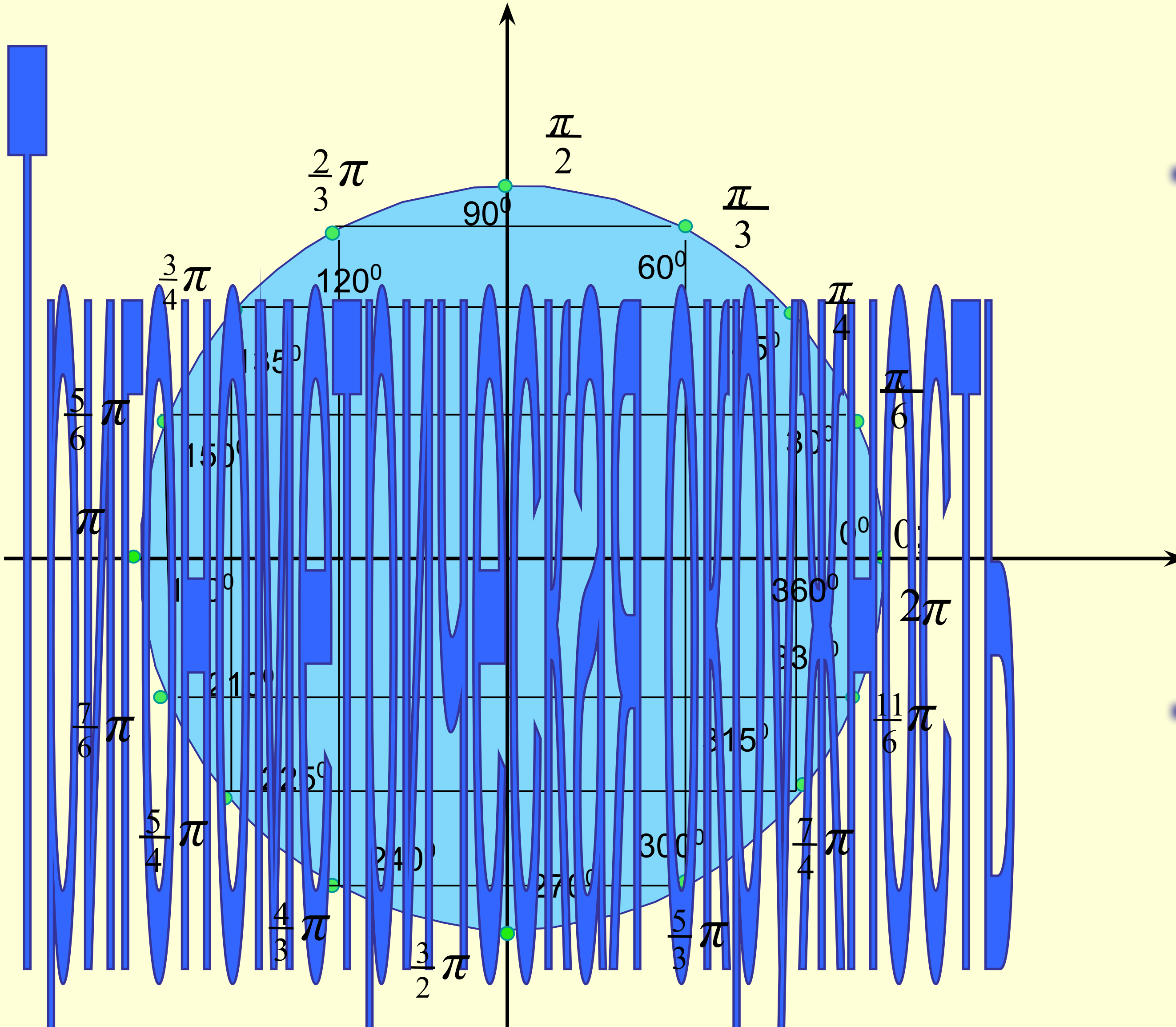
Тренажер

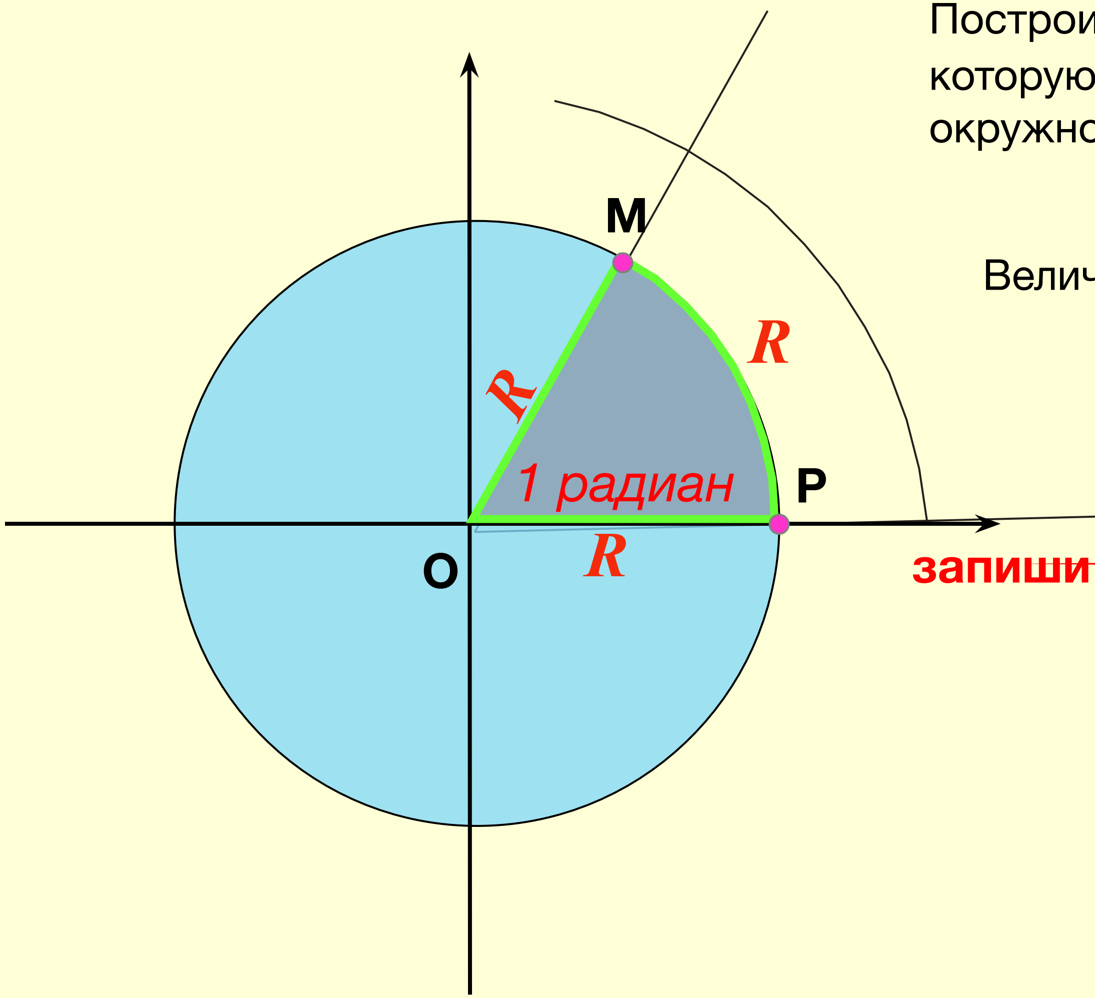


Тренажер

Автор: учитель математики шк.№ 364
Хробостова И.В.

Радианная мера углов и дуг.

Ты уже знаком с градусной мерой измерения углов. В математике и физике часто пользуются так же радианной мерой. Для того, чтобы познакомиться с таким способом измерения углов и дуг рассмотрим окружность радиуса R.



Построим угол MOP, такой что дуга MP, на которую он опирается, равна радиусу R окружности. -

MP = R

Величина угла MOP равна *1 радиану*.

$$1рад = \frac{360^0}{2\pi} = \frac{180^0}{\pi}$$

запиши

$$\pi = 3,1459\ldots$$

1рад.≈ 57 ^{0}17'

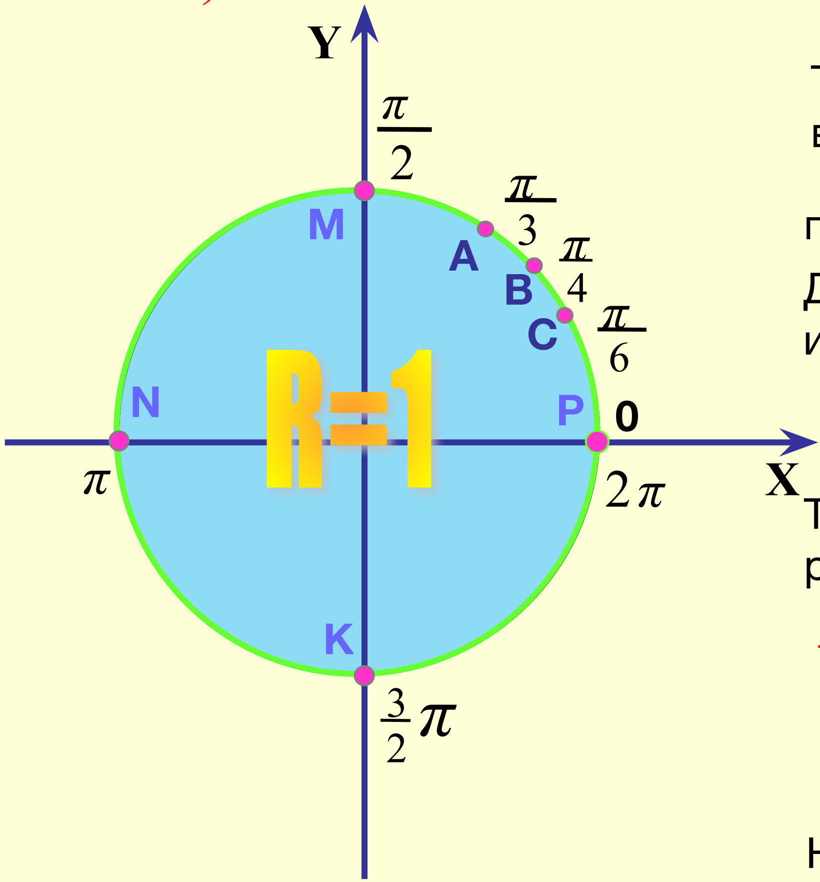
\- MP ≈ $57^0 17'$ =1рад.

$\angle MOP \approx 57^0 17' = 1$рад.

Единичная окружность.

Окружность, радиус которой равен 1, называется *единичной*.

$\pi = 3{,}1459\ldots$



Построим две взаимно перпендикулярных оси: ось абсцисс и ось ординат.

Ты помнишь, что длина окружности выражается формулой : $l = 2\pi R,$

где R – радиус окружности.

Длину единичной окружности удобно измерять в радианах, т.к.

если R=1, то: $l = 2\pi$ (рад.)

Тогда длина дуги половины окружности равна: π (рад.)

$\frac{\pi}{2}$ (рад.) - четверть длины окружности,

$\frac{3\pi}{2}$ (рад.) - три четверти длины окружности.

Наименование радиан обычно опускают.

Точки M,P,K,N – назовем узловыми.

Отметим так же точки: A,B,C.

Рассмотри рисунки 1 и 2 единичной окружности.

Из рисунков видно, что величину угла поворота шарика вокруг точки О, а так же величину дуги единичной окружности, можно задавать двумя способами:

в градусной мере

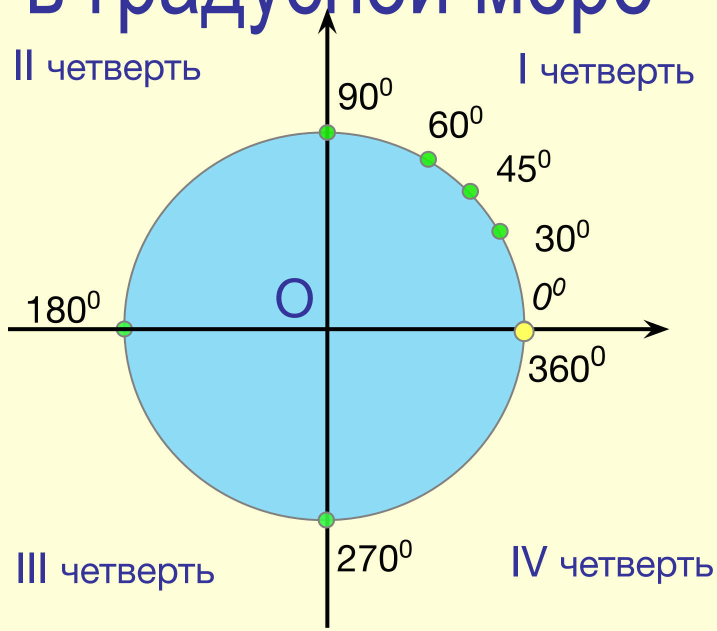


Рис.1

в радианной мере

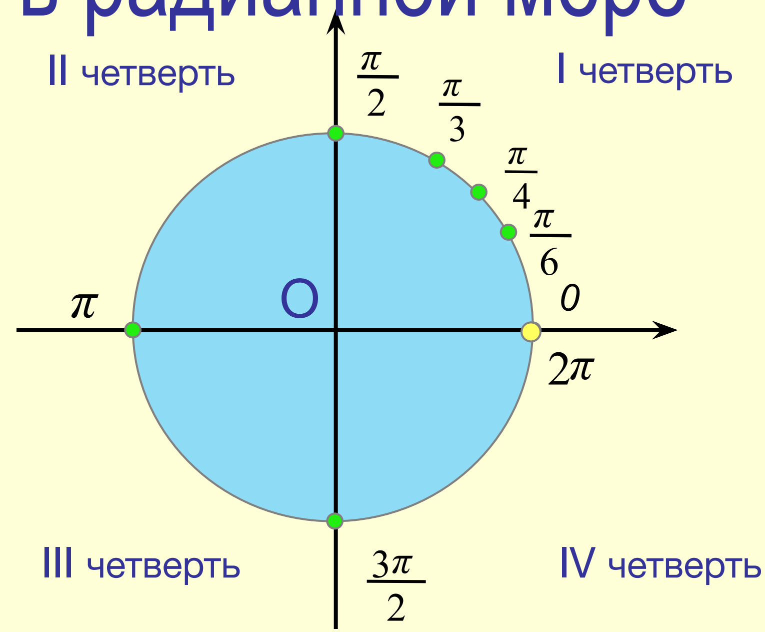


Рис.2

Теперь можно составить таблицу измерения углов в градусной и радианной мерах.

Выучи!

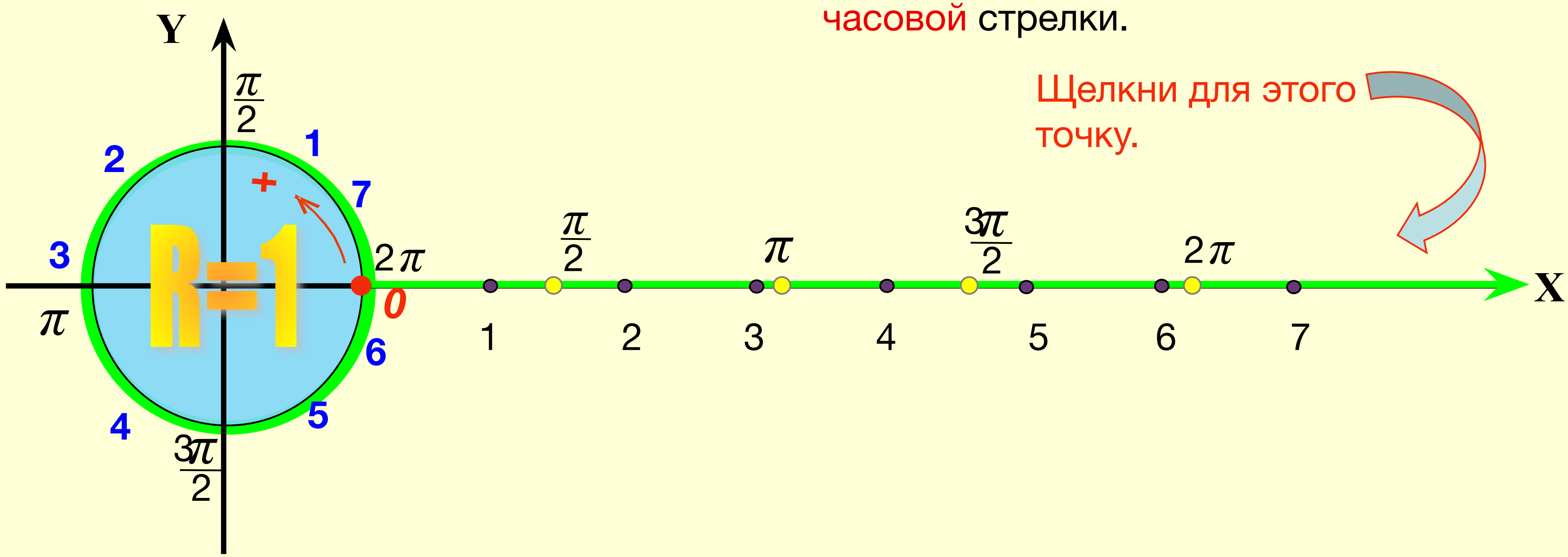
Градусная мера	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	180^0	270^0	360^0
Радианная мера	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

Рассмотри, как можно установить соответствие между множеством действительных чисел на числовой прямой и точками единичной окружности.

$\pi = 3{,}1459\ldots$

Координатный луч с началом в точке *0* «намотаем», как нить, на окружность сначала в положительном направлении – против хода часовой стрелки, потом в отрицательном направлении – по ходу часовой стрелки.

Щелкни для этого точку.

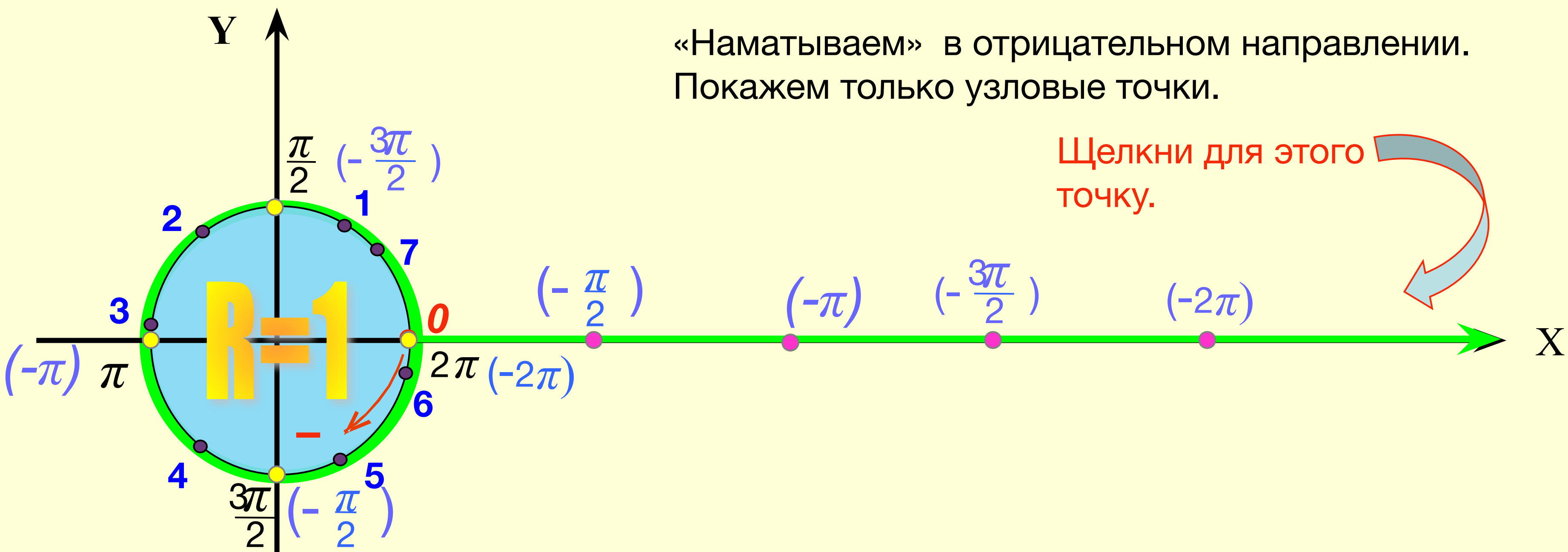


Понятно, что «наматывание» можно продолжать бесконечно.

$\pi = 3{,}1459...$

«Наматываем» в отрицательном направлении.
Покажем только узловые точки.

Щелкни для этого точку.



Рассмотри, как расположены числа на единичной окружности.

Вывод:

Вывод:

При рассмотрении единичной окружности удобно использовать радианную меру, т.к. при этом числа, выражающие длину дуги и длину окружности - кратные числа.

Каждой точке окружности соответствует не одно, а бесконечное множество действительных чисел.

Каждому числу на окружности соответствует одна (единственная) точка.

Например, точке М, кроме числа $\frac{\pi}{2}$, соответствуют числа :

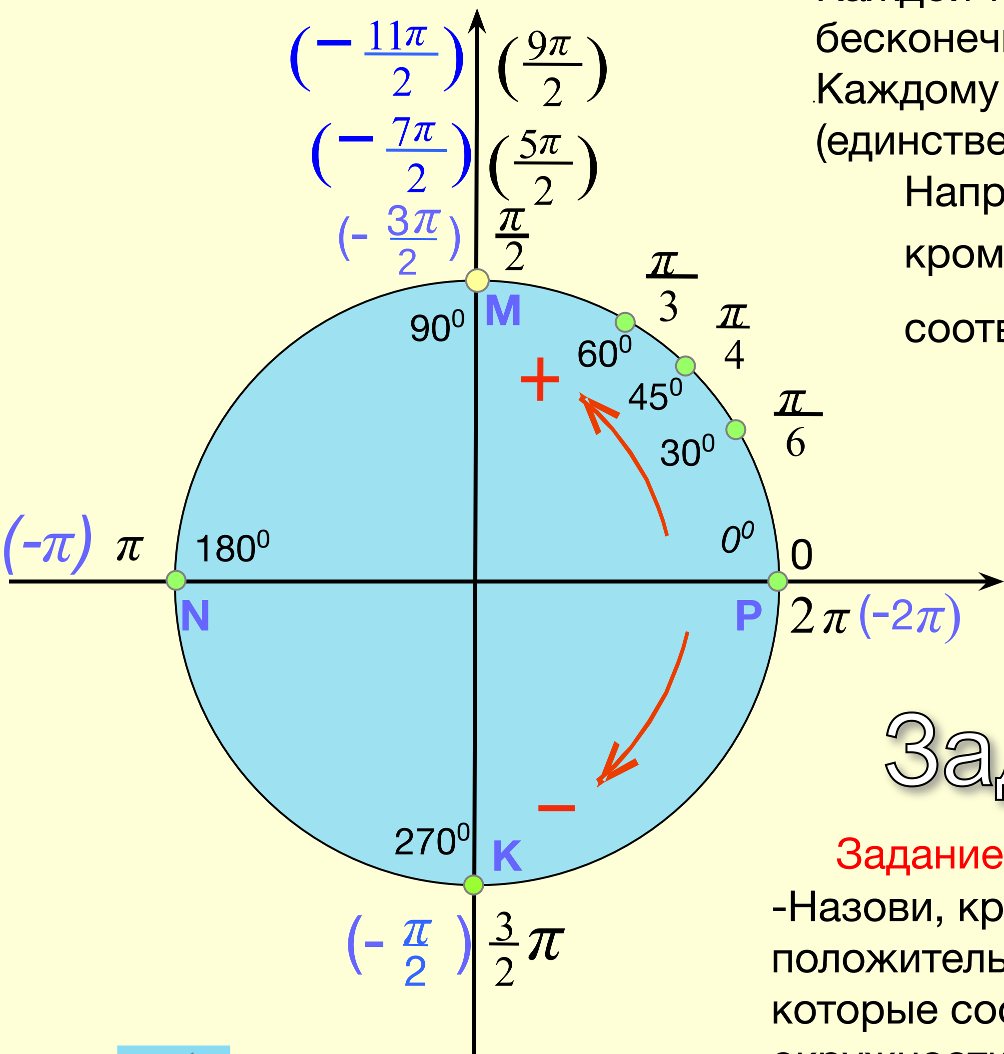
$$\frac{\pi}{2}+2\pi=\frac{5\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}+4\pi=\frac{9\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}-2\pi=-\frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}-4\pi=-\frac{7\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}-6\pi=-\frac{1\;\pi}{1\;2}$$



Задание 1:

Задание выполни письменно!

-Назови, кроме отмеченных, еще по одному положительному и отрицательному числу, которые соответствуют выделенным точкам окружности.

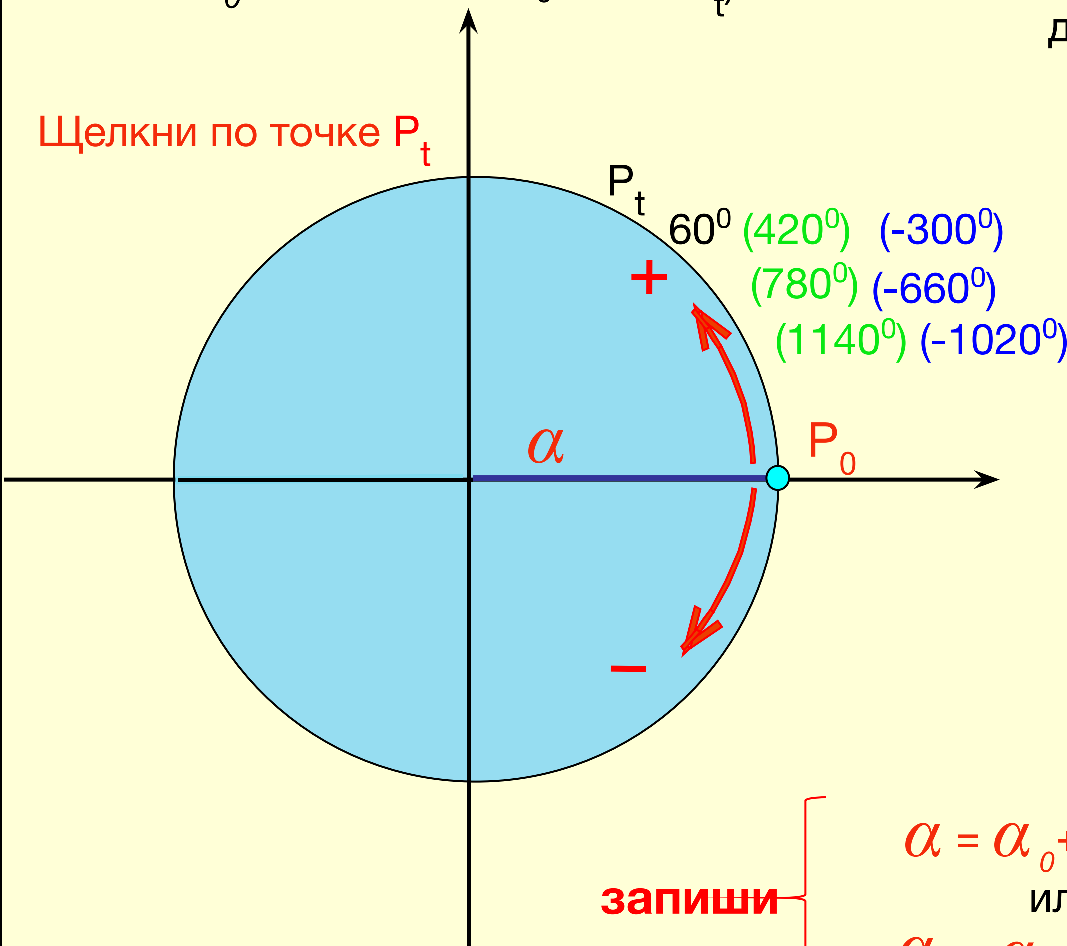
1) Запись чисел, соответствующих одной точке единичной окружности.

Будем рассматривать все точки единичной окружности как точки, полученные поворотом точки P_0 вокруг начала координат на некоторый угол.

$\alpha_0 = 60^0 \qquad (P_0 \longrightarrow P_t).$

Проследи, как будет меняться угол поворота для точки P_t :

Щелкни по точке P_t



1 поворот: $60^0 - 360^0 = -300^0$
2 поворот: $60^0 - 2\cdot360^0 = -660^0$
3 поворот: $60^0 - 3\cdot360^0 = -1020^0$
* * * * * * * * * * * * * * *
k поворот: $60^0 - k\cdot360^0$

Вращаться можно как в положительном, так и в отрицательном направлениях.

Вывод:

Для точки P_t все углы поворота можно записать так:

запиши

$$\alpha = \alpha_0 + 360^0 k \quad ,\text{где } k = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \pm \ldots$$

или в радианной мере:

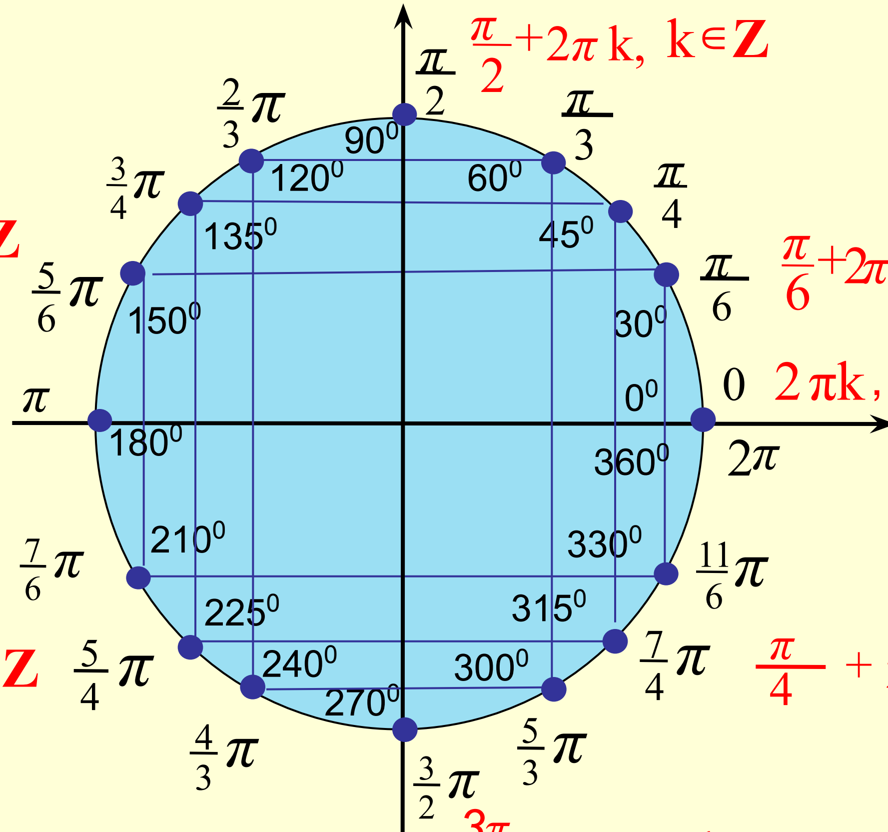
$$\alpha = \alpha_0 + 2\pi k \quad ,\text{где } k = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \pm \ldots$$

Задание 2:

Найди ошибку в записи чисел, соответствующих выделенным точкам единичной окружности.

Задание выполни письменно!

$\alpha = \alpha_0 + 2\pi k$,где $k = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \pm ...$



$\frac{\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in \mathbf{Z}$

$\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbf{Z}$

$\frac{\pi}{6} + 2\pi\ , k \in \mathbf{Z}$

$\pi + 2\pi k, k \in \mathbf{Z}$

$2\pi k,\ k \in \mathbf{Z}$

Щелкни по точке. Если запись неверна, сделай верную запись.

$-\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbf{Z}$

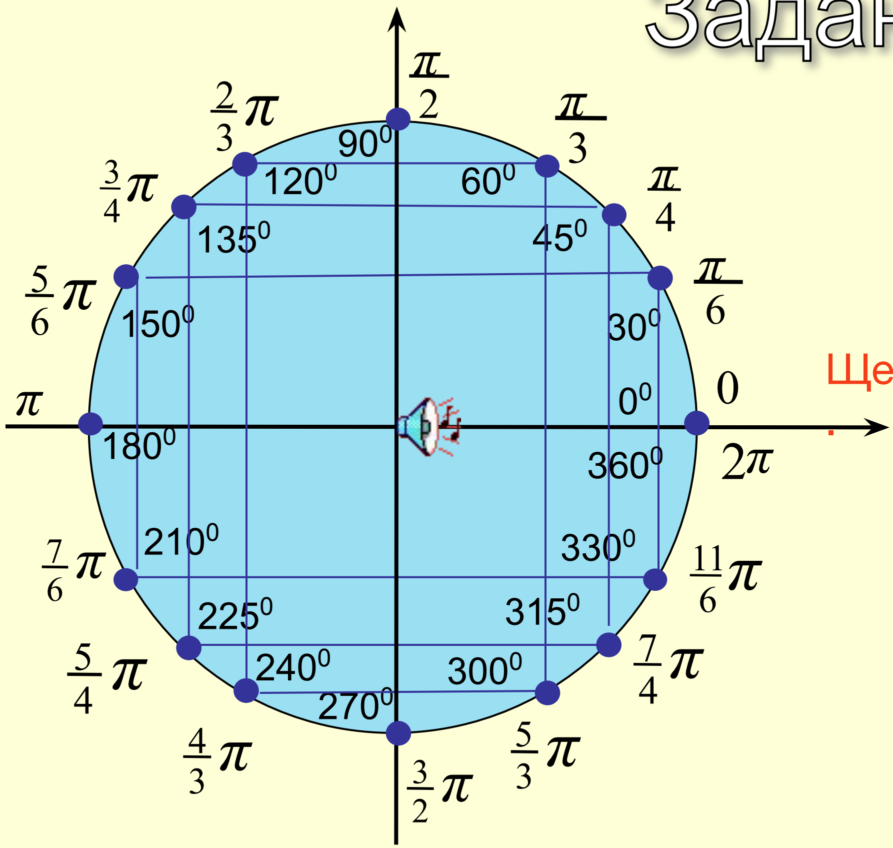
$\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbf{Z}$

$-\frac{3\pi}{2} + 2\pi k,\ k \in \mathbf{Z}$

Перед тобой модель единичной окружности

Задание 3:

-Найди на единичной окружности точки, соответствующие числам:



Щелкни по точке

$\frac{\pi}{3}+2\pi$	
$\frac{3\pi}{2}+6\pi$	
$4\pi-\frac{5\pi}{4}$	
$\frac{\pi}{6}-2\pi$	
$-\frac{8\pi}{3}$	
$-\frac{3\pi}{2}$	
$\frac{8\pi}{3}$	
$\frac{7\pi}{3}$	

Забей мяч

Перед тобой модель единичной окружности