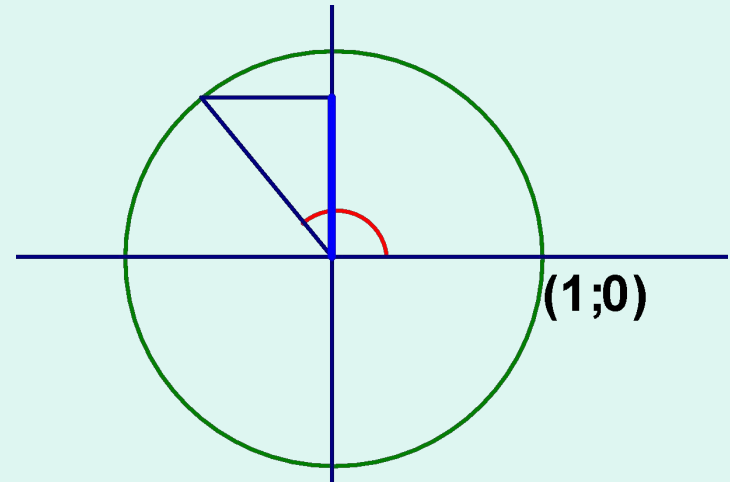


Тригонометрические уравнения

Определения тригонометрических функций

Синусом угла x называется
ордината точки
единичной окружности,
полученной из точки $(1; 0)$
поворотом на угол x



$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

Обратные тригонометрические функции

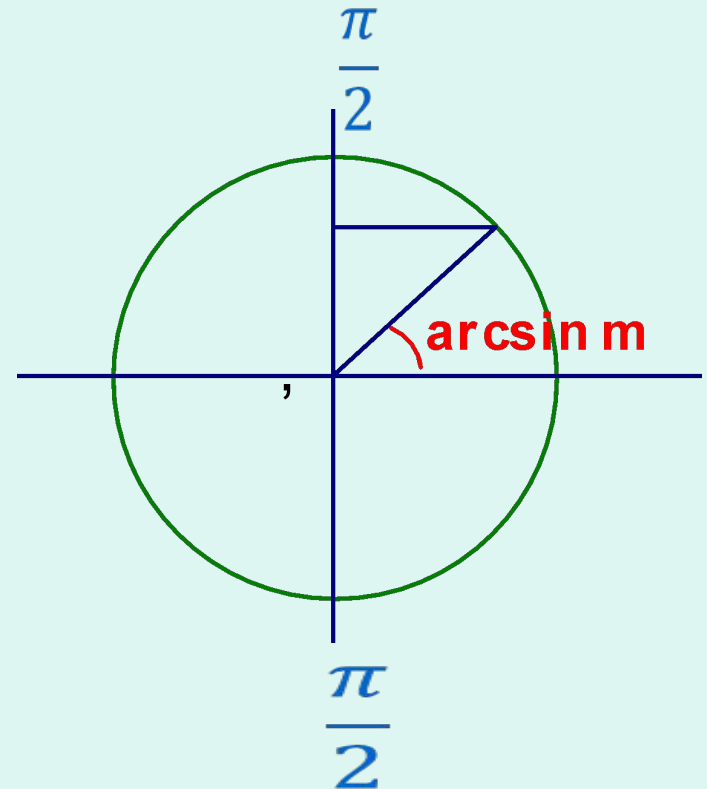
$$\frac{\pi}{2}$$

Арксинусом числа m называется
угол, принадлежащий промежутку

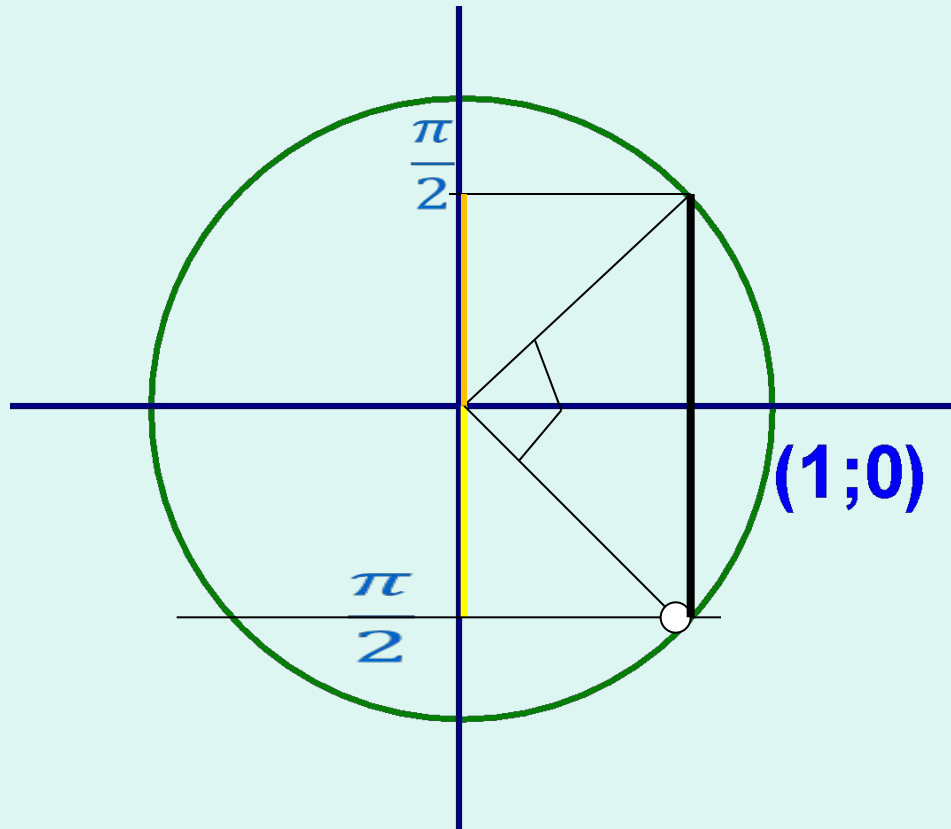
$$\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$$

синус которого равен m

$$-1 \leq m \leq 1$$

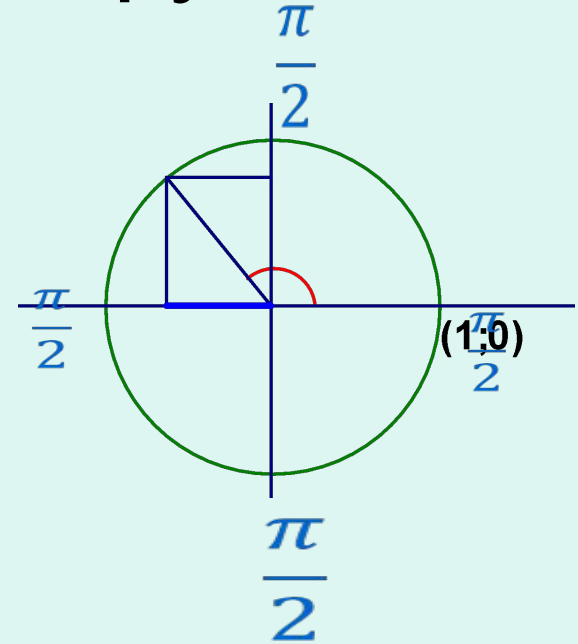


$$\arcsin(-a) = -\arcsin a$$



Определения тригонометрических функций

Косинусом угла x называется
абсцисса точки
единичной окружности,
полученной из точки $(1; 0)$
поворотом на угол x



A grid of 14 columns and 8 rows is shown. A vertical blue line is drawn through the 7th column. The labels $\frac{\pi}{2}$ are placed in the 4th, 5th, 8th, and 9th columns, aligned with the 4th row from the bottom.
$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

Обратные тригонометрические функции

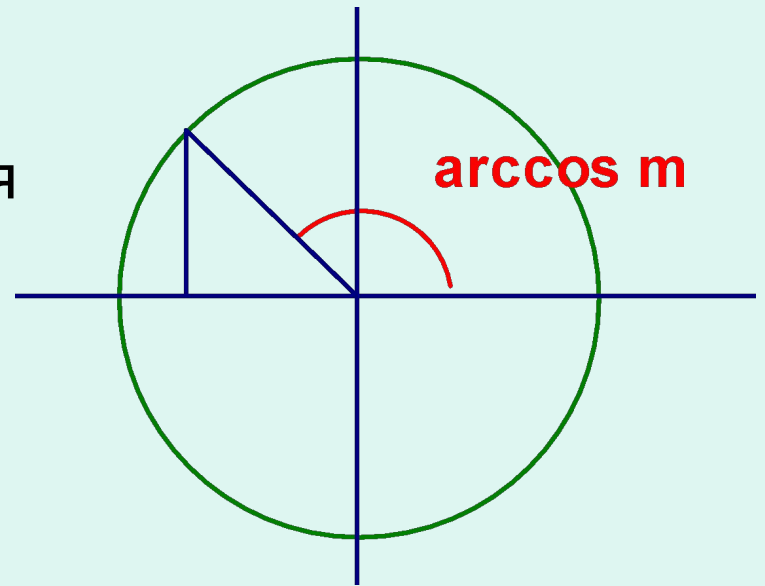
$$\frac{\pi}{2}$$

Аркосинусом числа m называется
угол, принадлежащий промежутку

$$[0; \pi]$$

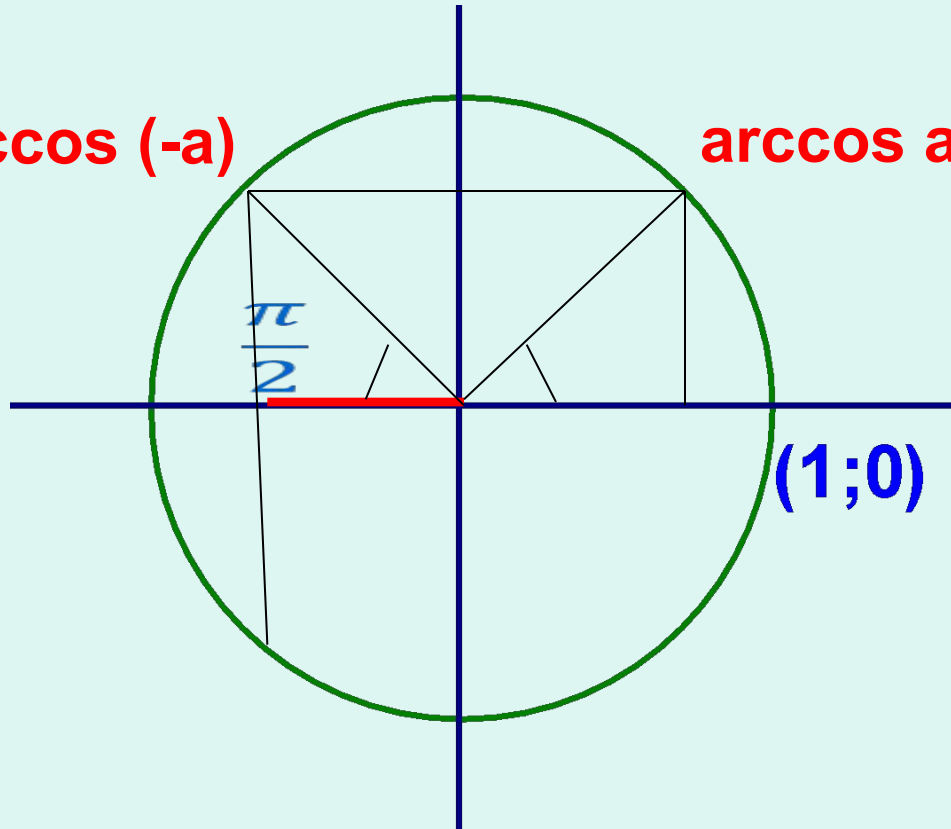
косинус которого равен m

$$-1 \leq m \leq 1$$



arccos (-a)

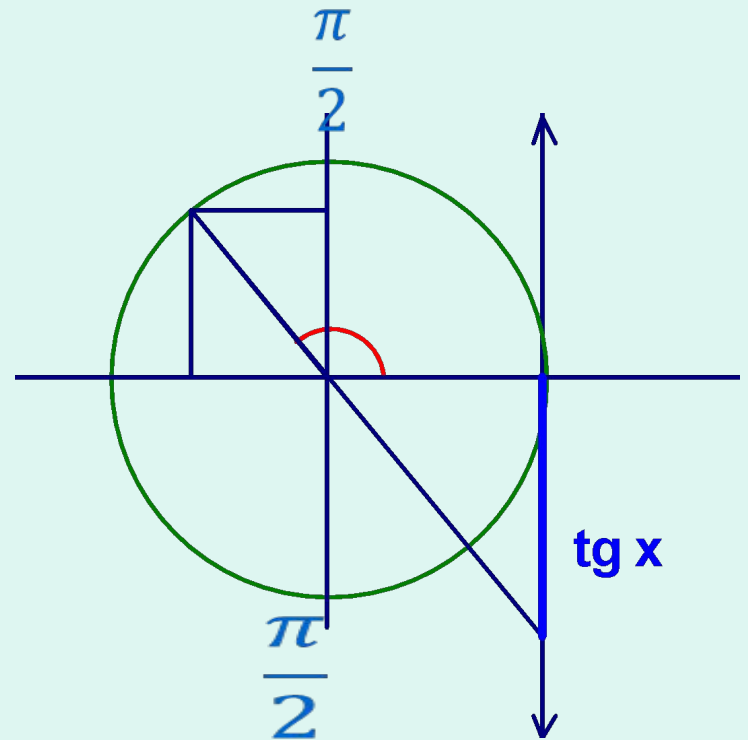
arccos a



(1;0)

Определения тригонометрических функций

Тангенсом угла x называется
отношение синуса к косинусу



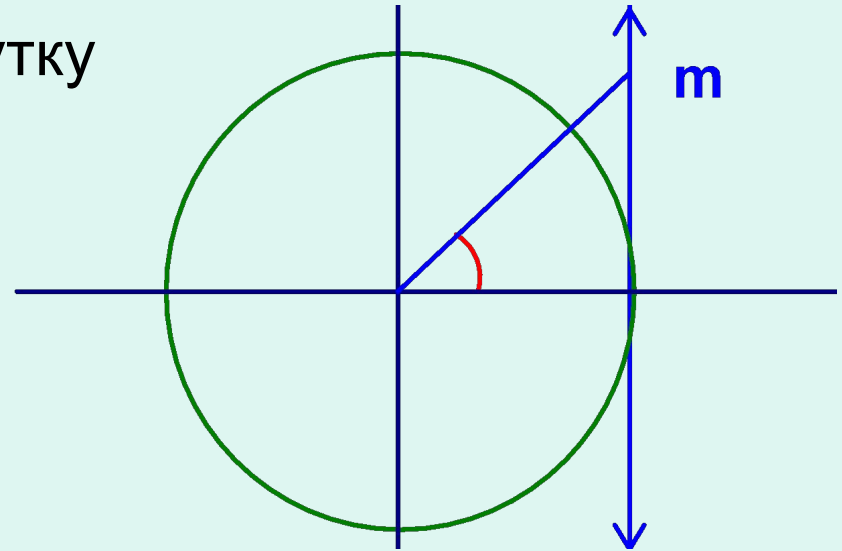
Обратные тригонометрические функции

Арктангенсом числа m называется

угол, принадлежащий промежутку

$$\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$$

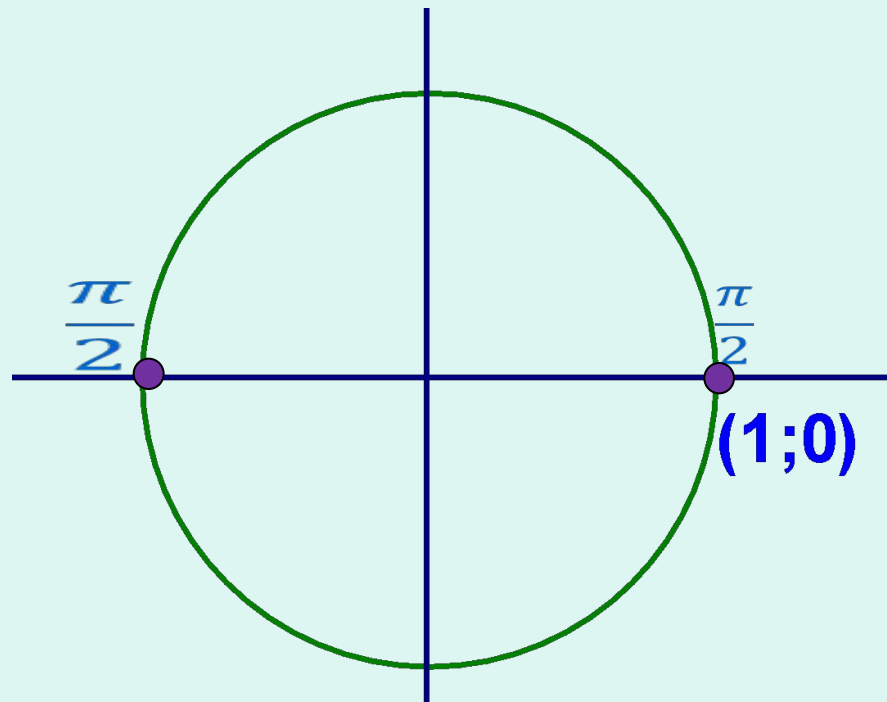
тангенс которого равен m



Решение простейших уравнений

Решим
уравнение

$$\sin x = 0$$

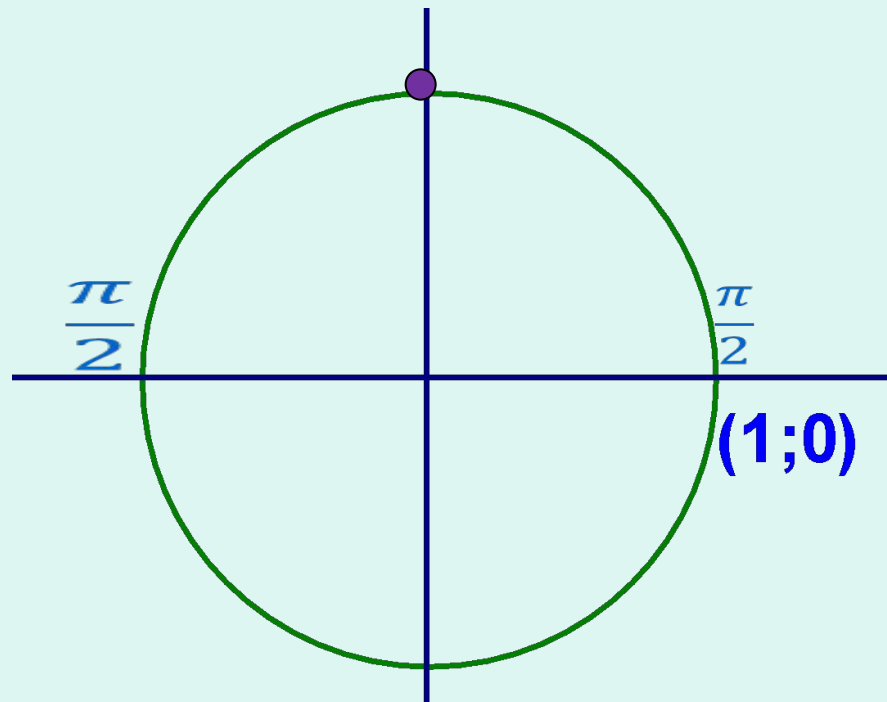


$$\sin x = 0, \quad x = \pi n, \quad n \in \mathbf{Z};$$

Решение простейших уравнений

Решим
уравнение

$$\sin x = 1$$

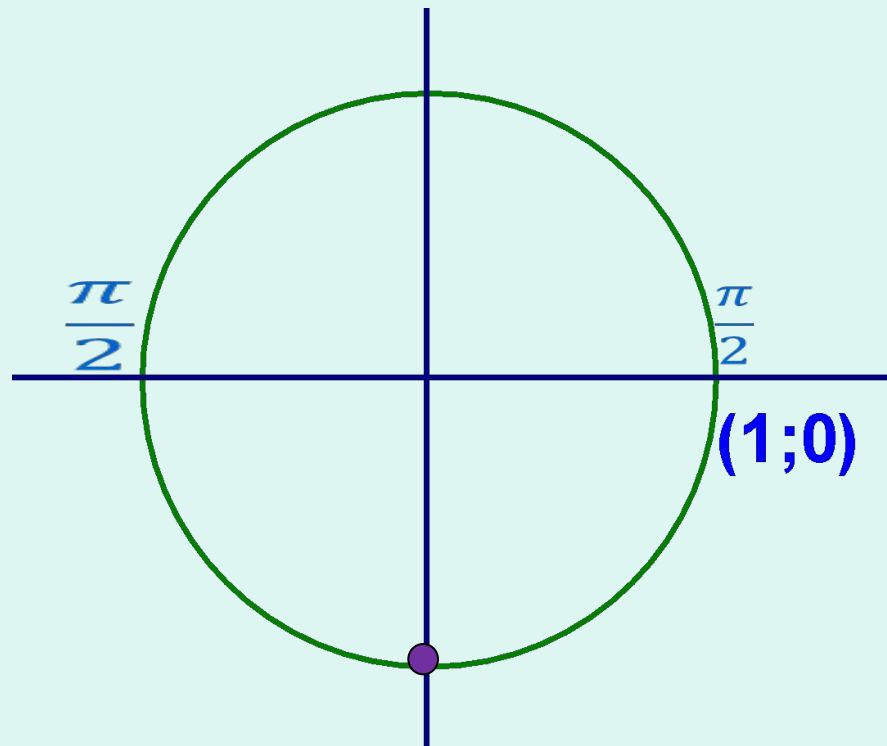


$$\sin x = 1, \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbf{Z};$$

Решение простейших уравнений

Решим
уравнение

$$\sin x = -1$$

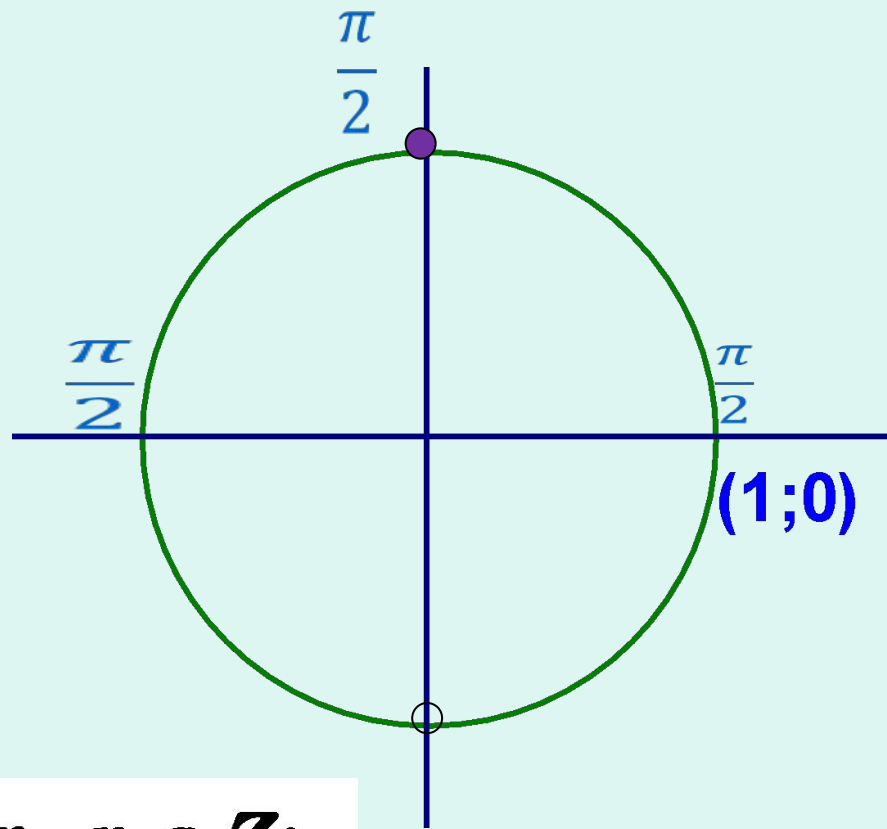


$$\sin x = -1, \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbf{Z}.$$

Решение простейших уравнений

Решим
уравнение

$$\cos x = 0$$

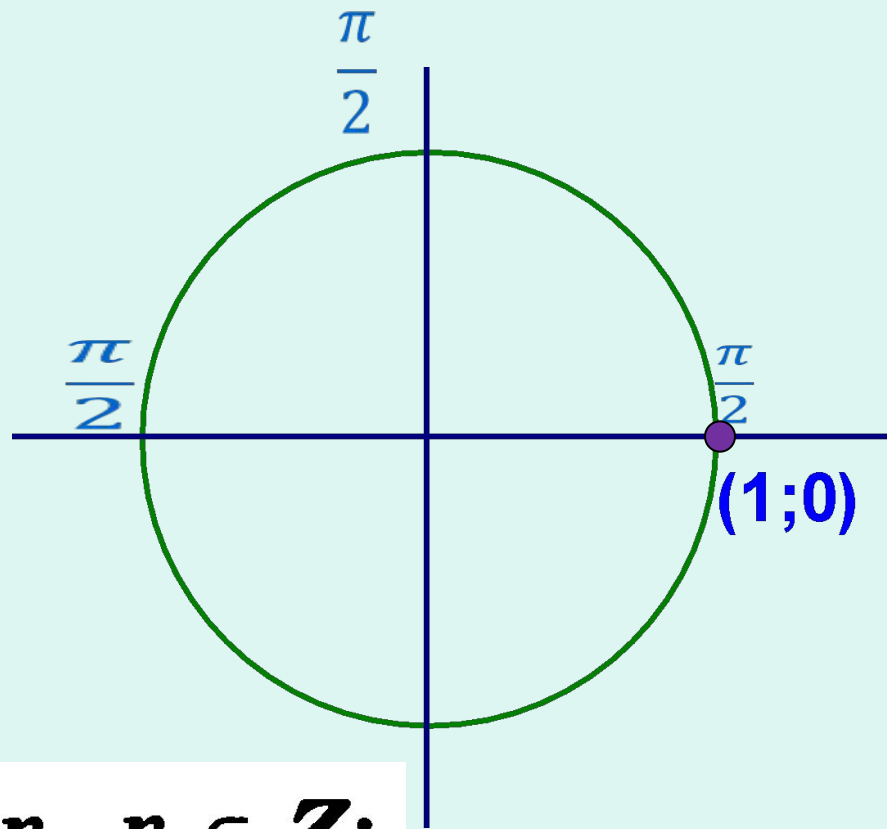


$$\cos x = 0, \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbf{Z};$$

Решение простейших уравнений

Решим
уравнение

$$\cos x = 1$$

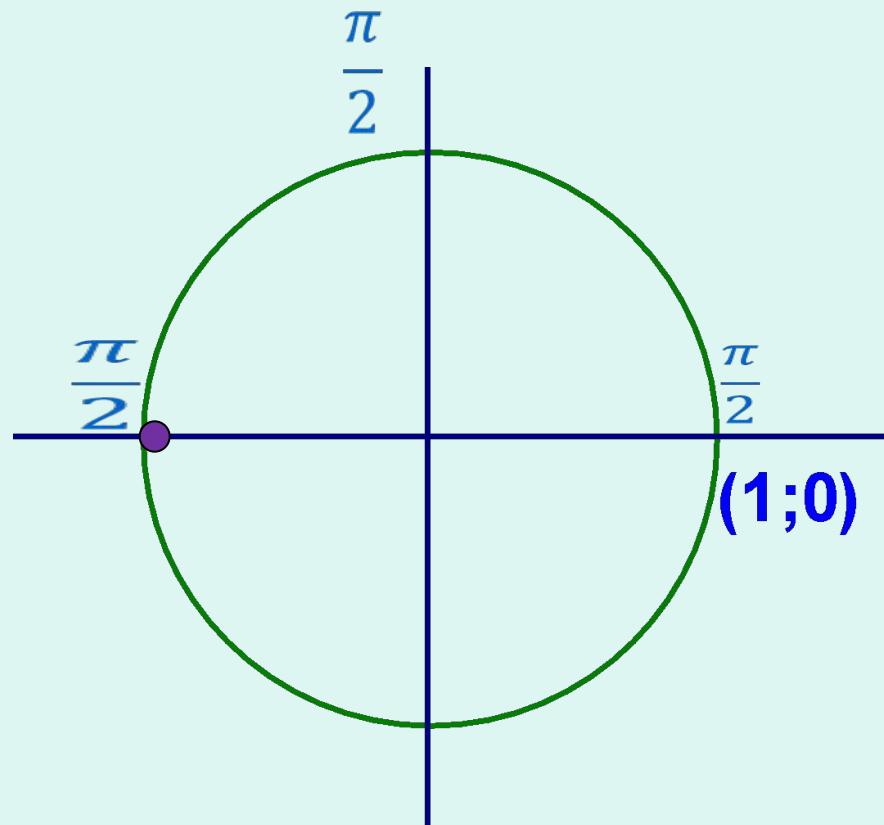


$$\cos x = 1, \quad x = 2\pi n, \quad n \in \mathbf{Z};$$

Решение простейших уравнений

Решим
уравнение

$$\cos x = -1$$



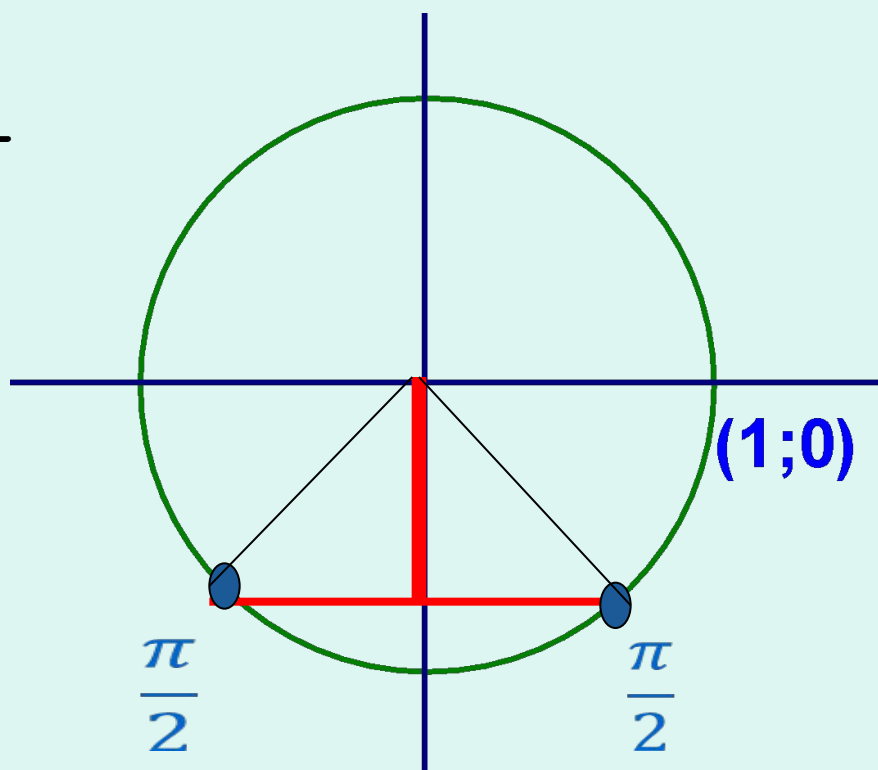
$$\cos x = -1, x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}.$$

Решение простейших уравнений

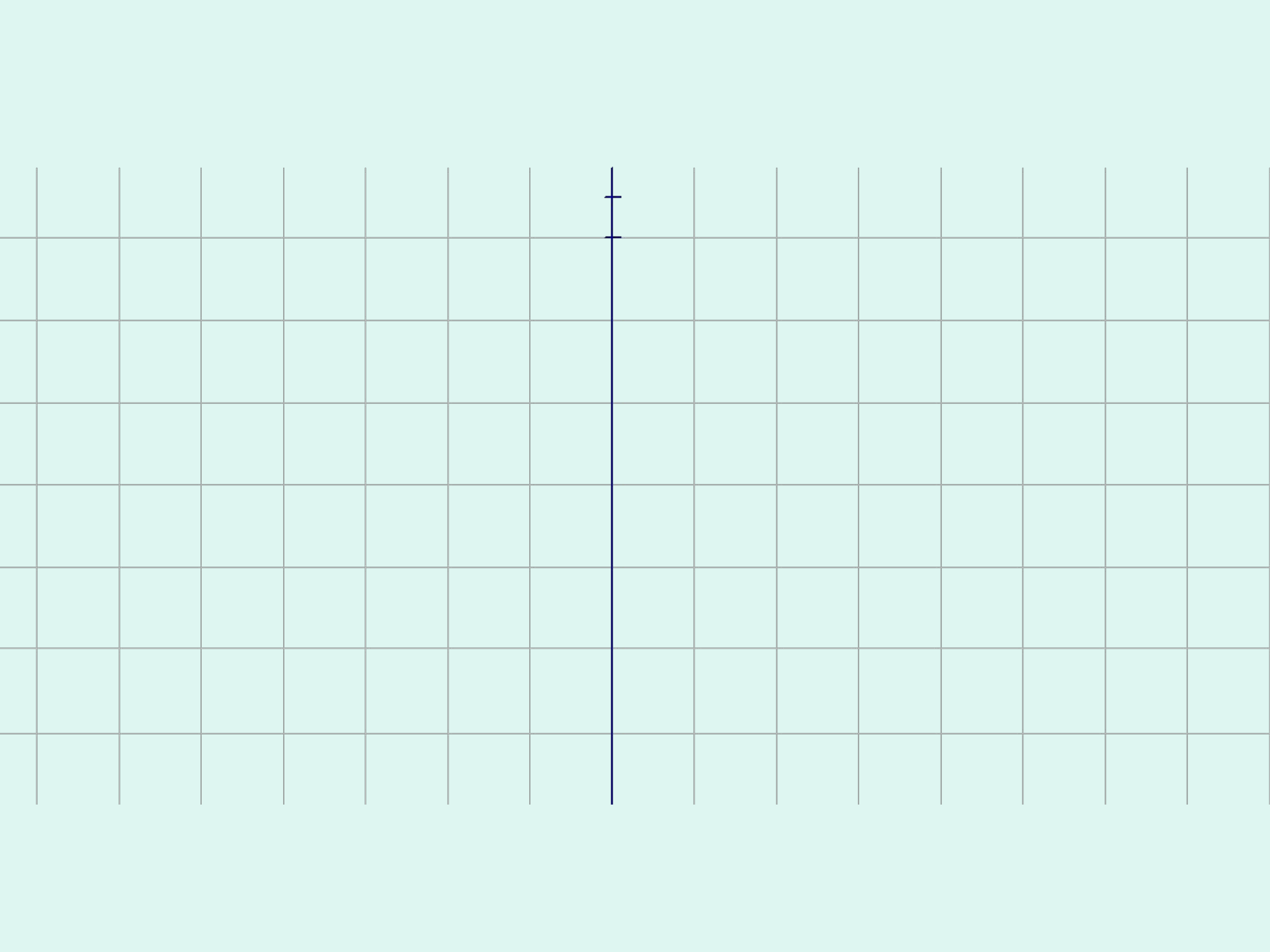
Решим
уравнение

$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\frac{\pi}{2}$
 $\frac{\pi}{2}$



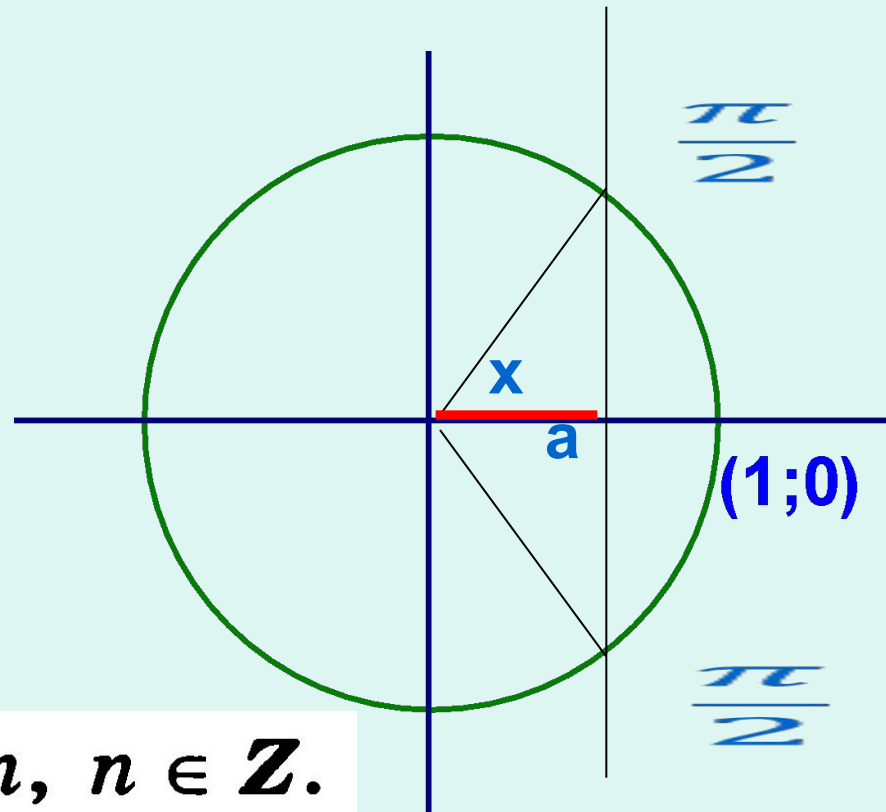
$$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, \quad n \in \mathbf{Z}.$$



Решение простейших уравнений

Решим
уравнение

$$\cos x = a$$



$$x = \pm \arccos a + 2\pi n, \quad n \in \mathbf{Z}.$$

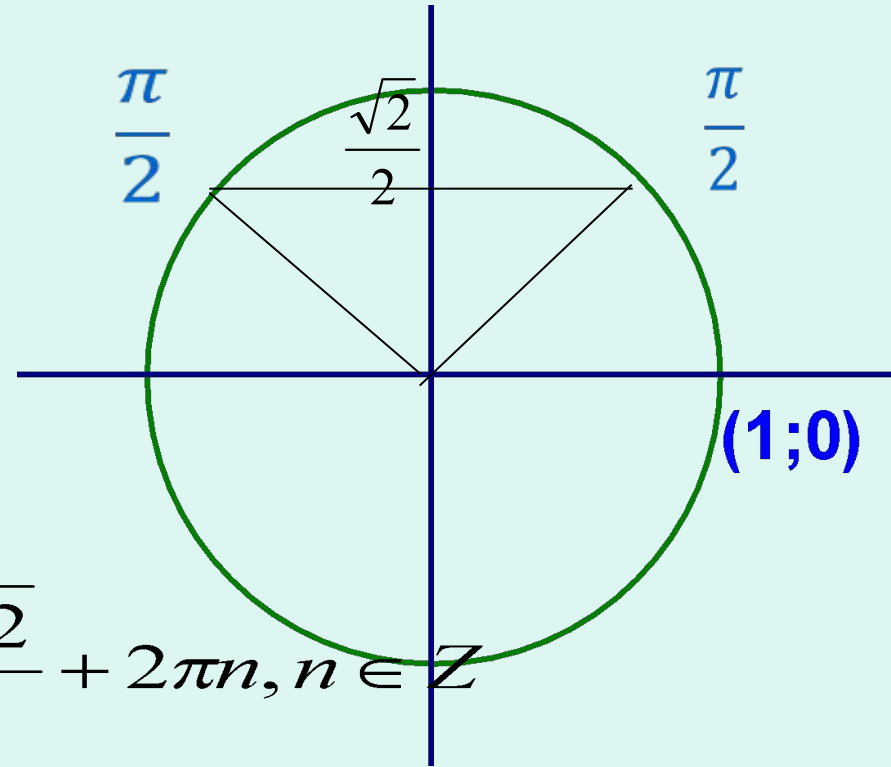
Решение простейших уравнений

Решим

уравнение

$$2 \sin\left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}\right) = \sqrt{2}$$

$$\sin\left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$\left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}\right) = (-1)^n \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}\right) = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

С1. а) Решите уравнение $2\sin^3x - 2\sin x + \cos^2x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Решение.

а) Запишем уравнение в виде:

$$2\sin x(\sin^2 x - 1) - \cos^2 x = 0$$

$$\cos^2 x \cdot (1 + 2\sin x) = 0.$$

Значит, или $\cos x = 0$, или

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

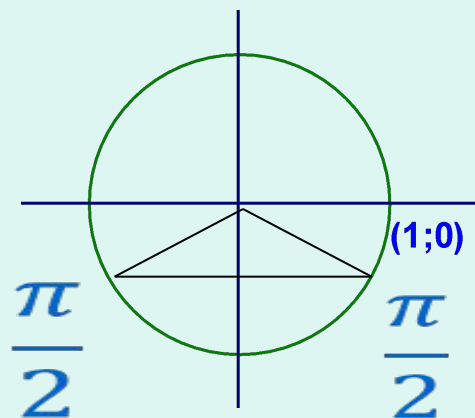
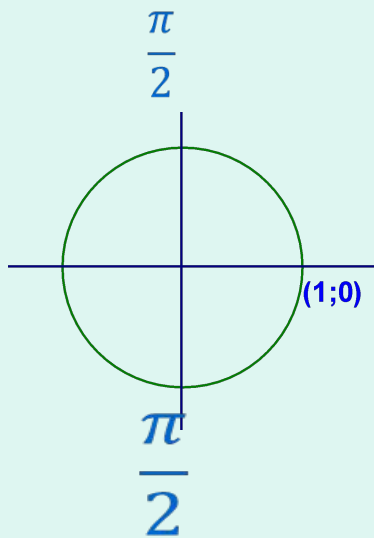
Значит, или $\cos x = 0$,

или

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k \text{ или } x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$



Чтобы отобрать корни, принадлежащие отрезку
 решим двойное неравенство относительно k

$$\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right],$$

•

$$-\frac{7\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} + \pi k \leq -2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$-\frac{7\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \leq \pi k \leq -2\pi - \frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\pi k \leq -2\pi - \frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$k \leq -2 - \frac{1}{2} \rightarrow$$

Теперь решим неравенство из второго решения уравнения

- $-\frac{7\pi}{2} - \frac{\pi}{6} + 2\pi k - 2\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$-\frac{7\pi}{2} + \frac{\pi}{6} + 2\pi k - 2\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$$

$$2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$k, k \in \mathbb{Z}$$

$$k$$

$$\bullet \quad -\frac{7\pi}{2} - \frac{7\pi}{2} + 2\pi k - 2\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$-\frac{5\pi}{6} + 2\pi k - 2\pi + \frac{5\pi}{6}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$k$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z} \quad x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k \text{ или } x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$