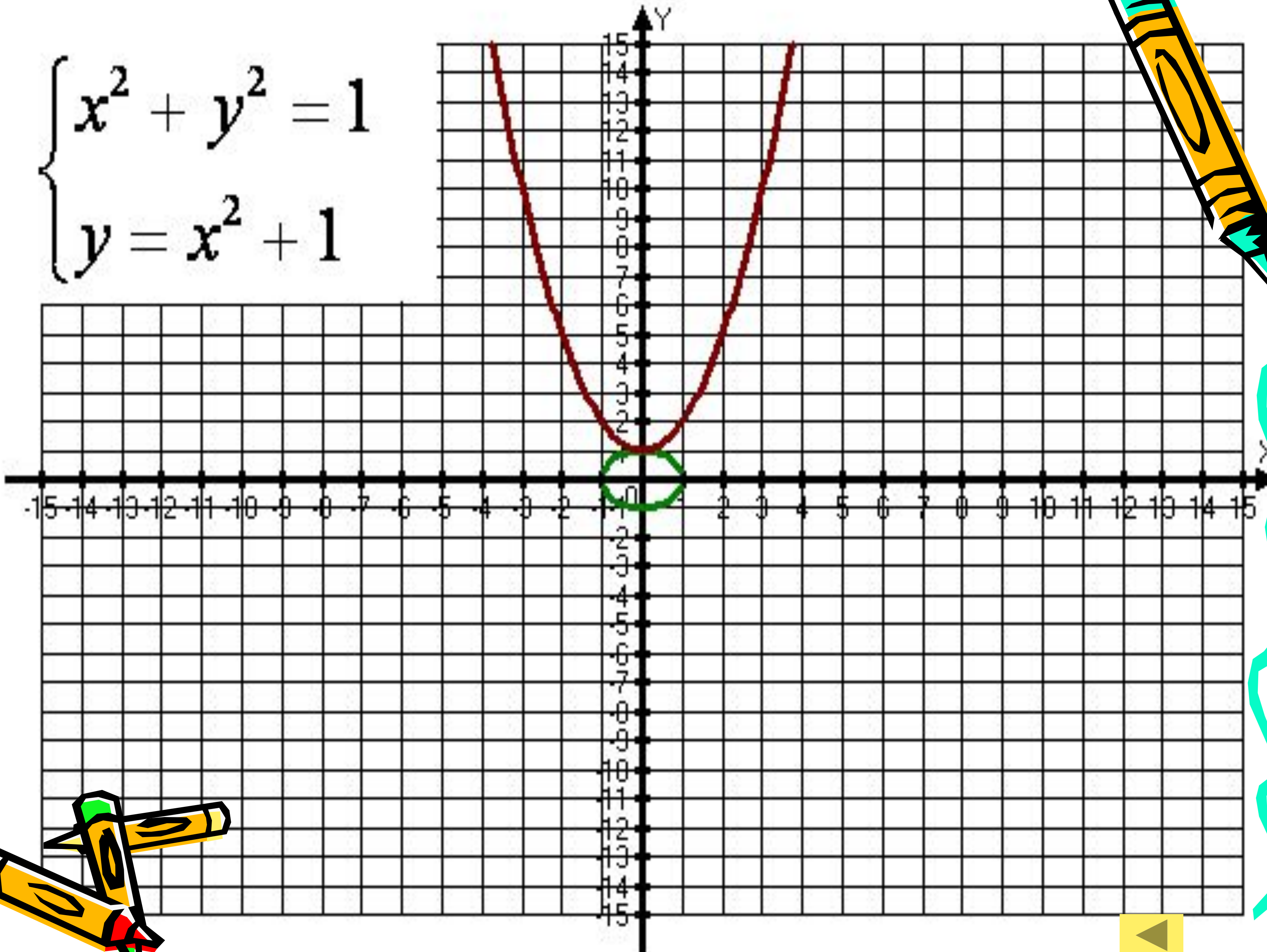
[Проверь]

конец

Полученная система:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y = x^2 + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y = x^2 + 1 \end{cases}$$



Успехов!!!

До новых встреч!