



Лекции по
начертательной
геометрии
Преобразование
комплексного чертежа

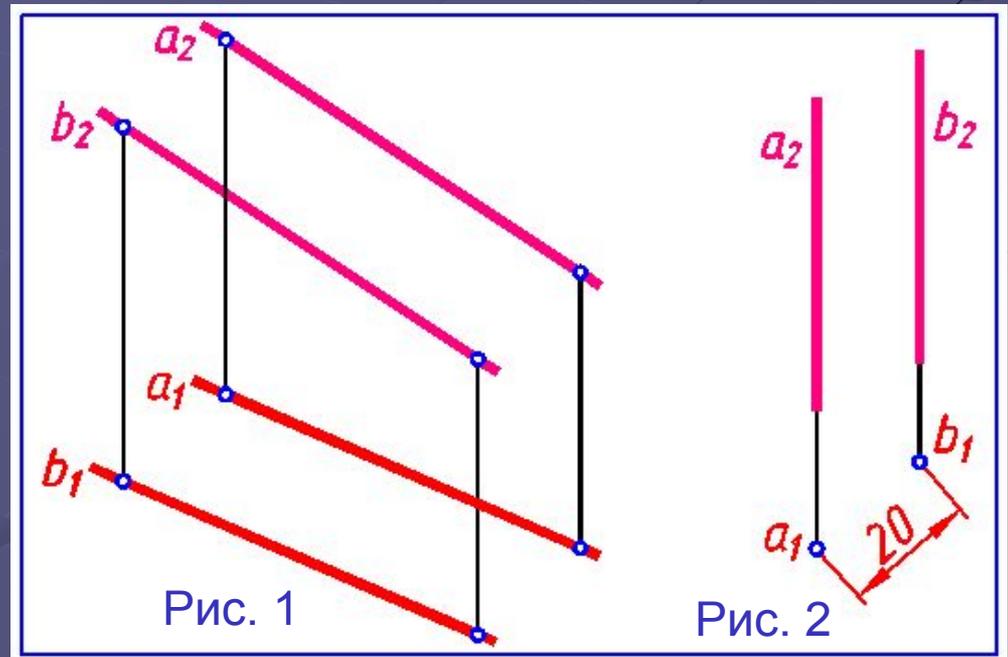
Преобразование комплексного чертежа

При решении той или иной задачи бывает целесообразно преобразовать чертеж так, чтобы заданные геометрические фигуры оказались бы в наивыгоднейшем положении относительно плоскостей проекций. Для этого существуют различные способы преобразования комплексного чертежа.

Наивыгоднейшее положение

Положение геометрических фигур относительно плоскостей проекций, при котором мы непосредственно по чертежу получаем ответ на поставленный в задаче вопрос, называется **наивыгоднейшим**.

Например, по **рис. 2** можно сразу определить **расстояние между параллельными прямыми a и b** , а по **рис. 1**, этого сделать нельзя

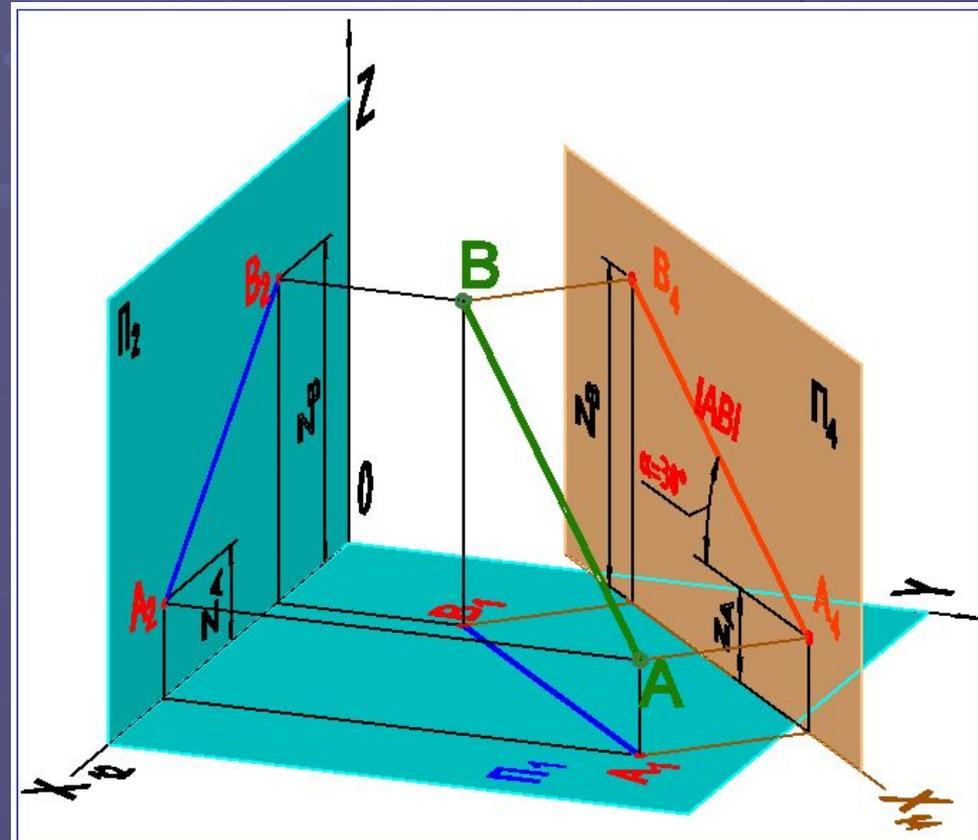


СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА

- ЗАМЕНА ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ
- СПОСОБ ВРАЩЕНИЯ
- ИЗМЕНЕНИЕ НАПРАВЛЕНИЯ
ПРОЕЦИРОВАНИЯ

ЗАМЕНА ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

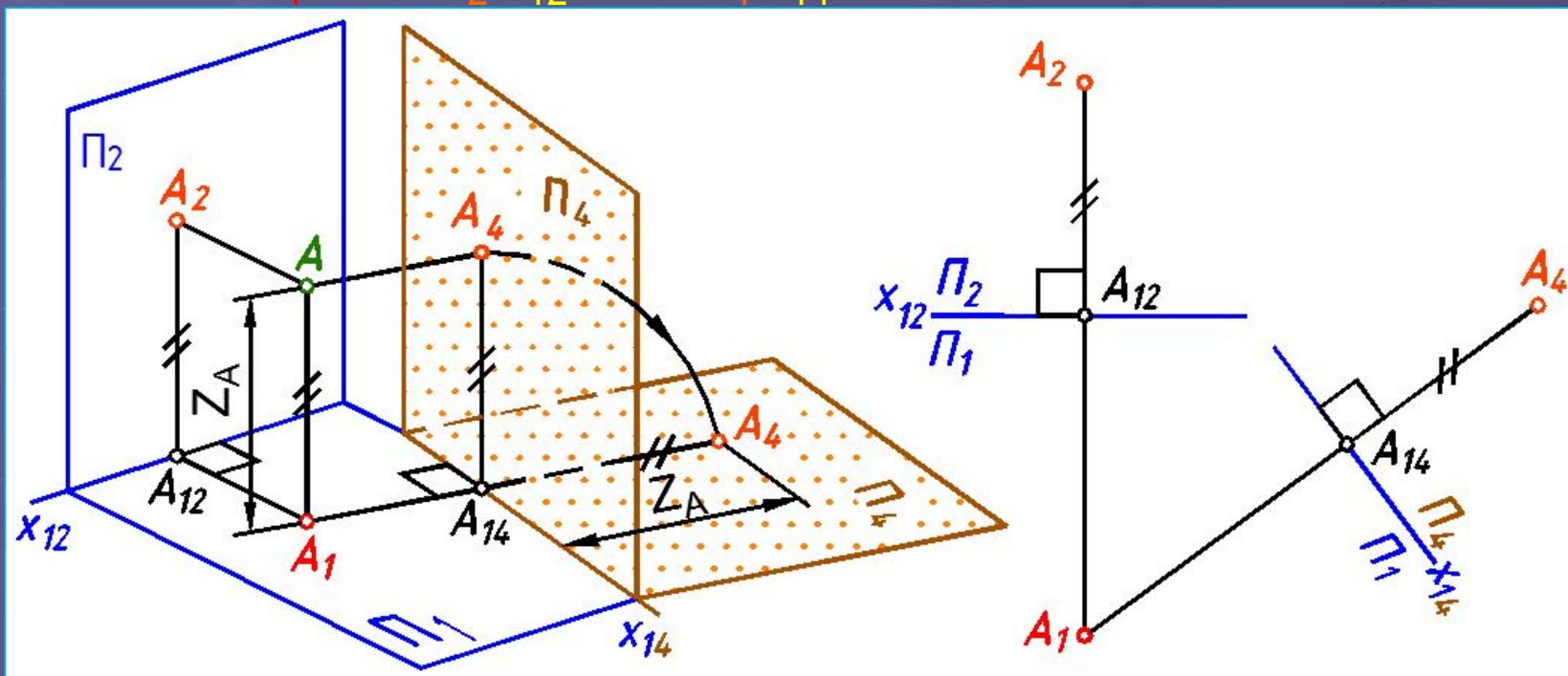
- Геометрическую фигуру проецируют на **новую плоскость** (Π_4), заменяющую одну из основных.
- Положение **новой плоскости проекций** (Π_4) выбирают в зависимости от поставленной задачи (например, параллельно геометрической фигуре).
- **Дополнительная плоскость** (Π_4) должна быть перпендикулярна незаменяемой плоскости проекций.
- Одновременно можно заменять только одну плоскость проекций (Π_1 или Π_2).



Замена фронтальной плоскости проекций (преобразование системы Π_2/Π_1 в систему Π_4/Π_1)

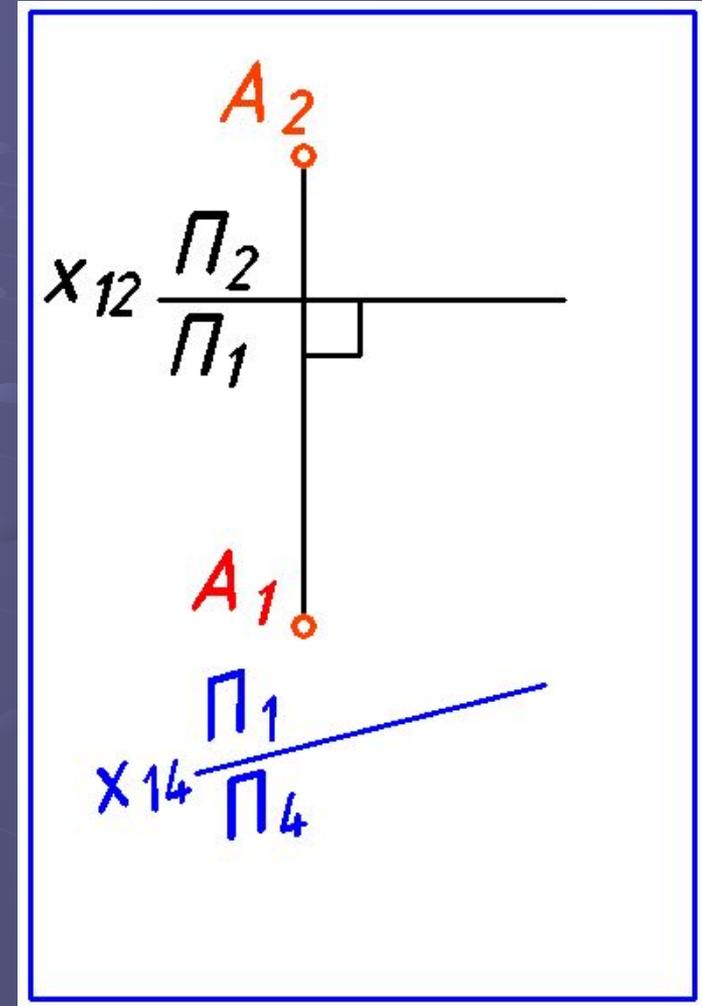
При переходе от старой системы Π_2/Π_1 к новой Π_4/Π_1 остаются неизменными (являются инвариантами преобразования):

- 1) плоскость Π_1 и точка A ;
- 2) горизонтальная проекция A_1 , точки A ;
- 3) расстояние точки A до плоскости Π_1 (высота - z_A),
т. е. $|AA_1| = |A_2A_{12}| = |A_4A_{14}|$.



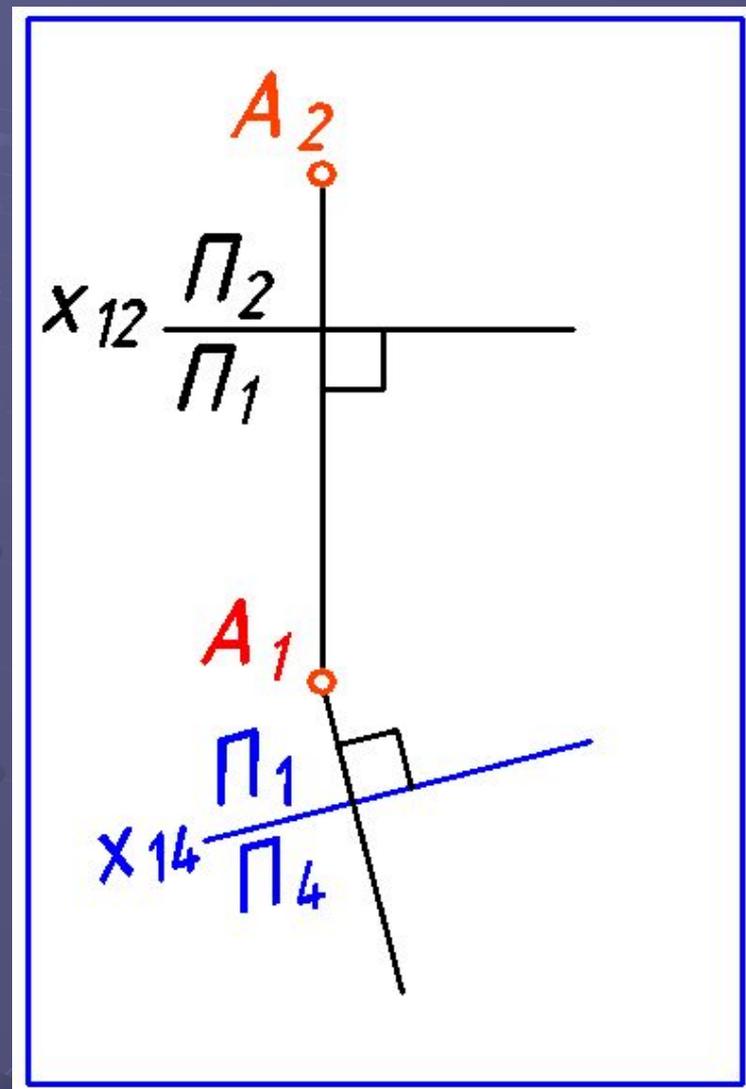
Замена фронтальной плоскости проекций

- Между проекциями точки A A_1 и A_2 проводим ось $x_{12} = \Pi_1 \cap \Pi_2$.
- Для построения проекции A_4 в новой системе плоскостей проекций Π_4/Π_1 , на комплексном чертеже проводим новую ось проекций x_{14} , положение которой определяется положением новой фронтальной плоскости проекций Π_4 ($x_{14} = \Pi_1 \cap \Pi_4$).



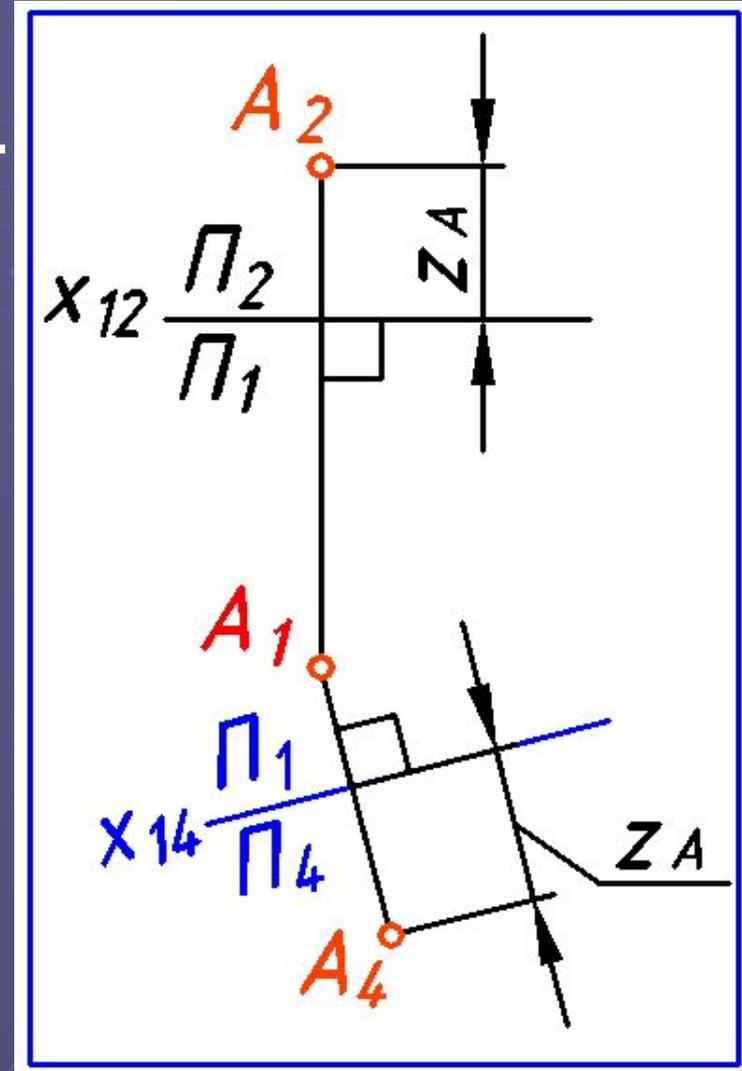
Замена фронтальной плоскости проекций

Из горизонтальной проекции точки A_1 проводим линию связи, **перпендикулярную** новой оси проекций X_{14} .



Замена фронтальной плоскости проекций

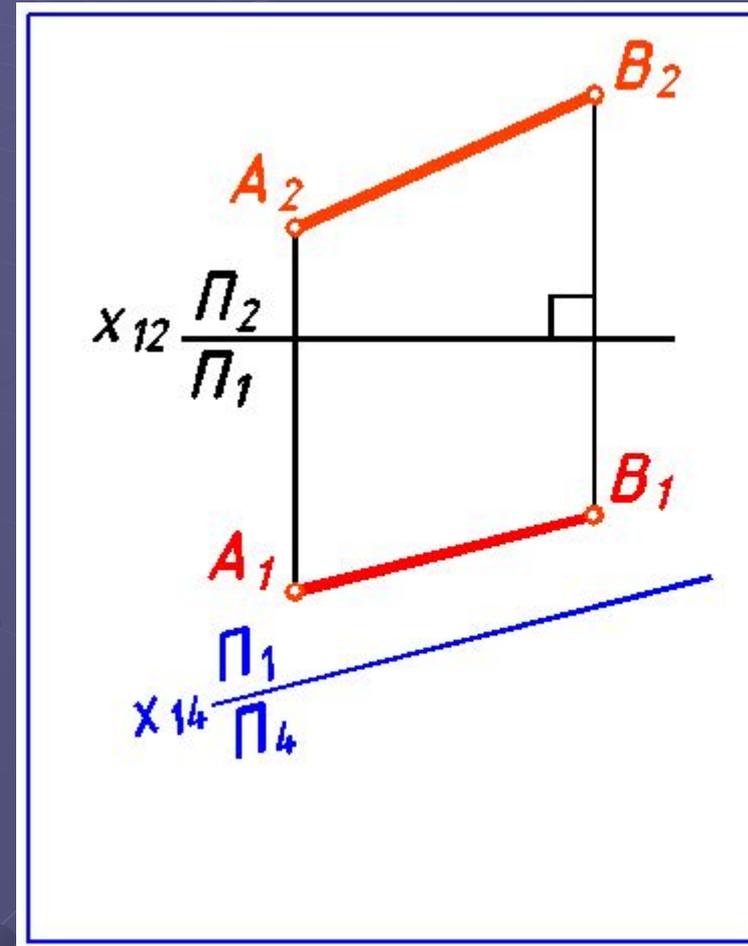
- На линии связи от оси X_{14} отмеряем высоту точки A (Z_A).
- Полученная таким образом точка A_4 является проекцией точки A на плоскость Π_4 .
- В новой системе плоскостей проекций Π_4/Π_1 положение точки A определяется проекциями A_1 и A_4 .



Замена фронтальной плоскости проекций

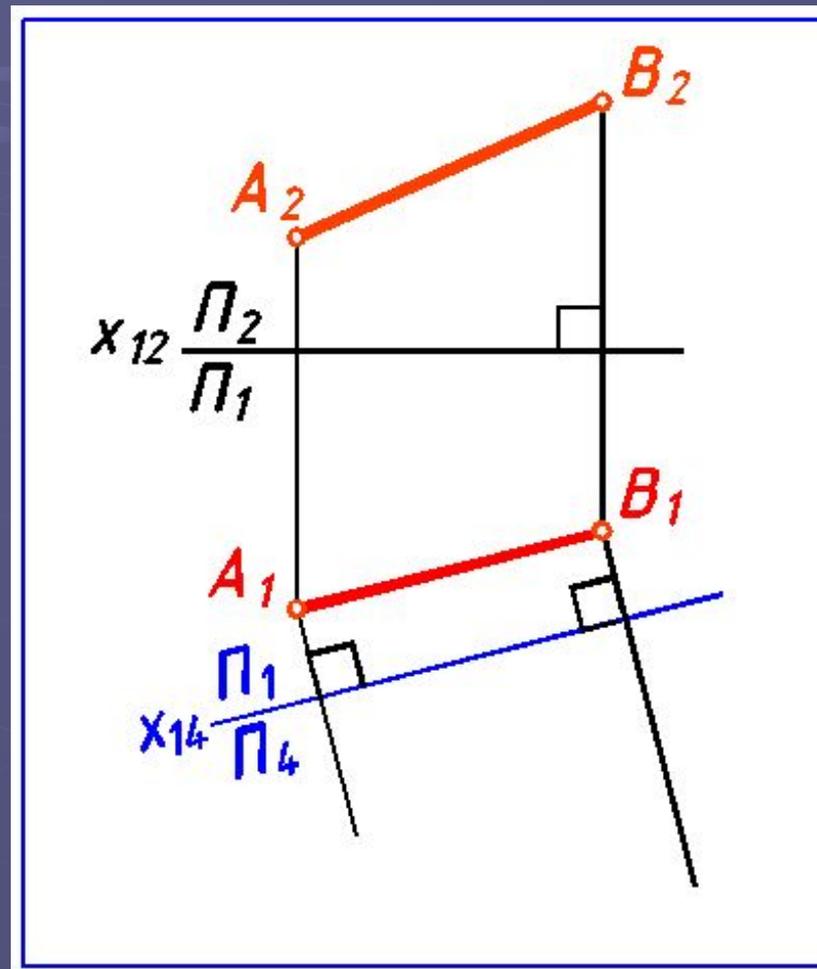
Задача. Определить длину отрезка $|AB|$ прямой общего положения и угол α наклона его к плоскости проекций Π_1

Отрезок прямой проецируется **без искажения** на плоскость проекций, если он ей параллелен. Поэтому вместо плоскости Π_2 , введем новую дополнительную плоскость Π_4 **параллельно** отрезку $[AB]$ и **перпендикулярную** плоскости Π_1 . Расстояние от плоскости Π_4 до отрезка $[AB]$ произвольное. Плоскости проекций Π_1 и Π_4 пересекаются по прямой x_{14} - новой оси проекций, которая в данном случае параллельна горизонтальной проекции $[A_1B_1]$ отрезка $[AB]$.



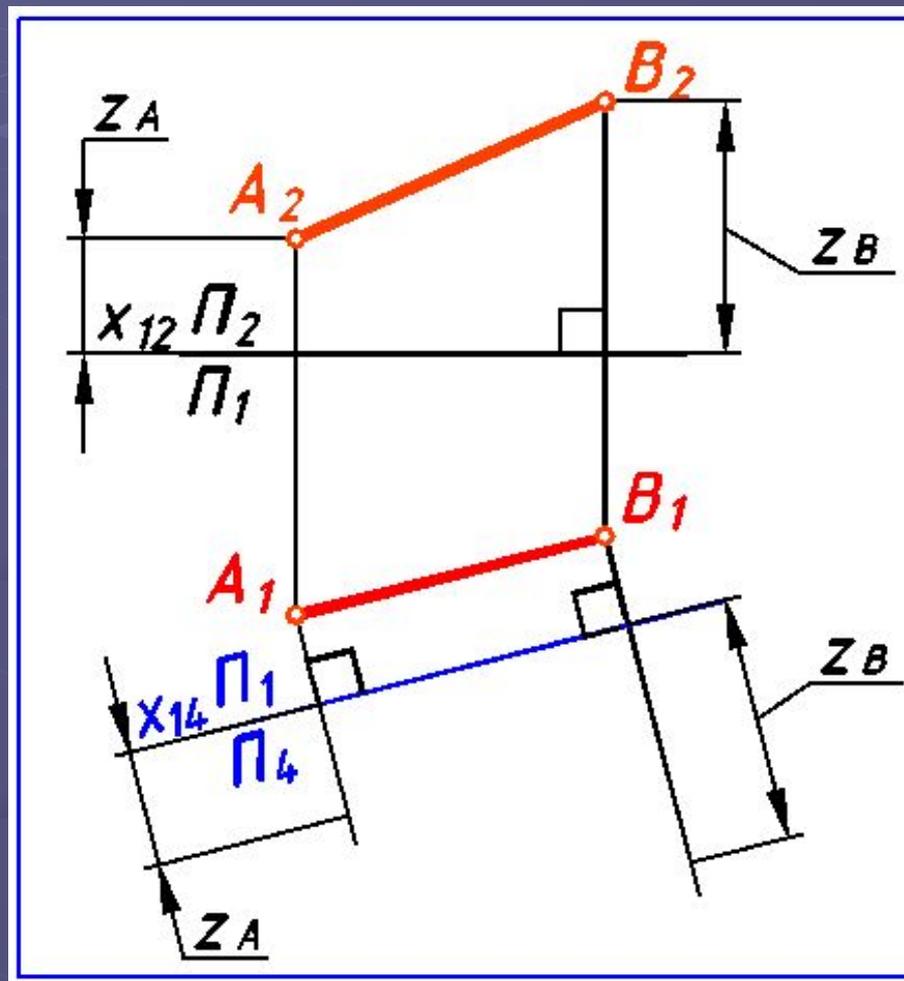
Замена фронтальной плоскости проекций

Через горизонтальные проекции концов отрезка (A_1 и B_1) проводим **линии связи**, **перпендикулярные** оси X_{14} .



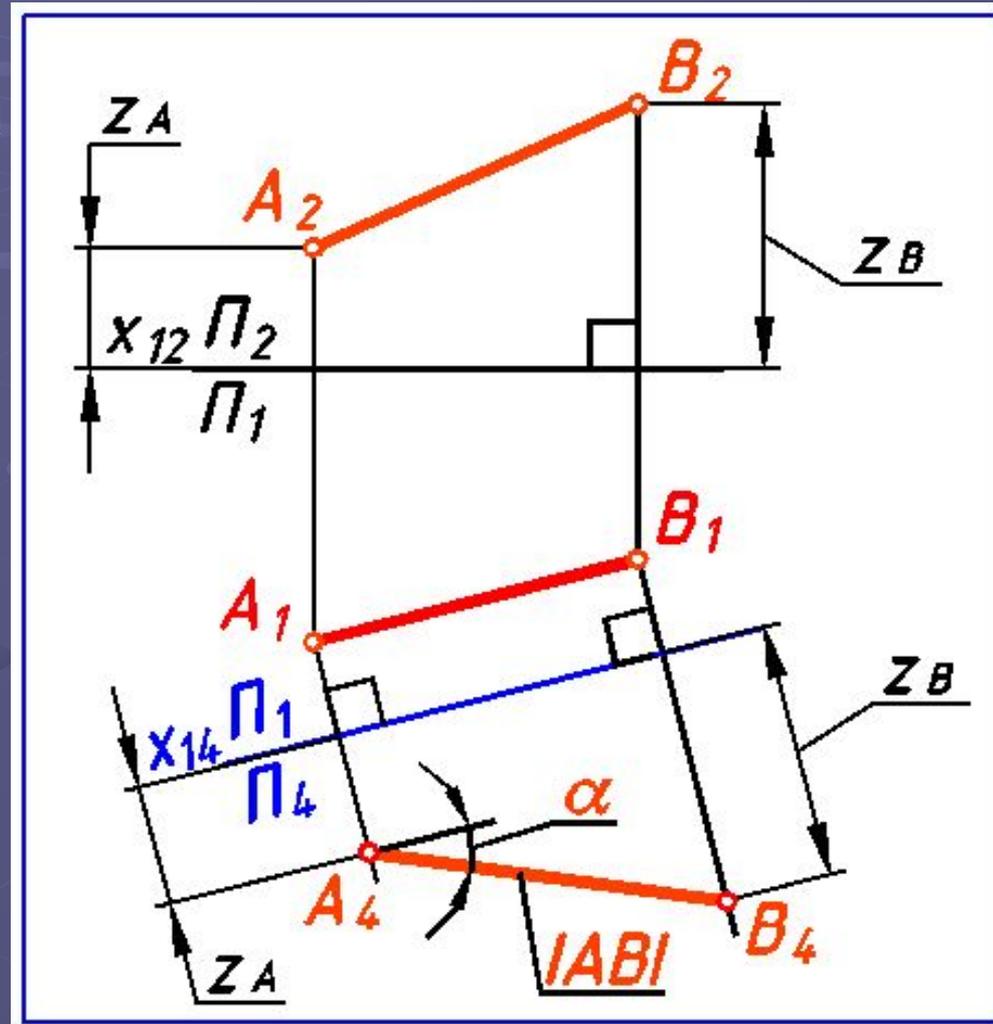
Замена фронтальной плоскости проекций

На этих линиях связи от оси X_{14} откладываем отрезки, равные высотам (координатам Z) точек A и B .



Замена фронтальной плоскости проекций

- Фиксируем A_4 и B_4 – проекции точек A и B на новую плоскость Π_4 .
- Задача решена, так как $|A_4B_4| = |AB|$.
- Определен угол α наклона отрезка $[AB]$ к плоскости проекций Π_1 .
- В системе Π_4/Π_1 отрезок $[AB]$ является фронталью.

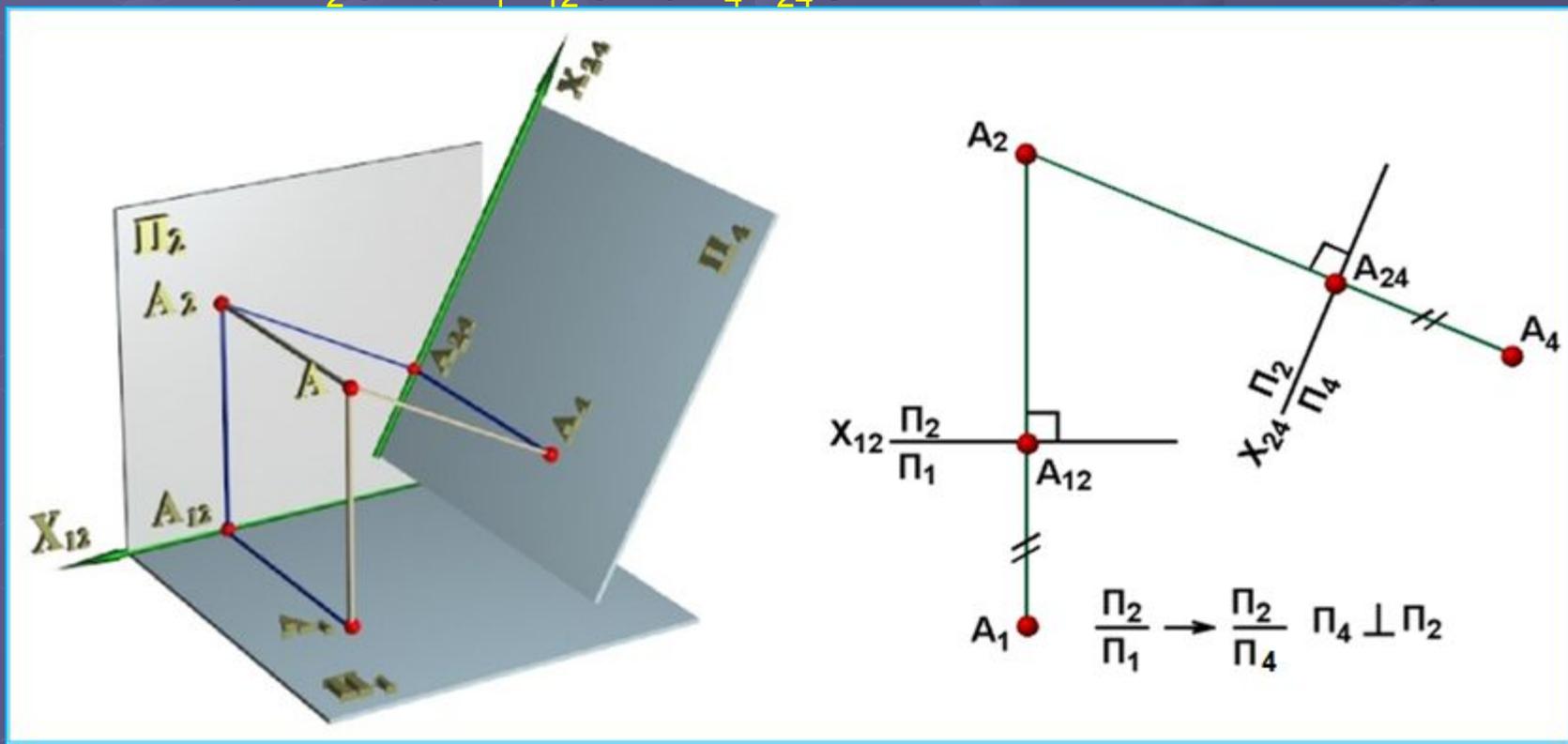


Замена горизонтальной плоскости проекций

(преобразование системы Π_2/Π_1 в систему Π_2/Π_4)

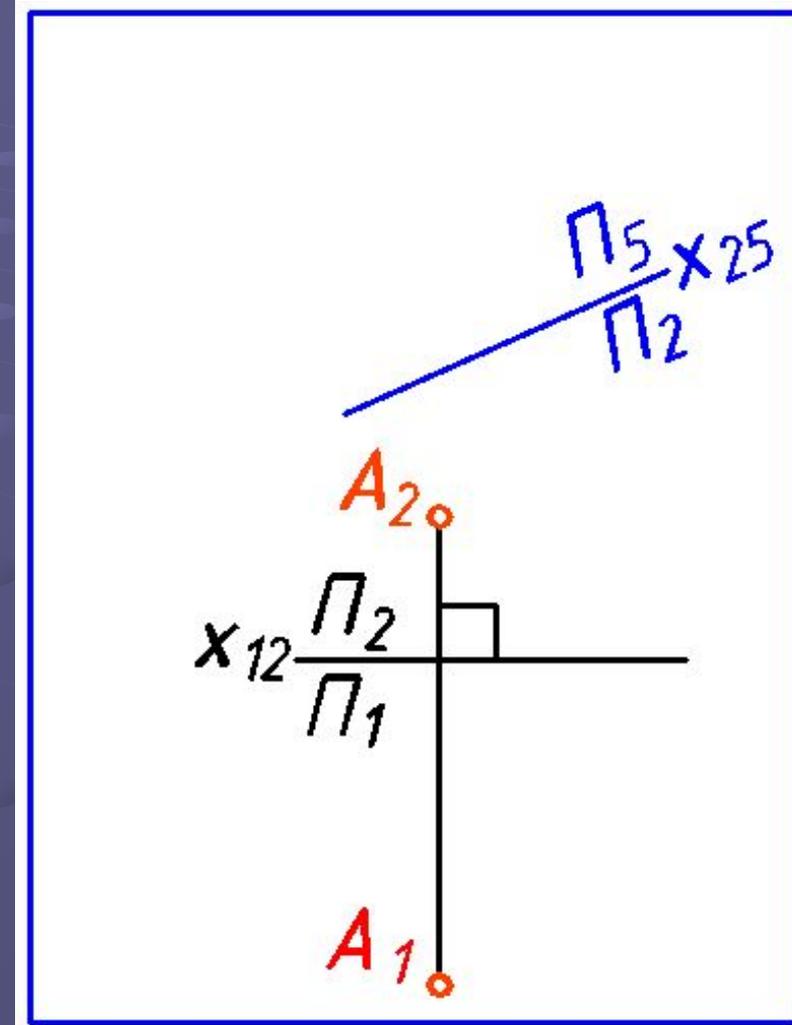
При переходе от старой системы Π_2/Π_1 к новой Π_2/Π_4 остаются неизменными (являются инвариантами преобразования):

- 1) плоскость Π_2 и точка A ;
- 2) фронтальная проекция A_2 точки A ;
- 3) расстояние точки A до плоскости Π_2 (глубина - y_A),
т. е. $|AA_2| = |A_1A_{12}| = |A_4A_{24}|$.



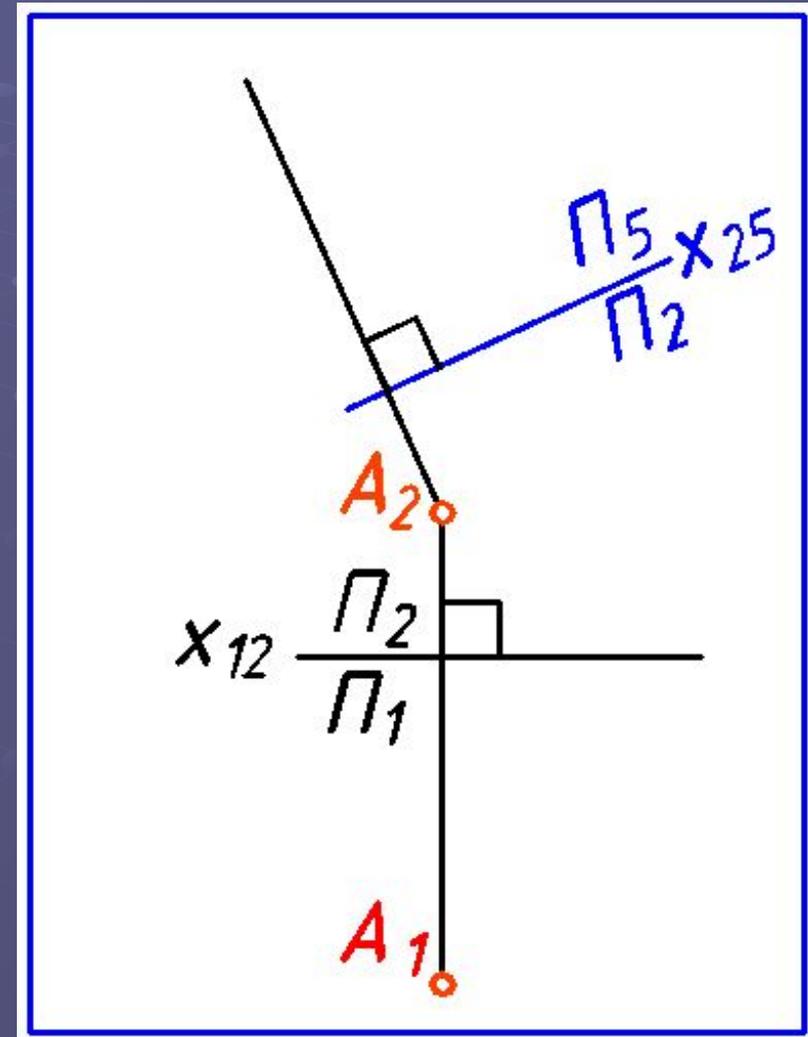
Замена горизонтальной плоскости проекций

- Между проекциями точки A A_1 и A_2 проводим ось $x_{12} = \Pi_1 \cap \Pi_2$.
- Для построения проекции A_5 в новой системе плоскостей проекций Π_2/Π_5 , на комплексном чертеже проводим новую ось проекций x_{25} , положение которой определяется положением новой горизонтальной плоскости проекций Π_5 ($x_{25} = \Pi_2 \cap \Pi_5$).



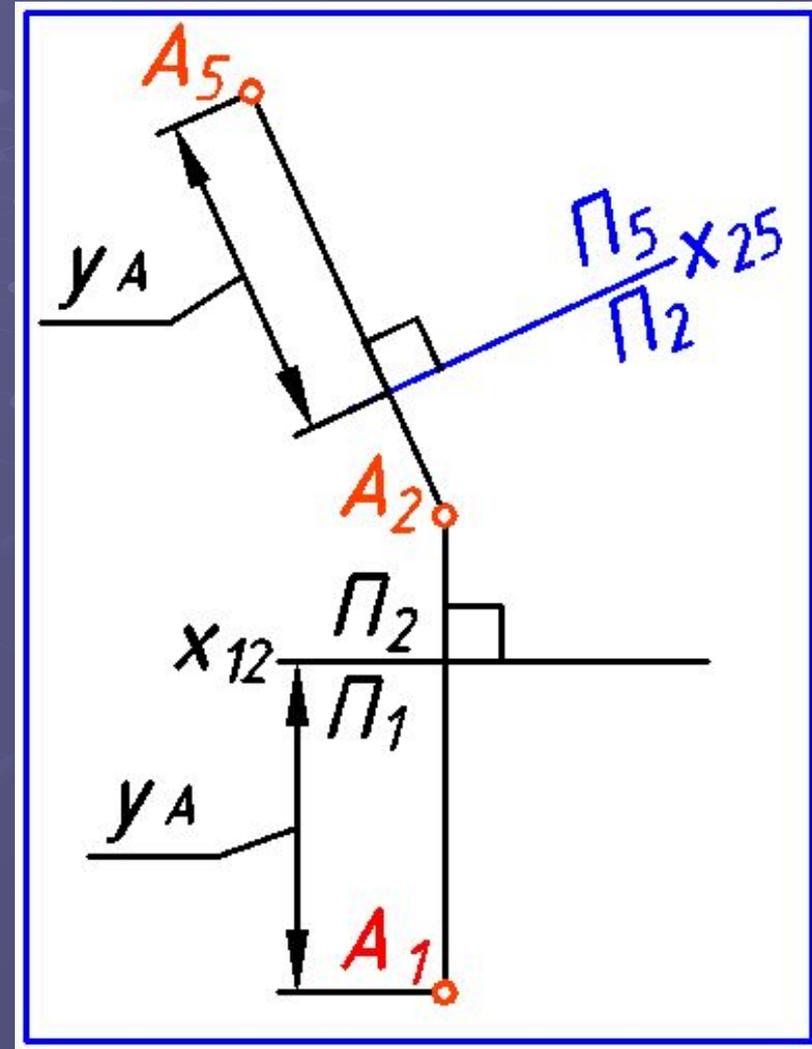
Замена горизонтальной плоскости проекций

Из фронтальной проекции точки A_2 проводим линию связи, перпендикулярную новой оси проекций X_{25} .



Замена горизонтальной плоскости проекций

- На линии связи от оси X_{25} отмеряем глубину точки A (y_A).
- Полученная таким образом точка A_5 является проекцией точки A на плоскость Π_5 .
- В новой системе плоскостей проекций Π_2/Π_5 положение точки A определяется проекциями A_2 и A_5 .



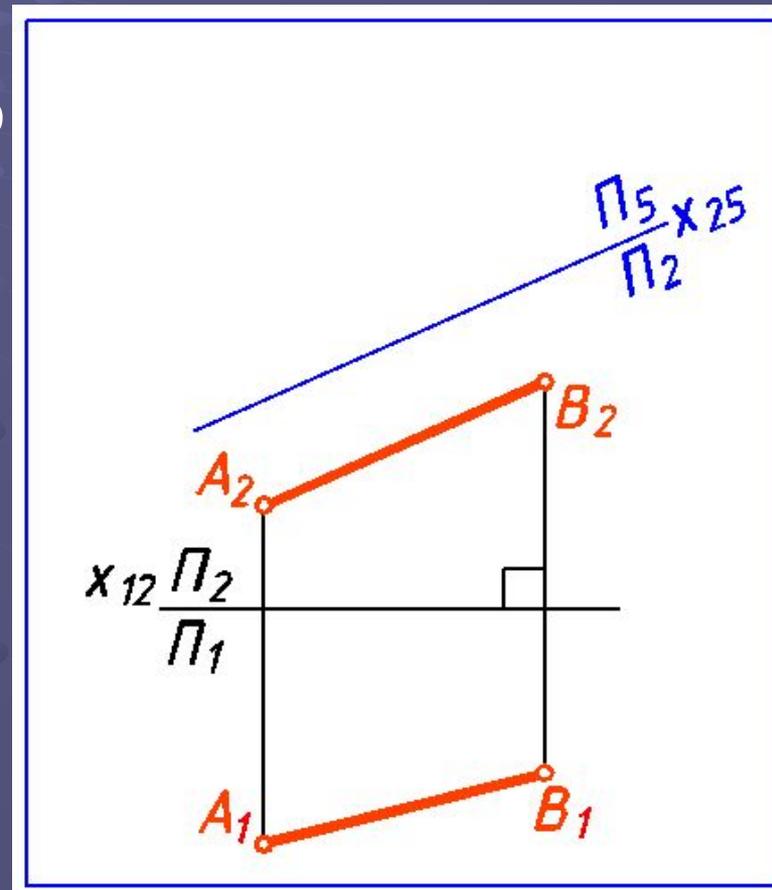
Замена горизонтальной плоскости проекций

Задача. Определить длину отрезка AB прямой общего положения и угол β наклона его к плоскости проекций Π_2 .

Вместо плоскости Π_1 , введем новую дополнительную плоскость Π_5 параллельно отрезку AB и перпендикулярную плоскости Π_2 .

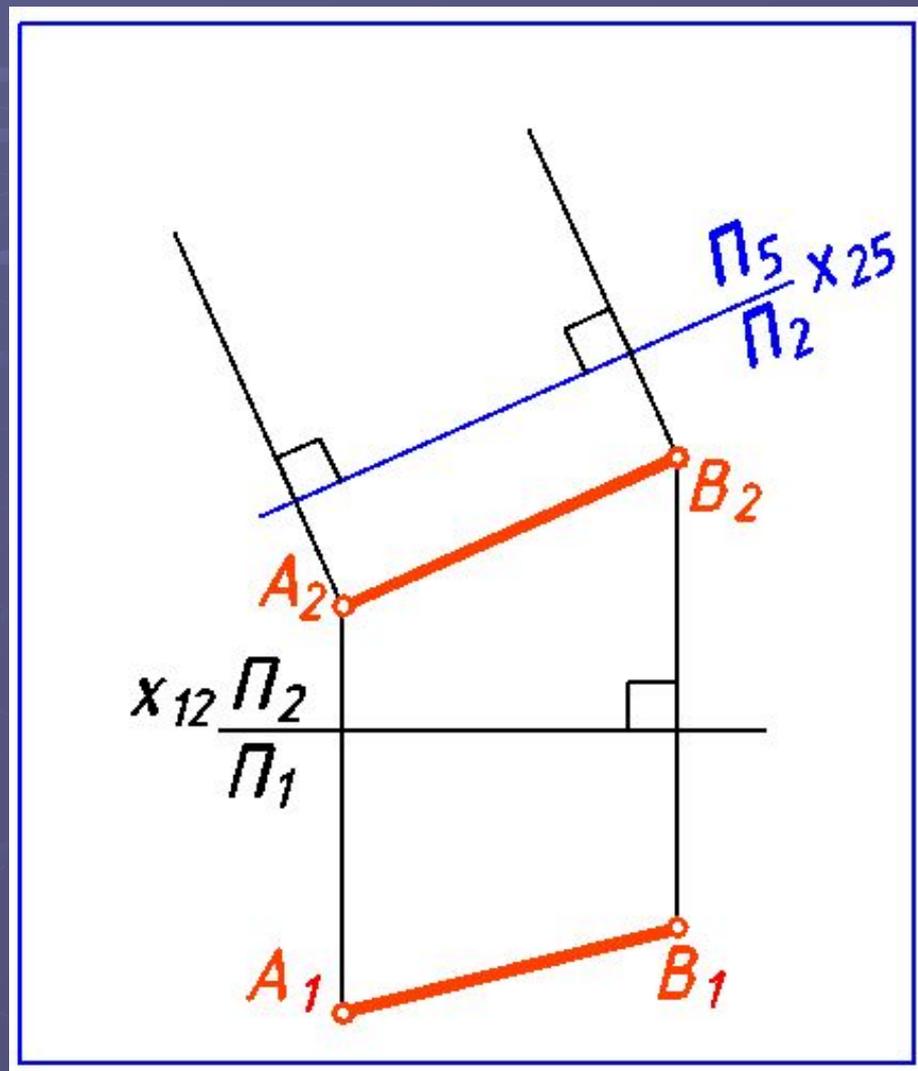
Расстояние от плоскости Π_5 до отрезка AB произвольное.

Плоскости проекций Π_2 и Π_5 пересекаются по прямой x_{25} - новой оси проекций, которая в данном случае параллельна фронтальной проекции отрезка A_2B_2 .



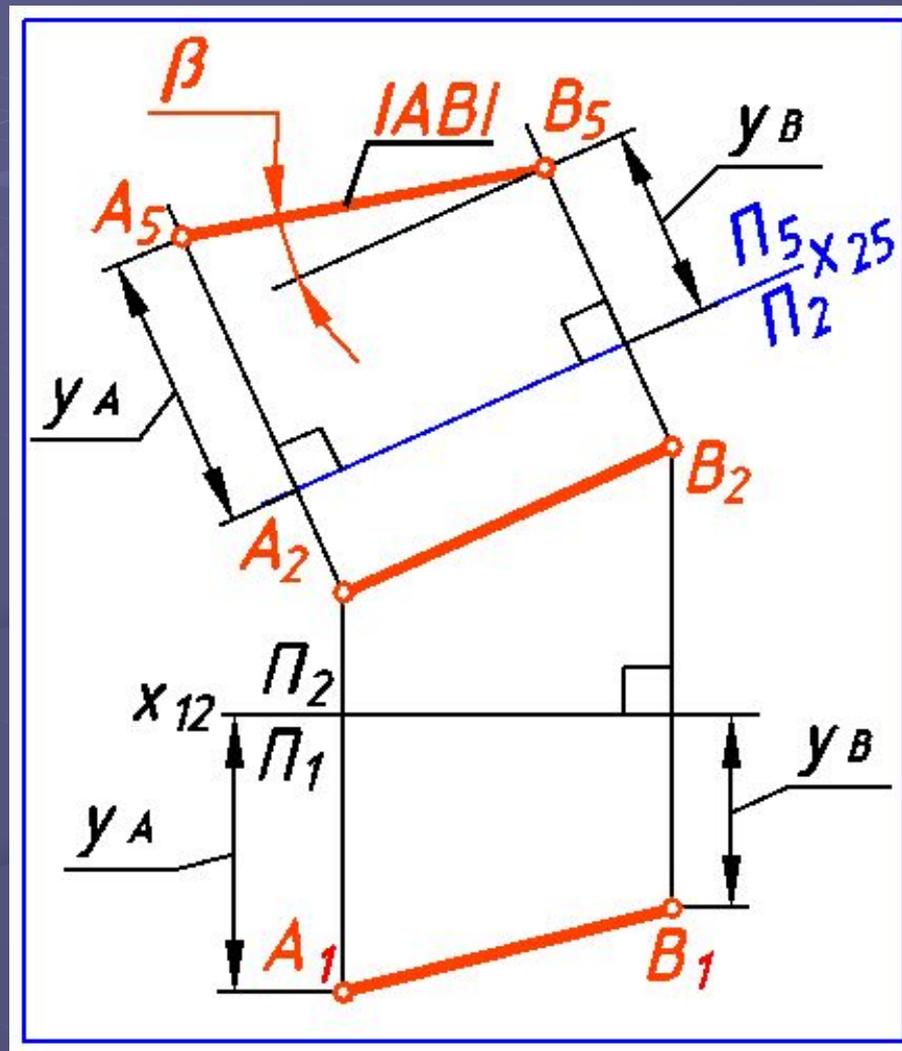
Замена горизонтальной плоскости проекций

Через фронтальные проекции концов отрезка (A_2 и B_2) проводим линии связи, перпендикулярные оси X_{25} .



Замена горизонтальной плоскости проекций

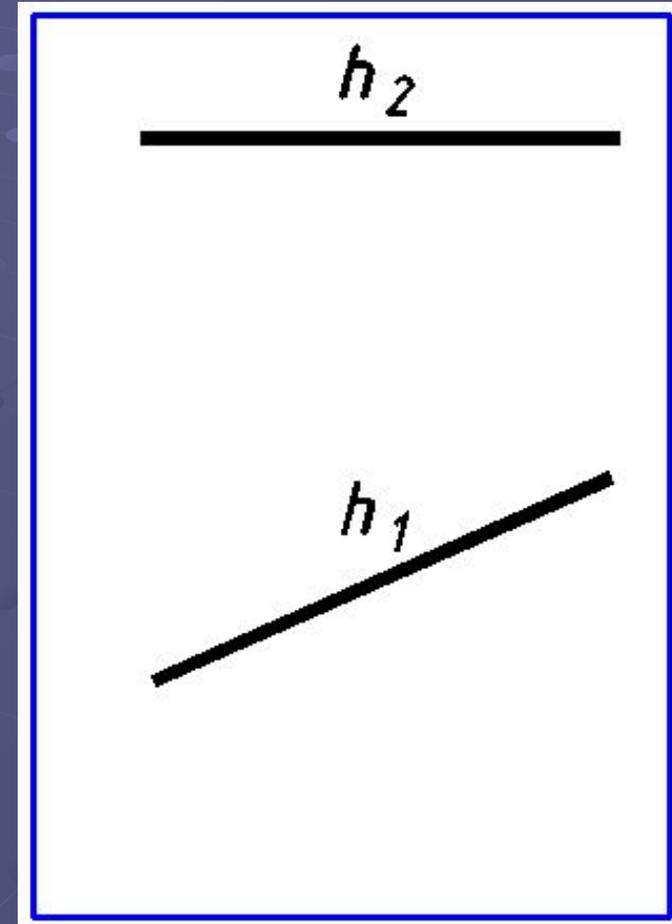
- На этих линиях от оси X_{25} откладываем отрезки, равные глубинам (координатам Y) точек A и B . Фиксируем A_5 и B_5 – проекции точек на новую плоскость Π_5 .
- Задача решена, так как $|A_5B_5| = |AB|$.
- Определен угол β наклона отрезка $[AB]$ к плоскости проекций Π_2 .
- В системе Π_5/Π_2 отрезок $[AB]$ является горизонталью.



Преобразование линии уровня в проецирующую прямую

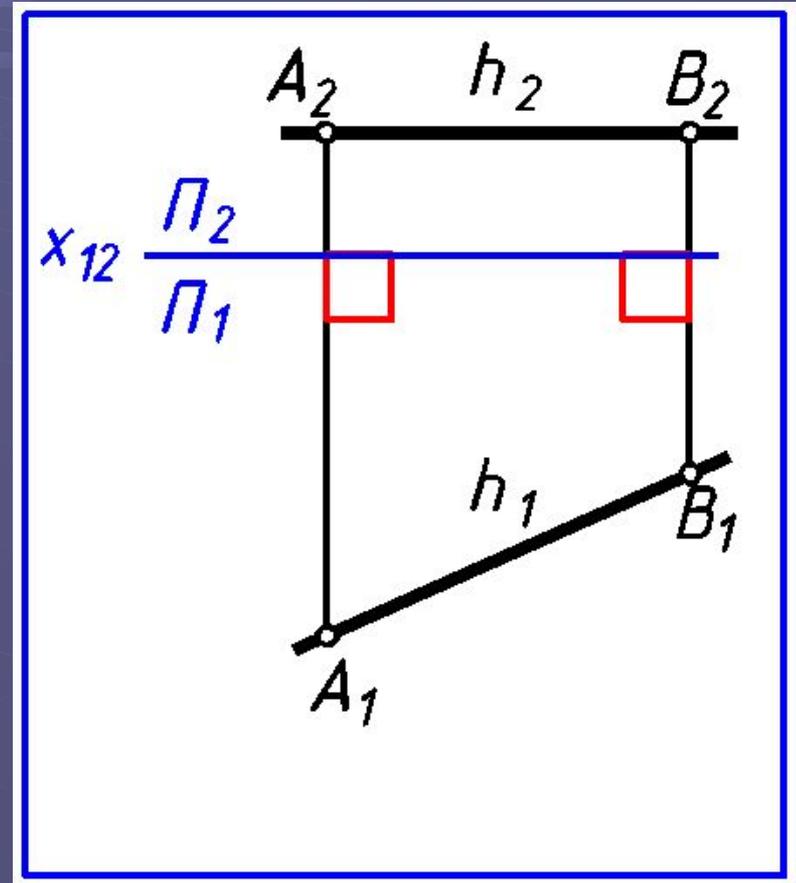
Задача. Преобразовать линию уровня в проецирующую прямую.

Заданная линия уровня является **горизонталью** $h(h_1, h_2)$. Горизонталь проецируется в точку на плоскость Π_4 , ей перпендикулярную ($\Pi_4 \perp h$). Заменяем плоскость Π_2 исходной системы Π_2/Π_1 плоскостью $\Pi_4 \perp h$ ($\Pi_4 \perp \Pi_1$).



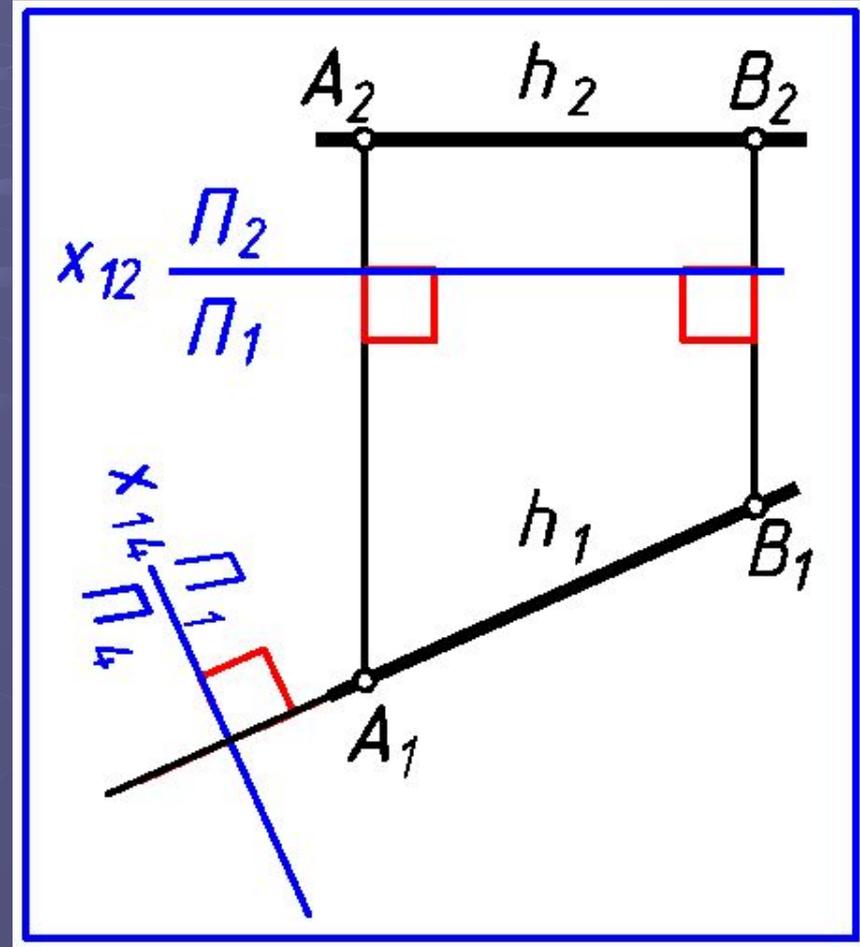
Преобразование линии уровня в проецирующую прямую

1. Зафиксируем на прямой h две точки $A(A_1, A_2)$ и $B(B_1, B_2)$.
2. Между проекциями h_2 и h_1 заданной прямой, проведём ось $x_{12} = \Pi_1 \cap \Pi_2$



Преобразование линии уровня в проецирующую прямую

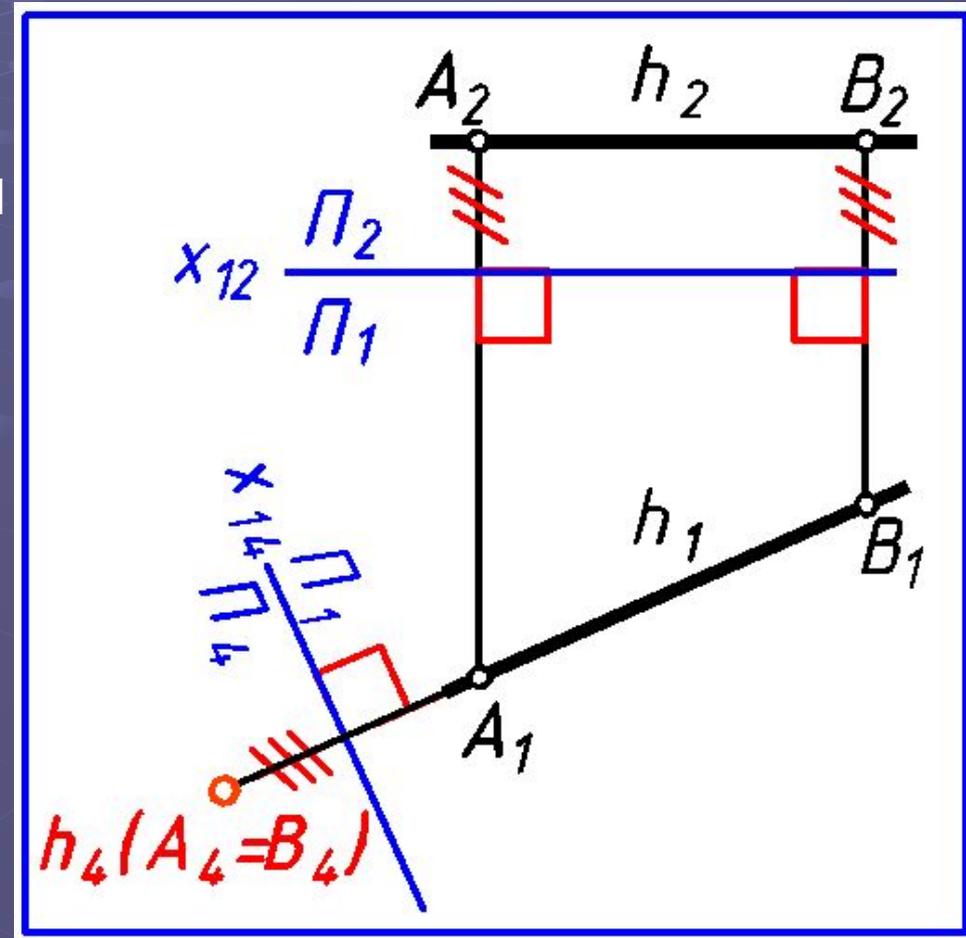
3. Проводим **новую ось проекций** $x_{14} \perp h_1$.
Расстояние от A_1 до
новой оси проекций x_{14} —
произвольное (из условия
компоновки чертежа).
Из A_1 и B_1 проводим
линии связи
перпендикулярно x_{14} .



Прямой угол проецируется без искажения, если одна его сторона является линией уровня.

Преобразование линии уровня в проецирующую прямую

4. Построим проекции точек **A** и **B** на плоскость Π_4 .
Так как расстояния точек **A** и **B** до плоскости Π_1 (высоты) одинаковы, то проекции их на плоскости Π_4 совпадут, т. е. $h_4 = A_4 = B_4$.
Прямая $h(h_1, h_4)$ в новой системе плоскостей проекций является фронтально проецирующей.

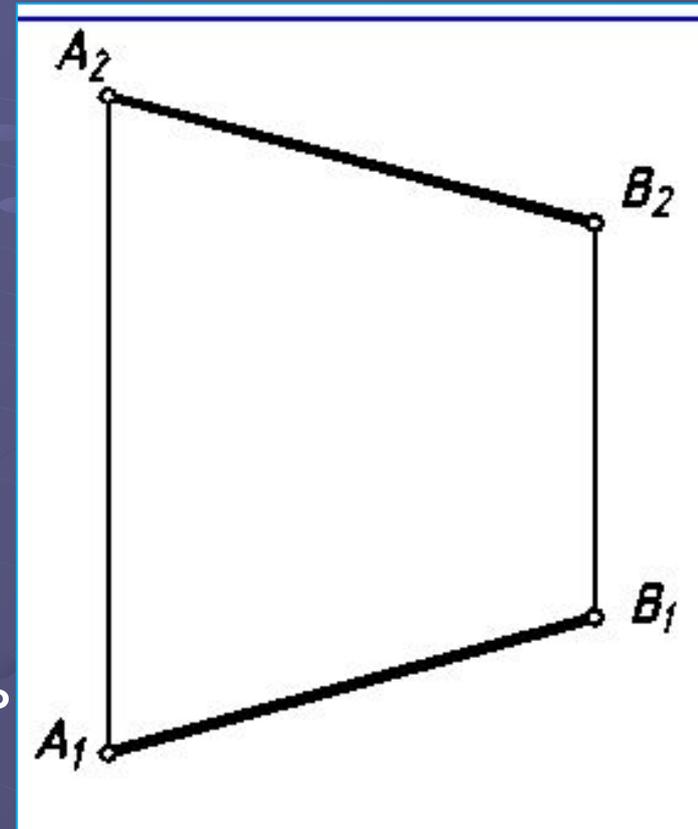


Преобразование отрезка прямой общего положения в проецирующую прямую

Задача. 1) Построить проекции отрезка $[AB]$ на плоскость Π_4 , параллельную отрезку $[AB]$ и перпендикулярную Π_1 .

2) Преобразовать полученный отрезок в проецирующий.

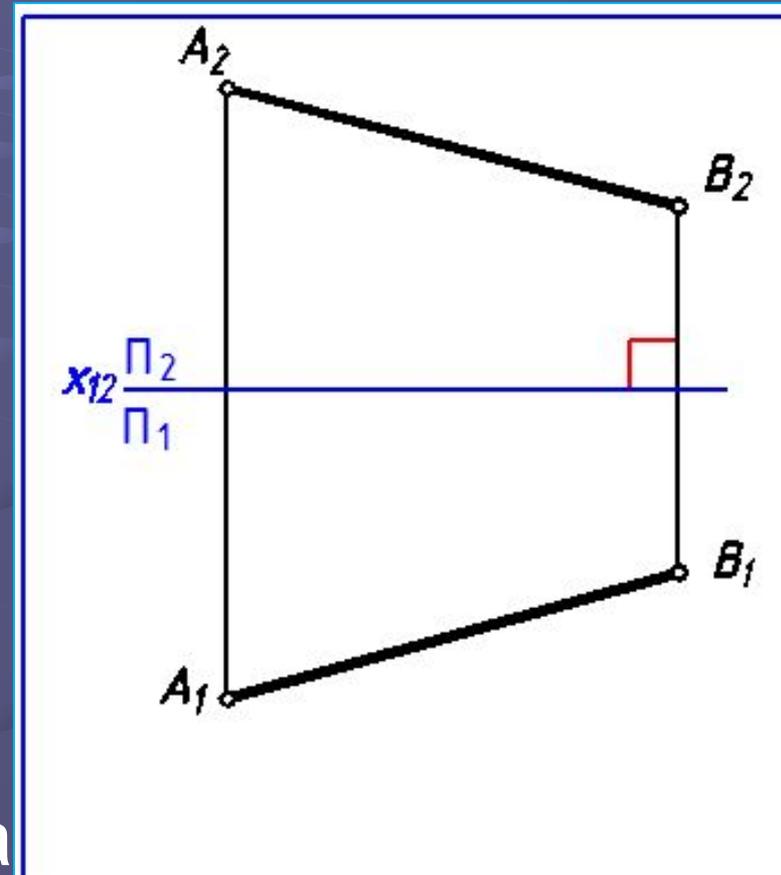
Для того чтобы прямую общего положения преобразовать в проецирующую, необходимо выполнить **две последовательные замены плоскостей проекций**. Вначале прямую следует преобразовать в линию уровня, а затем линию уровня преобразовать в проецирующую.



Преобразование отрезка прямой общего положения в проецирующую прямую

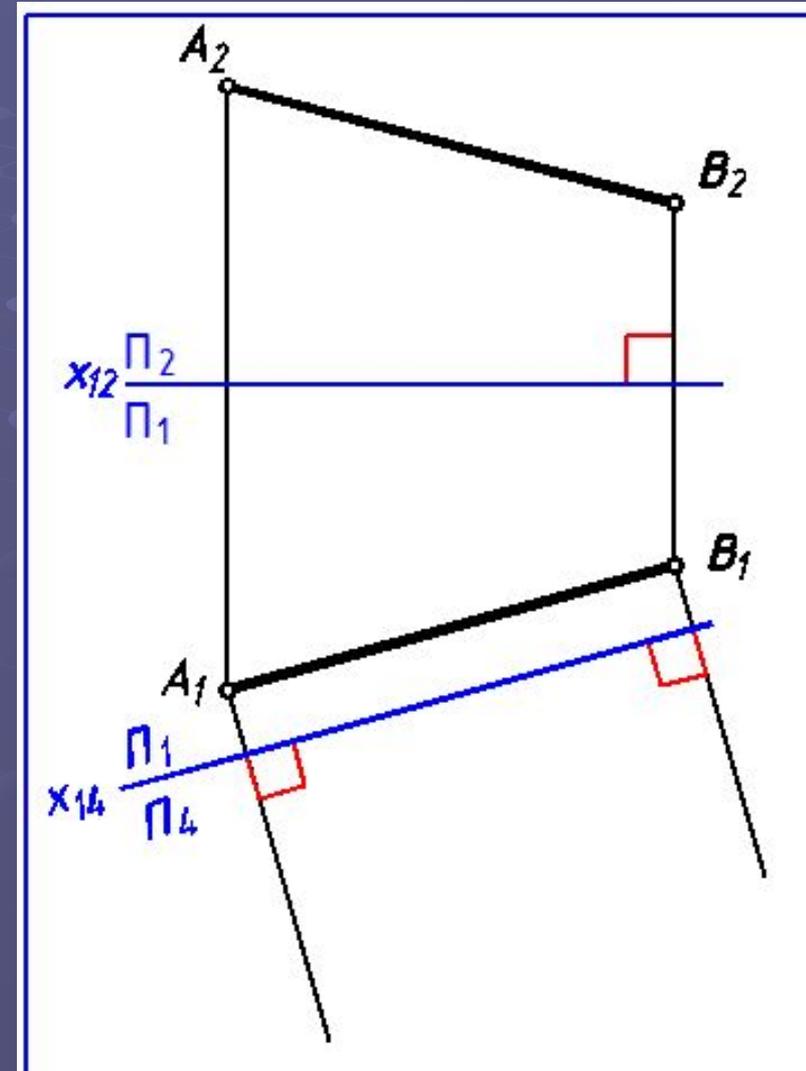
1. Преобразуем заданный отрезок прямой общего положения в отрезок линии уровня.

Между проекциями A_2B_2 и A_1B_1 заданного отрезка прямой, **проведём ось** $x_{12} = \Pi_1 \cap \Pi_2$. Расстояние от оси x_{12} до проекций отрезка $[AB]$ произвольное.



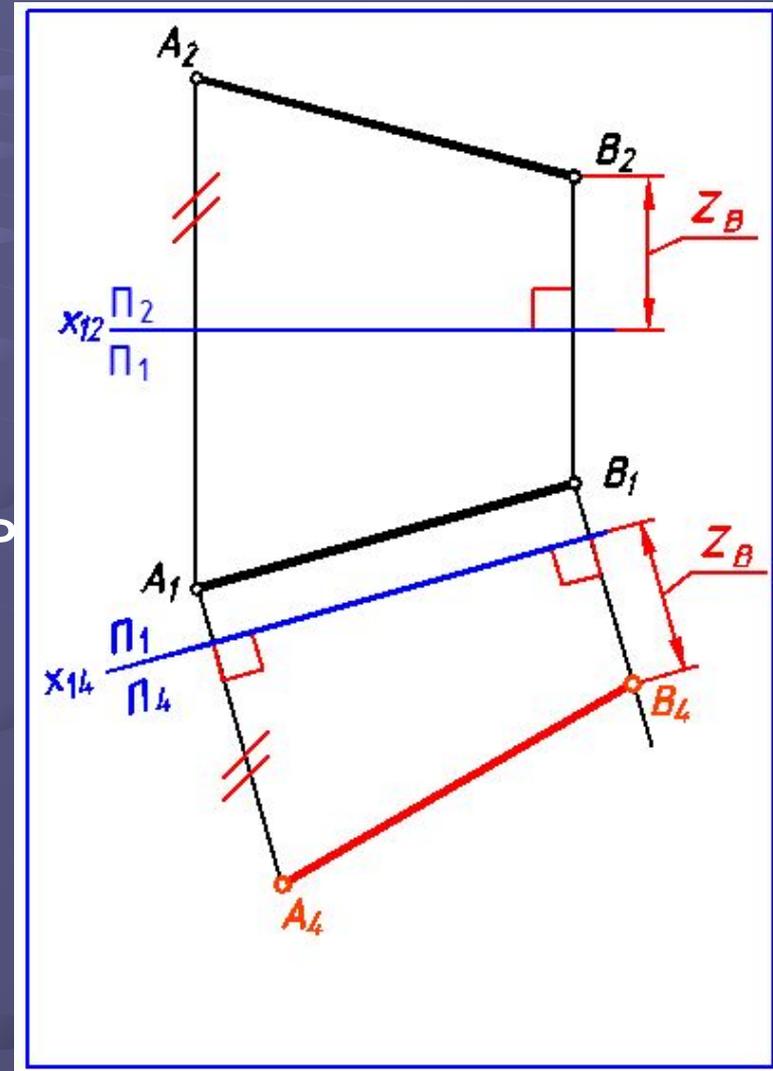
Преобразование отрезка прямой общего положения в линию уровня

- Вместо плоскости Π_2 , введем новую дополнительную плоскость Π_4 параллельную отрезку $[AB]$ и перпендикулярную плоскости Π_1 . Расстояние от плоскости Π_4 до отрезка $[AB]$ произвольное. Плоскости проекций Π_1 и Π_4 пересекаются по прямой x_{14} - новой оси проекций, которая в данном случае параллельна горизонтальной проекции $[A_1B_1]$.
- Из A_1 и B_1 проводим линии связи перпендикулярно x_{14} .



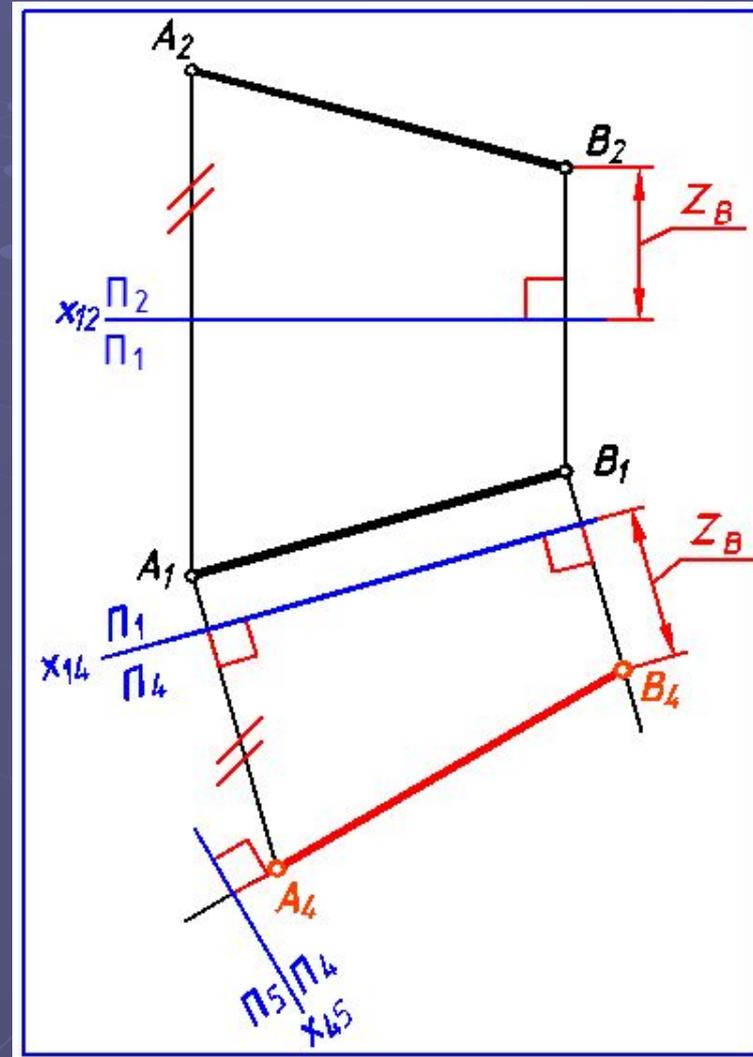
Преобразование отрезка прямой общего положения в отрезок линии уровня

- На этих линиях от оси X_{14} откладываем отрезки, равные высотам (координатам Z) точек A и B .
- Фиксируем A_4 и B_4 – проекции точек A и B на новую плоскость Π_4 .
- В системе Π_4/Π_1 отрезок $[AB]$ является отрезком линии уровня (фронталью).



Преобразование отрезка линии уровня в отрезок проецирующей прямой

- Отрезок $[AB]$ линии уровня проецируется в точку на плоскость Π_5 , ему перпендикулярную ($\Pi_5 \perp [AB]$). Заменяем плоскость Π_1 системы Π_4/Π_1 плоскостью $\Pi_5 \perp [AB]$ ($\Pi_5 \perp \Pi_4$). Расстояние от A_4 до новой оси проекций x_{54} — произвольное.
- Из A_4 и B_4 проводим линии связи перпендикулярно x_{45} .

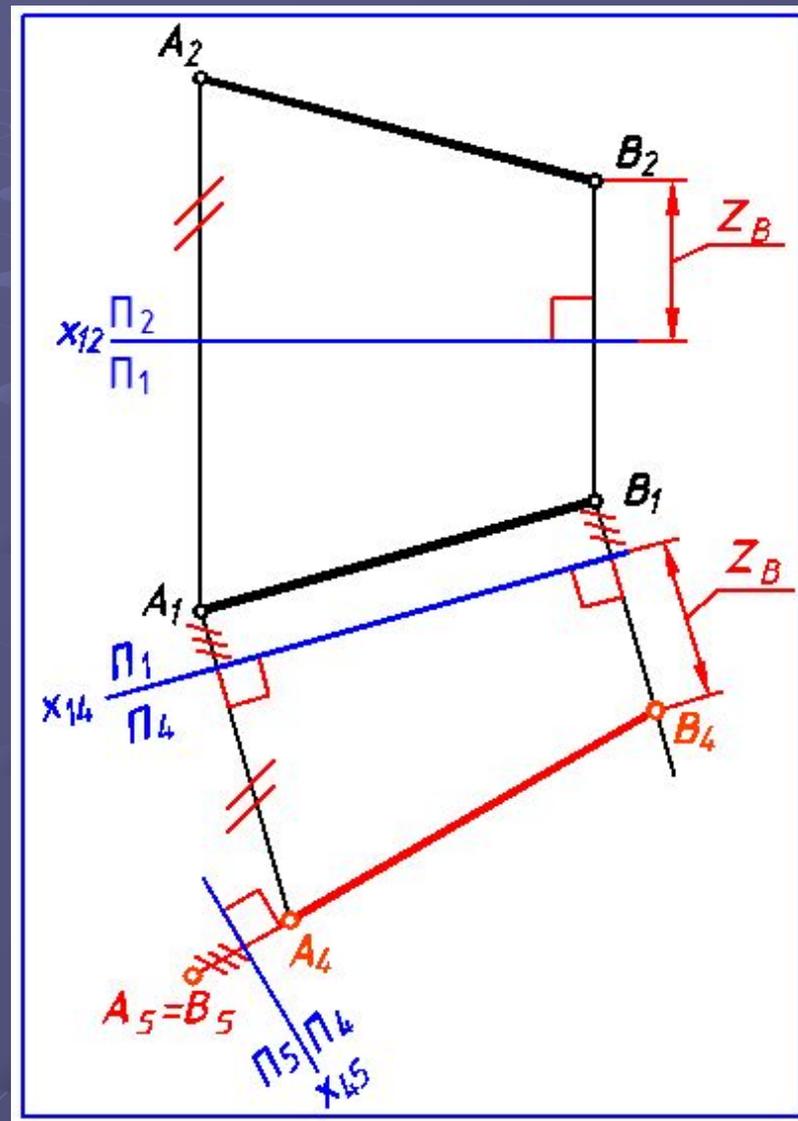


Преобразование отрезка линии уровня в отрезок проецирующей прямой

Построим проекции точек отрезка A и B на плоскость Π_5 .

Так как расстояния точек A и B до плоскости Π_4 одинаковы, то проекции их на плоскости Π_5 совпадут, т. е. $A_5 = B_5$ - отрезок $[AB]$ проецируется на Π_5 в точку.

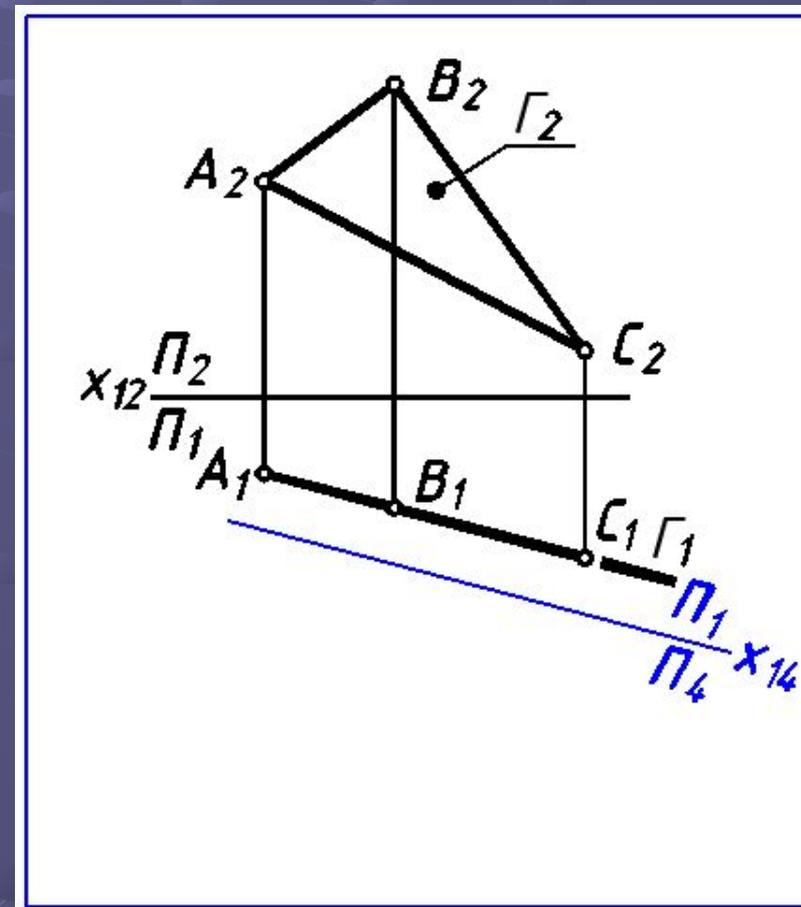
Отрезок $[AB]$ в новой системе плоскостей проекций (Π_4/Π_5) является отрезком проецирующей прямой.



Преобразование проецирующей плоскости в плоскость уровня

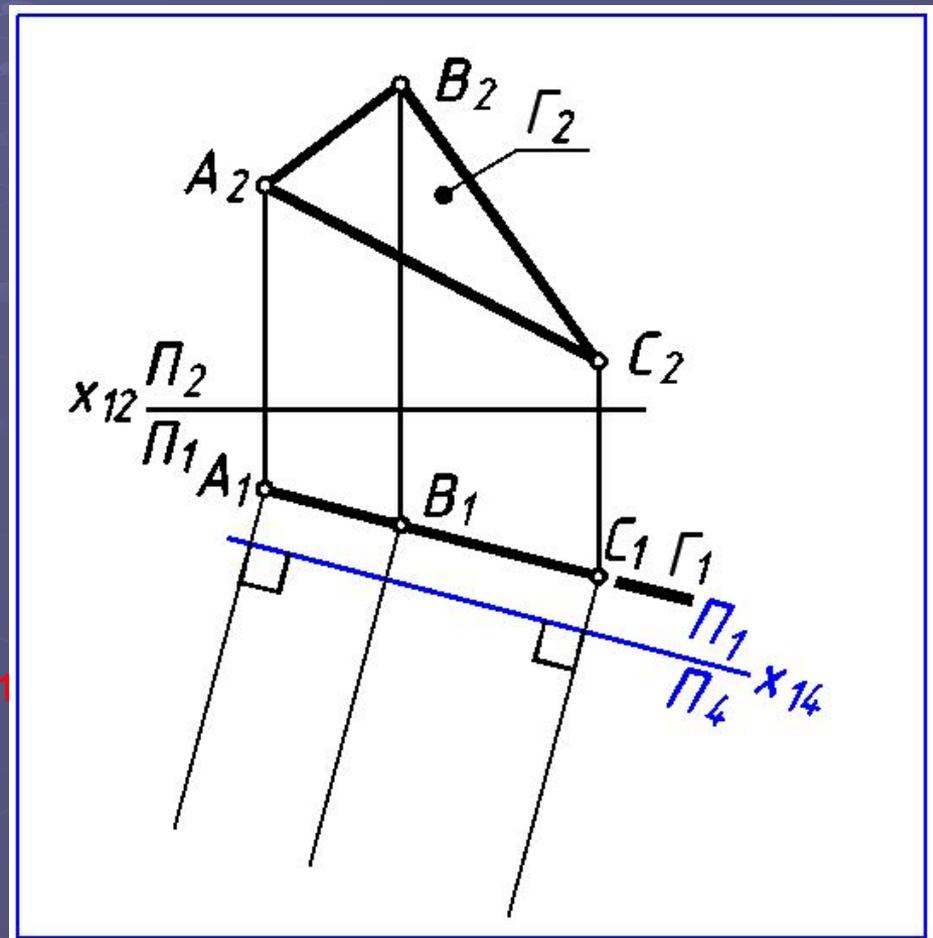
Задача. Определить величину угла φ
треугольника ABC при вершине B .

Заданная плоскость $\Gamma(ABC)$ является горизонтально проецирующей. Заменим плоскость Π_2 новой плоскостью проекций Π_4 , параллельной плоскости $\Gamma(ABC)$ и, следовательно, перпендикулярной неизменяемой плоскости Π_1 . В новой системе плоскостей проекций Π_1/Π_4 плоскость $\Gamma(ABC)$ станет фронтальной плоскостью уровня. Треугольник проецируется на Π_4 без искажения, как и его углы.



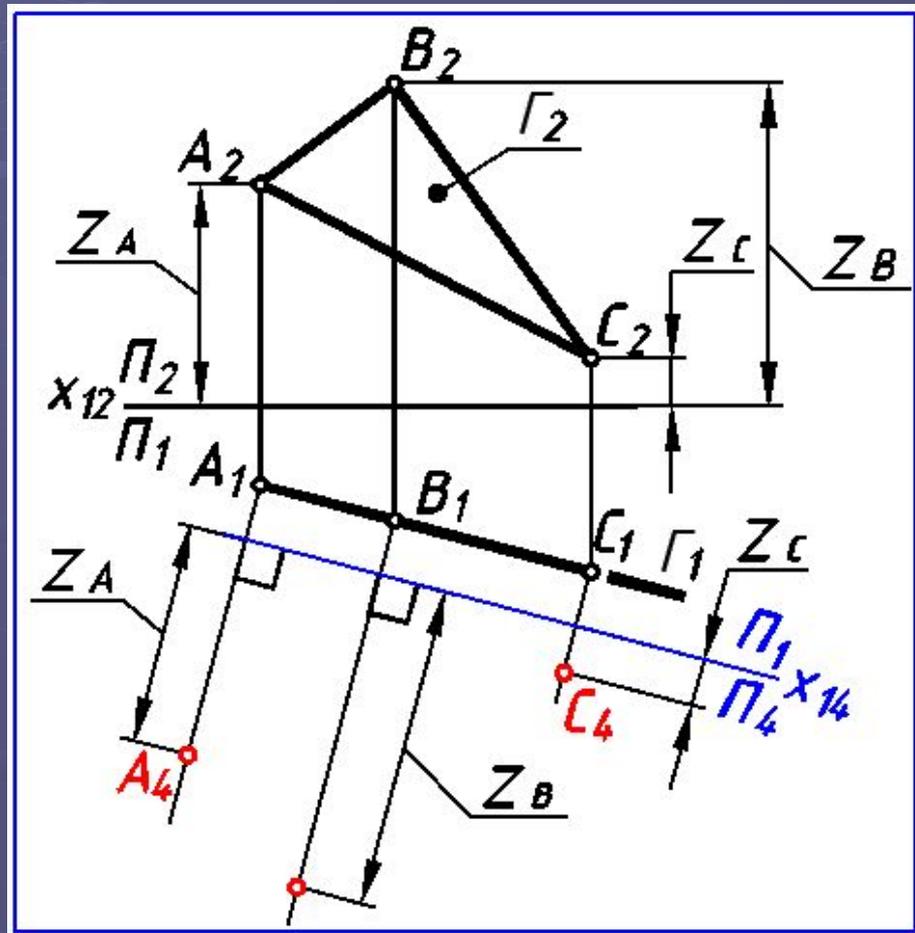
Преобразование проецирующей плоскости в плоскость уровня

- Вводим новую плоскость проекций Π_4 параллельную плоскости $\Gamma(ABC)$ и перпендикулярную неизменяемой Π_1 .
- Проведём ось $x_{14} = \Pi_1 \cap \Pi_4$ на произвольном расстоянии от горизонтальной проекции $\Gamma_1(A_1B_1C_1)$.
- Из горизонтальных проекций A_1, B_1, C_1 вершин треугольника проводим линии связи, перпендикулярные оси x_{14} .



Преобразование проецирующей плоскости в плоскость уровня

- На линиях связи, перпендикулярных оси X_{14} , откладываем **высоты** вершин треугольника (расстояния от отбрасываемых проекций до оси X_{12} .)
- Получим проекции вершин параллелограмма на плоскость Π_4 .



Преобразование проецирующей плоскости в плоскость уровня

В новой системе плоскостей проекций Π_1/Π_4 плоскость Γ (ABC) стала фронтальной плоскостью уровня. Треугольник проецируется на Π_4 без искажения, как и его угол φ .

