



Решение логических задач

4 способа решения логических задач

1. С помощью преобразования логического выражения.
2. С помощью таблицы истинности.
3. С помощью рассуждений.
4. Табличный способ (Частный случай 3 способа).

1 способ

С помощью преобразования логического выражения

Задача1. Антон, Борис и Сергей подозреваются в совершении преступления. Следствием установлено:

1. По крайней мере один из подозреваемых виновен.
2. Если Антон виновен, то Сергей также виновен.
3. Если Сергей не виновен, то и Борис не виновен.

Виновен ли Сергей?

Решение:

Введем обозначения:

A=«виновен Антон»

B=«виновен Борис»

C=«виновен Сергей»

Из 2 и 3 условий задачи получаем две истинные формулы:

$$A \rightarrow C$$

$$\bar{C} \rightarrow \bar{B}$$

1 способ

С помощью преобразования логического выражения

Задача1. Антон, Борис и Сергей подозреваются в совершении преступления. Следствием установлено:

1. По крайней мере один из подозреваемых виновен.
2. Если Антон виновен, то Сергей также виновен.
3. Если Сергей не виновен, то и Борис не виновен.

Виновен ли Сергей?

**A=«виновен Антон»
B=«виновен Борис»
C=«виновен Сергей»**

$$A \rightarrow C$$
$$\bar{C} \rightarrow \bar{B}$$

Оба эти высказывания истинны, поэтому истинна и конъюнкция этих высказываний

$$(A \rightarrow C) \wedge (\bar{C} \rightarrow \bar{B}) = 1$$

$$(A \rightarrow C) \wedge (\bar{C} \rightarrow \bar{B}) = 1$$

Упростим исходное высказывание:

$$(A \rightarrow C) \wedge (\bar{C} \rightarrow \bar{B}) =$$

$$(\bar{A} \vee C) \wedge (C \vee \bar{B}) =$$

$$\underline{C \vee \bar{A} \wedge \bar{B} = 1}$$

$$C \vee \bar{A} \wedge \bar{B} = 1$$

- Пусть Сергей не виновен, тогда


$$C = 0$$

Следовательно,

$$\bar{A} = 1 \text{ и } \bar{B} = 1$$

Тогда,

$$A = 0 \text{ и } B = 0$$



Получили противоречие с условием задачи, значит наше предположение не верно и Сергей виновен.

2 способ. С помощью таблицы истинности.

Задача2

Три подразделения – А, В, С – торговой фирмы стремились получить по итогам года максимальную прибыль. Экономисты высказали следующие предположения:

- 1) А получит максимальную прибыль только тогда, когда получат максимальную прибыль В и С;*
- 2) либо А и С получают максимальную прибыль одновременно, либо одновременно не получают;*
- 3) для того, чтобы С получил максимальную прибыль, необходимо, чтобы и В получил максимальную прибыль.*

По завершении года оказалось, что одно из трех предположений ложно, а остальные два истинны. Какие из названных подразделений получили максимальную прибыль?

Решение:

А= «А получит максимальную прибыль»

В= «В получит максимальную прибыль»

С= «С получит максимальную прибыль»

Составим логические высказывания:

$$1) F1 = A \rightarrow BC$$

$$2) F2 = A \equiv C$$

$$3) F3 = C \rightarrow B$$

Логические высказывания:

$$1) F1 = A \rightarrow BC \quad 2) F2 = A \equiv C \quad 3) F3 = C \rightarrow B$$

A	B	C	BC	F1	F2	F3
0	0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	0	0
0	1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1

По условию один из прогнозов оказался ложным, а остальные два истинными. Эта ситуация соответствует 4 строке, где $A=0, B=1, C=1$.

Ответ: прибыль получили подразделения B и C

Способ 3

Решение логических задач, с помощью рассуждений

Задача 3:

Вадим, Сергей и Михаил изучают различные иностранные языки: китайский, японский и арабский. На вопрос, какой язык изучает каждый из них, один ответил: "Вадим изучает китайский, Сергей не изучает китайский, а Михаил не изучает арабский". Впоследствии выяснилось, что в этом ответе только одно утверждение верно, а два других ложны. Какой язык изучает каждый из молодых людей?

Решение:

Имеется три утверждения:

1. Вадим изучает китайский;
2. Сергей не изучает китайский;
3. Михаил не изучает арабский.

Если верно первое утверждение, то верно и второе, так как юноши изучают разные языки. Это противоречит условию задачи, поэтому первое утверждение ложно.

Если верно второе утверждение, то первое и третье должны быть ложны. При этом получается, что никто не изучает китайский. Это противоречит условию, поэтому второе утверждение тоже ложно.

Остается считать верным третье утверждение, а первое и второе — ложными. Следовательно, Вадим не изучает китайский, китайский изучает Сергей, Михаил изучает японский, Вадим — арабский.



Ответ:

Сергей изучает китайский язык,

Михаил — японский,

Вадим — арабский.

4 способ

Решение логических задач табличным способом

Задача 3:

В симфонический оркестр приняли на работу трёх музыкантов: Брауна, Смита и Вессона, умеющих играть на скрипке, флейте, альте, кларнете, гобое и трубе.

Известно, что:

1. Смит самый высокий;
2. играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте;
3. играющие на скрипке и флейте и Браун любят пиццу;
4. когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Смит мирит их;
5. Браун не умеет играть ни на трубе, ни на гобое.

На каких инструментах играет каждый из музыкантов, если каждый владеет двумя инструментами?

Решение: Т.к. музыкантов трое, инструментов – шесть, и каждый владеет только двумя инструментами, то получается, что каждый играет на инструментах, которыми остальные не владеют.

	скрипка	флейта	альт	кларнет	гобой	труба
Браун						
Смит						
Вессон						

Из 4 условия – Смит не играет ни на альте, ни на трубе.

1. Смит самый высокий;
2. играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте;
3. играющие на скрипке и флейте и Браун любят пиццу;
4. когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Смит мирит их;
5. Браун не умеет играть ни на трубе, ни на гобое.

	скрипка	флейта	альт	кларнет	гобой	труба
Браун						
Смит			0			0
Вессон						

Из 3 и 5 – Браун не играет на скрипке и флейте, на трубе и гобое.

Следовательно Браун играет на альте и кларнете.

1. Смит самый высокий;
2. играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте;
3. играющие на скрипке и флейте и Браун любят пиццу;
4. когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Смит мирит их;
5. Браун не умеет играть ни на трубе, ни на гобое.

	скрипка	флейта	альт	кларнет	гобой	труба
Браун	0	0	1	1	0	0
Смит			0			0
Вессон						

**Оставшиеся
клетки альты и
кларнета
заполним нулями.**

1. Смит самый высокий;
2. играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте;
3. играющие на скрипке и флейте и Браун любят пиццу;
4. когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Смит мирит их;
5. Браун не умеет играть ни на трубе, ни на гобое.

	скрипка	флейта	альт	кларнет	гобой	труба
Браун	0	0	1	1	0	0
Смит			0	0		0
Вессон			0	0		

Из таблицы видно, что на трубе может играть только Вессон.

	скрипка	флейта	альт	кларнет	гобой	труба
Браун	0	0	1	1	0	0
Смит			0	0		0
Вессон			0	0		1

Из 1 и 2 – Смит не скрипач.

1. Смит самый высокий;
2. играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте;
3. играющие на скрипке и флейте и Браун любят пиццу;
4. когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Смит мирит их;
5. Браун не умеет играть ни на трубе, ни на гобое.

	скрипка	флейта	альт	кларнет	гобой	труба
Браун	0	0	1	1	0	0
Смит	0		0	0		0
Вессон			0	0		1

Т.к. на скрипке не играет ни Браун, ни Смит, то скрипачом явл. Вессон.

1. Смит самый высокий;
2. играющий на скрипке меньше ростом играющего на флейте;
3. играющие на скрипке и флейте и Браун любят пиццу;
4. когда между альтистом и трубачом возникает ссора, Смит мирит их;
5. Браун не умеет играть ни на трубе, ни на гобое.

	скрипка	флейта	альт	кларнет	гобой	труба
Браун	0	0	1	1	0	0
Смит	0		0	0		0
Вессон	1		0	0		1

Остальные клетки Вессона нули.

Из таблицы видно, что играть на флейте и гобое может только Смит.

	скрипка	флейта	альт	кларнет	гобой	труба
Браун	0	0	1	1	0	0
Смит	0		0	0		0
Вессон	1	0	0	0	0	1

	скрипка	флейта	альт	кларнет	гобой	труба
Браун	0	0	1	1	0	0
Смит	0	1	0	0	1	0
Вессон	1	0	0	0	0	1

Ответ:

Браун играет на альте и кларнете,

Смит — на флейте и гобое,

Вессон — на скрипке и трубе.

Задание на дом:

Задача: «Кто виноват» (Способ 2)

По обвинению в ограблении перед судом
предстали Иванов, Петров, Сидоров.

Следствием установлено:

- 1) если Иванов не виновен или Петров виновен,
то Сидоров виновен;
- 2) если Иванов не виновен, то Сидоров не
виновен.

Виновен ли Иванов?

Решение логических задач, с помощью рассуждений

Пример №2:

Министры иностранных дел России, США и Китая обсудили за закрытыми дверями проекты соглашения о полном разоружении, представленные каждой из стран. Отвечая затем на вопрос журналистов: "Чей именно проект был принят?", министры дали такие ответы:

Россия — "Проект не наш, проект не США";

США — "Проект не России, проект Китая";

Китай — "Проект не наш, проект России".

Один из них (самый откровенный) оба раза говорил правду; второй (самый скрытный) оба раза говорил неправду, третий (осторожный) один раз сказал правду, а другой раз — неправду.

Определите, представителями каких стран являются откровенный, скрытный и осторожный министры.

Решение:

Пронумеруем высказывания дипломатов:

Россия — "Проект не наш" (1),
"Проект не США" (2);

США — "Проект не России" (3),
"Проект Китая" (4);

Китай — "Проект не наш" (5),
"Проект России" (6).

Узнаем, кто из министров самый откровенный

- Россия — "Проект не наш" (1),
- "Проект не США" (2);
- США — "Проект не России" (3),
- "Проект Китая" (4);
- Китай — "Проект не наш" (5),
- "Проект России" (6).

Если это российский министр, то из (2) следует, что победил китайский проект. Но тогда оба утверждения министра США тоже справедливы, чего не может быть по условию.

Если самый откровенный — министр США, то тогда вновь получаем, что победил китайский проект, значит оба утверждения российского министра тоже верны, чего не может быть по условию.

Получается, что наиболее откровенным был китайский министр. Действительно, из того, что (5) и (6) справедливы, следует, что победил российский проект. А тогда получается, что из двух утверждений российского министра первое ложно, а второе верно. Оба же утверждения министра США неверны.



Ответ:

Откровеннее был китайский министр,
осторожнее — российский,
скрытнее — министр США.