

The background features a light blue and white color scheme. On the right side, there is a cluster of interlocking gears in a teal color. A large, faint watermark of a circular emblem is visible in the center of the page. The main title is written in a bold, teal, sans-serif font, centered on the page.

# Аналитические методы решения логарифмических уравнений

Учитель: Барышева Е.С.  
МБОУ «МПЛ №8» г Псков



# Цели урока:

- **Обобщить и систематизировать изученные методы решения логарифмических уравнений**
- **Выявить особенности каждого метода**
- **Выяснить, всегда ли логарифмические уравнения решаются одним из изученных нами методом**

# Блиц-турнир

$$\log_2 x = 1$$

**Ответ:  $x=2$**

# Блиц-турнир

$$\log_9 x = \frac{1}{2}$$

**Ответ:  $x=3$**

# Блиц-турнир

$$\lg x = -2$$

**Ответ:  $x=0,01$**



# Блиц-турнир

$$\log_{0,027} x = \frac{2}{3}$$

**Ответ:  $x=0,09$**

# Блиц-турнир

$$\log_x 4 = 2$$

**Ответ:  $x=2$**

# Блиц-турнир

$$\log_4(x - 15) = 2$$

***Ответ:  $x=31$***



# Блиц-турнир

$$\log_5 x = 3$$

**Ответ:  $x=125$**

# Блиц-турнир

$$\log_{\frac{1}{3}} x = 0$$

**Ответ:  $x=1$**

# Блиц-турнир

$$\log_8 x = \frac{1}{3}$$

**Ответ:  $x=2$**

# Блиц-турнир

$$\log_4 x = \frac{3}{2}$$

**Ответ:  $x=8$**



# Блиц-турнир

$$\log_{\frac{5}{6}} x = -1$$

**Ответ:  $x=1,2$**

# Блиц-турнир

$$\log_3 (x + 5) = 4$$

**Ответ:  $x=76$**

**Молодцы!**

The background features a gradient from light green at the top to teal at the bottom. It is decorated with several large, overlapping, semi-transparent wavy shapes in shades of light green and teal. Scattered throughout are numerous sparkling stars of varying sizes and several glowing circles of different diameters, some with a soft white glow and others with a more defined white center.

# Методы решения логарифмических уравнений:

- По определению
- Метод потенцирования
- Метод замены переменной
- Метод логарифмирования



# Разбить уравнения на группы по методу их решения:

- 1.
- 2.
- 3.
4.  $\log_2(2^{x+3} - 56) = x;$
5.  $\log_{0,2}^2 x + \log_{0,2} x - 6 = 0$
6.  $x^{\lg x} = 10$
7.  $\log_{23}(2x+1) + \log_{23} x = \log_{23}(x+2)$
8.  $2x^{\log_2 x} = 32$
9.  $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 3x - 1) = -2$
10.  $3\log_2^2 x - 7\log_2 x + 2 = 0$
11.  $\lg(x^2 - 8) = \lg(2 - 9x)$
12.  $x^{2\log_3 x} = 9$

# Разбить уравнения на группы по методу их решения:

По определению

- 2.**  
**4.**  $\log_2(2^{x+3} - 56) = x;$   
**9.**  $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 3x - 1) = -2$

Метод замены переменной

- 10.**  
**5.**  $3\log_2^2 x - 7\log_2 x + 2 = 0$   
 $\log_{0,2}^2 x + \log_{0,2} x - 6 = 0$   
**3.**

Метод потенцирования

- 7.**  $\log_{23}(2x + 1) + \log_{23} x =$   
 $\log_{23}(x + 2)$   
**11.**  $\lg(x^2 - 8) = \lg(2 - 9x)$   
**1.**

Метод логарифмирования

- 6.**  $x^{\lg x} = 10$   
**8.**  $2x^{\log_2 x} = 32$   
**12.**  $x^{2\log_3 x} = 9$

# Метод потенцирования:

$$\log_{\frac{1}{6}}(7x + 9) = \log_{\frac{1}{6}} x;$$

$$\log_{23}^{\frac{6}{6}}(2x + 1) + \log_{23}^{\frac{6}{6}} x \\ = \log_{23}(x + 2)$$

$$\lg(x^2 - 8) = \lg(2 - 9x)$$

**Признак:** уравнение может быть представлено в виде равенства двух логарифмов по одному основанию .

1. Определить ОДЗ уравнения (подлогарифмические выражения положительны);
2. Пропотенцировать обе части уравнения по основанию равному основанию логарифма;
3. Перейти к равенству подлогарифмических выражений, применив свойство логарифма;
4. Решить уравнение и проверить полученные корни по ОДЗ;
5. Записать удовлетворяющие ОДЗ корни в ответ.

# Метод замены переменной:

$$3 \log_2^2 x - 7 \log_2 x + 2 = 0$$

$$\log_{0,2}^2 x + \log_{0,2} x - 6 = 0$$

$$\frac{1}{4 - \lg x} + \frac{2}{2 + \lg x} = 1$$

**Признак:** Все логарифмы в уравнении могут быть сведены к одному и тому же логарифму, содержащему переменную.

1. Определить ОДЗ уравнения (подлогарифмические выражения положительны);
2. Произвести замену переменной;
3. Решить полученное уравнение;
4. Составить простейшие логарифмические уравнения, возвращаясь к первоначальной переменной;
5. Проверить полученные корни по ОДЗ;
6. Записать удовлетворяющие ОДЗ корни в ответ.



# Метод логарифмирования:

$$x^{\lg x} = 10$$

$$x^{2 \log_3 x} = 9$$

$$2x^{\log_2 x} = 32$$

**Признак:** переменная содержится и в основании степени, и в показателе степени под знаком логарифма.

1. Определить ОДЗ уравнения (подлогарифмические выражения положительны);
2. Прологарифмировать обе части уравнения по основанию равному основанию логарифма в показателе степени;
3. Вынести показатель степени за знак логарифма, пользуясь свойством логарифма;
4. Решить полученное уравнение, пользуясь методом замены переменной.

# Комбинированные уравнения:

1.  $10x^{\lg x} + x^{-\lg x} = 11;$

2.  $\log_2(2 + \log_3(3 + x)) = 0;$

3.  $25^{\log_5^2 x} - 3x^{\log_5 x} = 10;$

4.  $\log_2\left(\frac{8}{2^x} - 1\right) = 4\log_3 \sqrt{3} - x.$

# Комбинированные уравнения:

№	Уравнение	Методы	Решение этого уравнения...
1.	$10x^{\lg x} + x^{-\lg x} = 11$	<b>ЗП, ЛГ</b>	
2.	$\log_2(2 + \log_3(3 + x)) = 0$		
3.	$25^{\log_5^2 x} - 3x^{\log_5 x} = 10$		
4.	$\log_2\left(\frac{8}{2^x} - 1\right) = 4\log_3 \sqrt{3} - x$		

# Комбинированные уравнения:

При заполнении последней графы таблицы используйте следующие обозначения:

«+» – **всё понятно (2 балла)**;

«?» – **понятно, но остались вопросы (1 балл)**;

«-» – **ничего не понятно (0 баллов)**.

# Задание части С5 теста ЕГЭ:

При каких значениях параметра  $a$  уравнение имеет решения на промежутке  $[8;9)$ ?

$$2 \log_a x + \log_{ax} x + 3 \log_{ax^2} x = 0$$

## План решения:

1. Исследовать ОДЗ уравнения;
2. Перейти к основанию  $x$ ;
3. Упростить уравнение, пользуясь свойством логарифма произведения;
4. Произвести замену переменной;
5. Решить полученное уравнение;
6. После обратной замены переменной, исследовать полученные решения по ОДЗ уравнения.



# Домашнее задание:

1. Из предложенных уравнений решить те, которые Вы можете решить:

$$3\sqrt{\log_3 x} - \log_3(3x) = 1;$$

$$\log_5(4-x) + 2\log_5 \sqrt{x+2} - 1 = 0;$$

$$10^{\lg^2 x} - 8x^{\lg x} = 20;$$

$$\log_4(2\log_3(1 + \log_2(1 + 3\log_3(x-1)))) = \frac{1}{2}.$$

2. По составленному плану решить задание С5.

**Спасибо за урок!**