

# ЦИЛИНДР

Выполнила Котомина О.В.

учитель математики

высшей категории

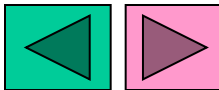
Санкт-Петербург



# Цилиндр

Материал предназначен  
для учащихся 11 класса

- определение цилиндра,
- развёртка цилиндра,
- формулы для вычисления площади основания,  
площади боковой поверхности,  
площади полной поверхности цилиндра,
- решение задач,
- задания для самопроверки



# Этапы урока

Теория

«Пошаговое» решение задачи

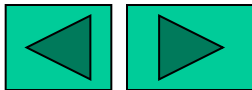
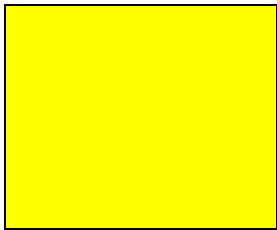
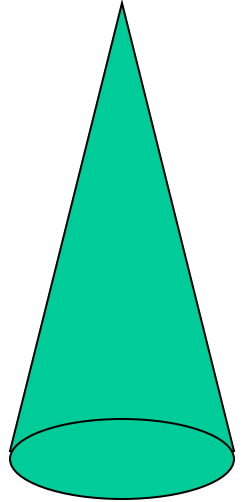
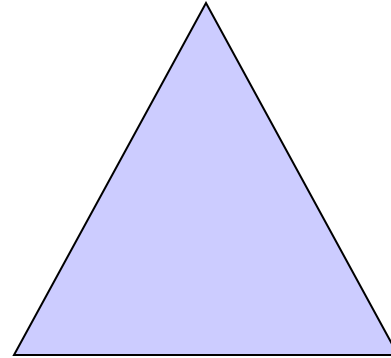
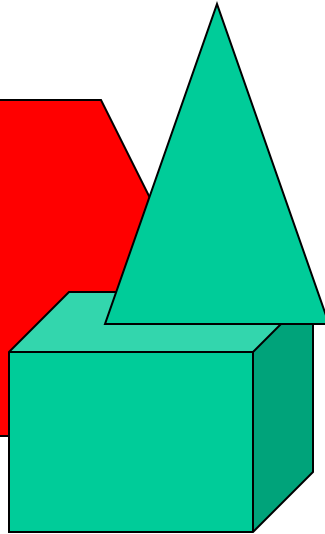
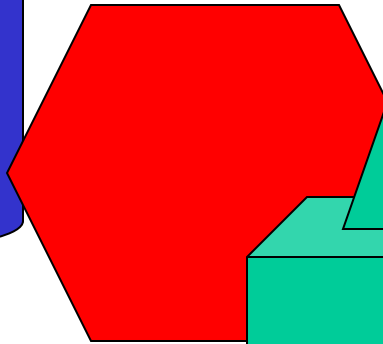
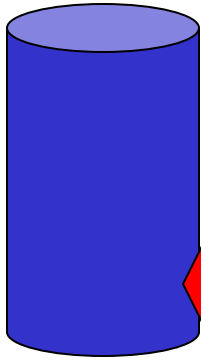
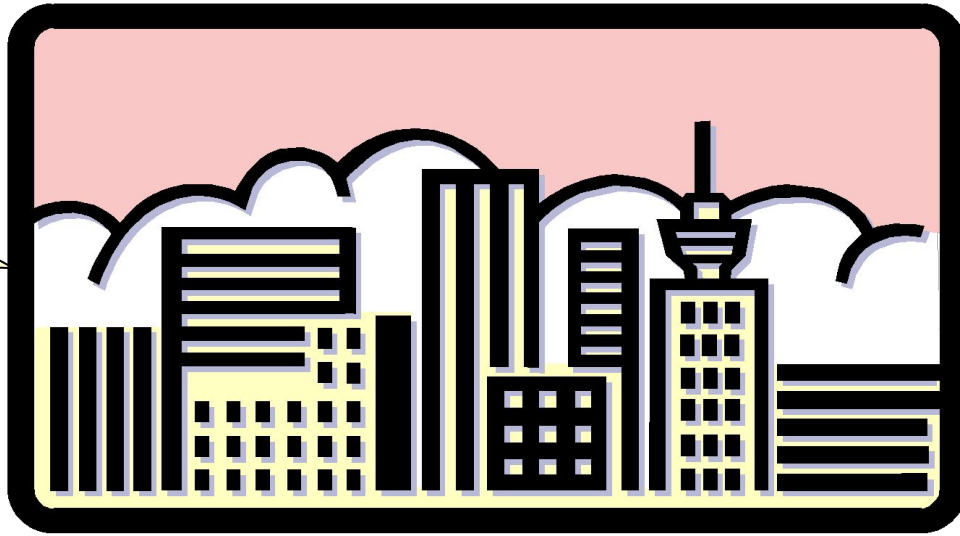
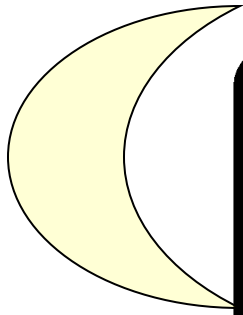
Практическая работа по группам

Сечение цилиндра

Самостоятельная работа

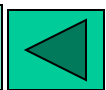
Слабо? Докажи!





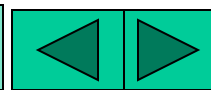
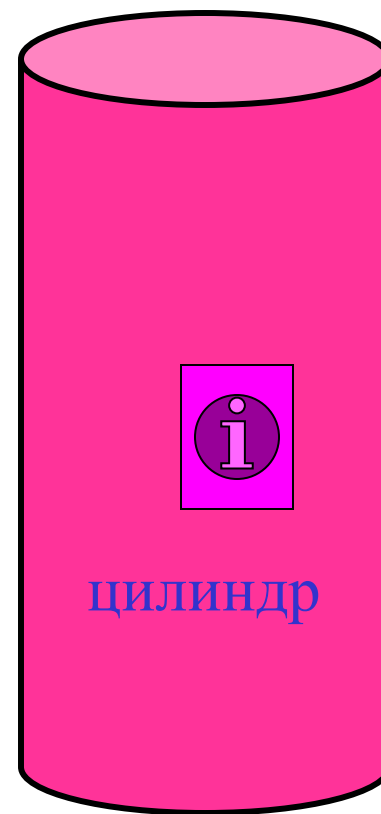
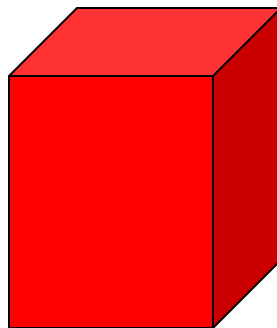
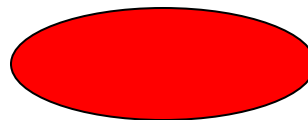
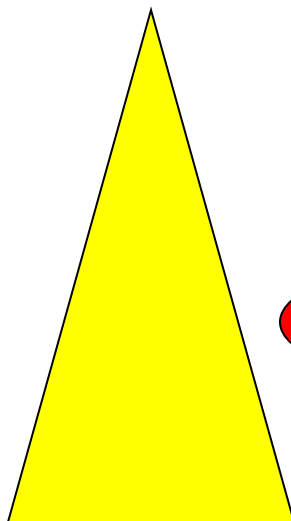
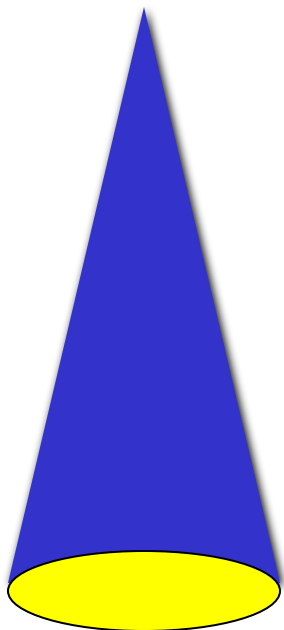
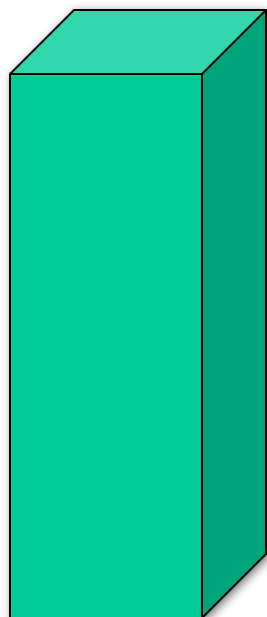
# Нас окружает множество предметов

- Они отличаются формой, размерами, материалом, из которого изготовлены, окраской. Разных людей интересуют разные качества этих предметов. Математиков интересуют форма предметов и их размеры. Поэтому вместо предметов они рассматривают геометрические тела: куб, призма, пирамида, **цилиндр**, конус, шар и т.д.
- Названия многих геометрических тел идут из глубокой древности, причем произошли они от соответствующих предметов. Например, из Древней Греции пришёл термин **«цилиндр»** (килиндрос - валик).

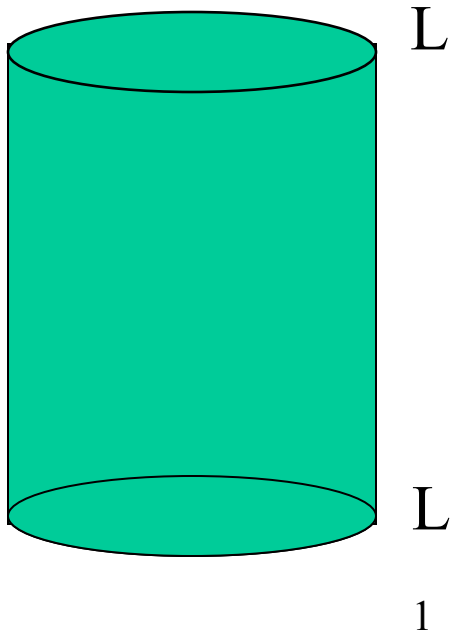


# Нас окружает множество предметов

- *Что получим, если в основании прямой призмы возьмем круг?*



# Что такое цилиндр?



**Цилиндр** – это тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя кругами с границами ( $L$  и  $L_1$ )

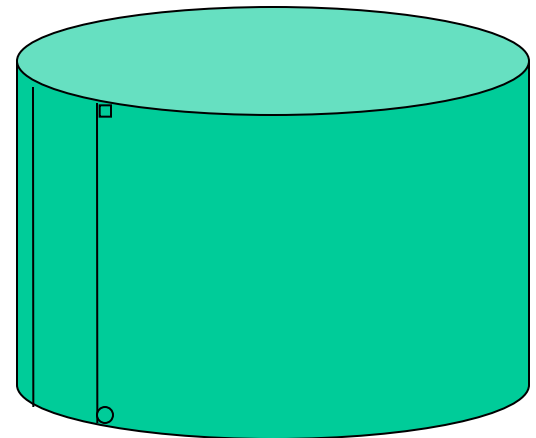
*Как называется отрезок, соединяющий точки окружностей оснований, перпендикулярный плоскостям оснований?*

### **Образующая цилиндра**

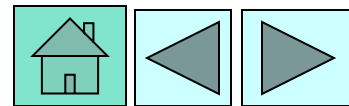
*Все образующие параллельны оси вращения и имеют одинаковую длину, равную высоте цилиндра.*

*Чему будет равна высота цилиндра,*

*если длина образующей цилиндра 5 см?*



**5 см**



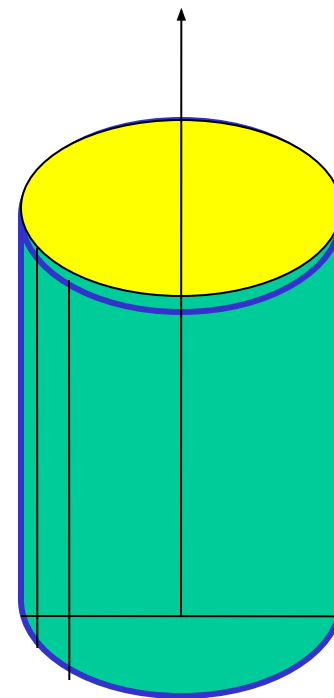


# *Сделайте чертёж цилиндра.*

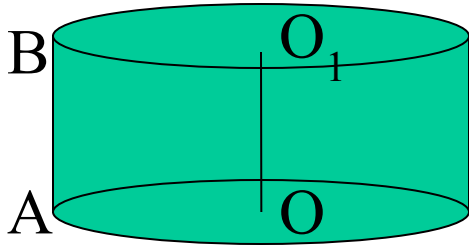
- Проведите 2 образующие.

- Выделите верхнее основание.

- Проведите ось вращения.



*Прямой круговой цилиндр* называется тело, образованное вращением прямоугольника вокруг своей стороны.



$OO_1$ -ось вращения  
(ось цилиндра)  
является  
высотой  
цилиндра.

**Основания цилиндра** –  
равные круги, расположенные  
в параллельных плоскостях.

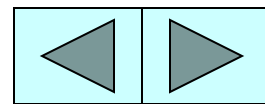
$$H = OO_1$$

**Радиусом** цилиндра называется  
радиус его основания.

$$R = OA$$

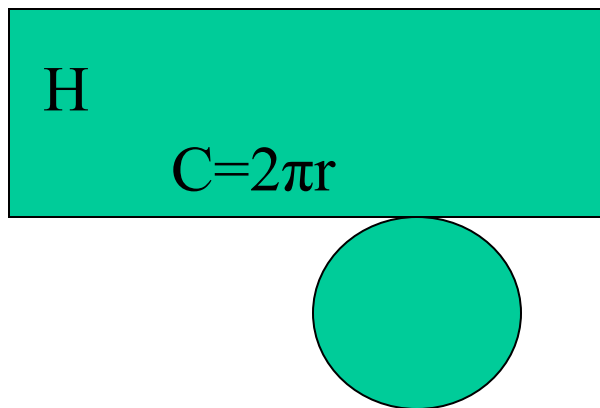
**Высотой** цилиндра называют  
также расстояние между  
плоскостями его оснований.

$$H = OO_1 = AB$$



*Так выглядит развертка цилиндра.*

*Разверткой боковой поверхности цилиндра является прямоугольник со сторонами  $H$  и  $C$ , где  $H$  – высота цилиндра,  $C$  – длина окружности основания.*



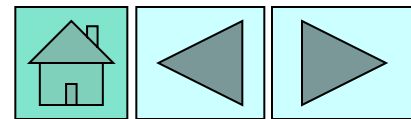
## **Формулы**

*для вычисления площади боковой поверхности и площади полной поверхности цилиндра.*

$$S_{\text{бок.}} = HC = 2\pi RH$$

$$S_{\text{осн.}} = \pi R^2,$$

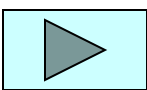
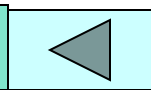
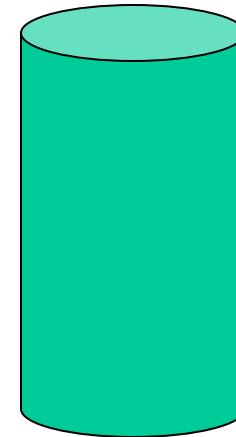
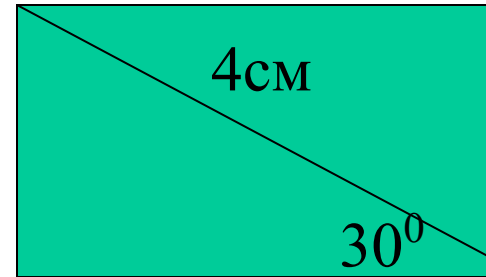
$$S_{\text{п.п.ц.}} = S_{\text{бок.}} + 2S_{\text{осн.}} = \\ = 2\pi R (R+H)$$



# Решим задачу

- Диагональ развёртки боковой поверхности цилиндра составляет угол  $30^\circ$  с основанием развертки, длина этой диагонали равна 4 см.

**Найти** площадь полной поверхности цилиндра.

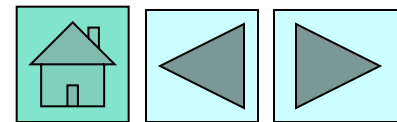
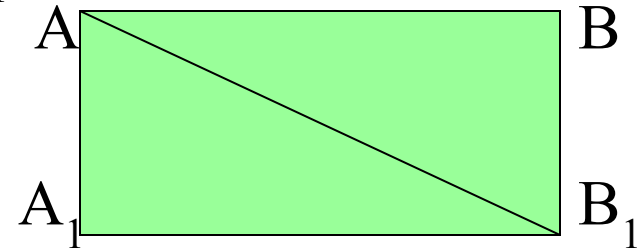


- **1 шаг.** Разверткой боковой поверхности является прямоугольник  $AA_1B_1B$ .

Из прямоугольного треугольника  $AA_1B$   
находим

$$AA_1 = A_1B * \sin 30^\circ = 4 * 1/2 \\ = 2 \text{ см} = H,$$

$$AB = A_1B * \cos 30^\circ = 4 * \frac{\sqrt{3}}{2} = \\ 2\sqrt{3} \text{ см} = C = 2\pi R$$



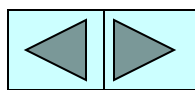
- **2 шаг.** из последнего  $2\pi R = 2\sqrt{3}$  см  
следует, что

$$R = \frac{2\sqrt{3}}{2\pi} = \frac{\sqrt{3}}{\pi} (\text{см})$$

**3 шаг.** Далее имеем

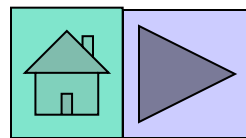
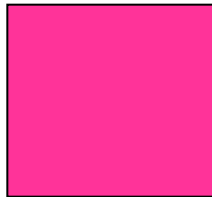
$$S_{\text{п.п.}} = 2\pi R(R + H) =$$
$$2\pi \frac{\sqrt{3}}{\pi} \left( \frac{\sqrt{3}}{\pi} + 2 \right) = 2\sqrt{3} \left( \frac{\sqrt{3}}{\pi} + 2 \right) = \frac{6}{\pi} + 4\sqrt{3}$$

**Ответ:**  $\frac{6}{\pi} + 4\sqrt{3} \text{ см}^2$



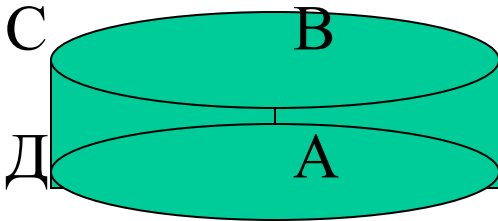
# Практическая работа

- Оборудование.
- Раздаточный материал для
- 1и 3 группы прямоугольник (со сторонами 16х20 см),
- 2 группа квадрат ( со стороной 15 см ),
- 4 группа прямоугольник (со сторонами 12х16 см)



## Задание для 1 группы

- Цилиндр получается вращением прямоугольника вокруг меньшей его стороны. Вычислить площадь полной поверхности, получившегося цилиндра.



**Дано:** цилиндр, ABCD-  
прямоугольник,

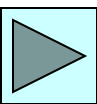
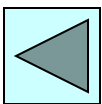
$$H=AB=16\text{см}, R=AD=20\text{см}$$

**Найти:** Sp.п.

**Решение:**

$$\begin{aligned} \text{Sp.п.} &= 2 \pi R(R + H) = \\ &= 2 \pi 20(20+16) = \\ &= 40 \pi * 36 = 1440 \pi \text{ см}^2 \end{aligned}$$

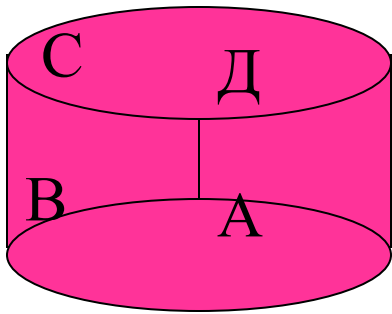
**Ответ:**  $1440\pi \text{ см}^2$





## Задание для 2 группы

Цилиндр получается вращением квадрата вокруг его стороны. Вычислите площадь полной поверхности, получившегося цилиндра.



Дано: цилиндр, ABCD-прямоугольник

$$R=AB= 16 \text{ см,}$$

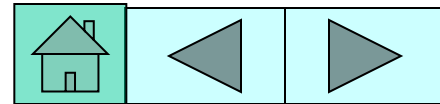
$$H=AD= 20 \text{ см}$$

Найти:  $S_{\text{п.п.}}$

Решение:

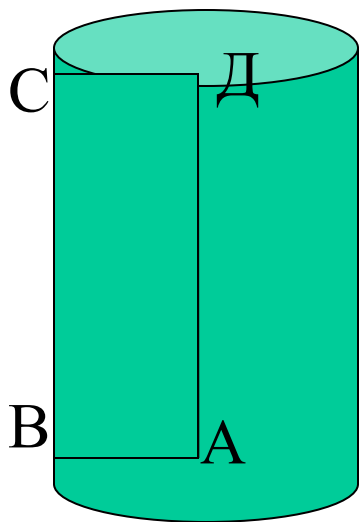
$$\begin{aligned} S_{\text{п.п.}} &= 2\pi R(R+H) = 2\pi * 16(20+16) = \\ &= 32\pi * 36 = 1152\pi \text{ см}^2 \end{aligned}$$

Ответ:  $1152\pi \text{ см}^2$



## Задание для 3 группы

- Цилиндр получается вращением прямоугольника вокруг большей его стороны. Вычислите площадь полной поверхности, получившегося цилиндра.



**Дано:** цилиндр, ABCD-  
прямоугольник

$$R=AB= 16 \text{ см,}$$

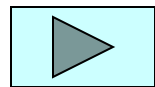
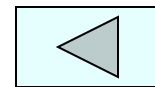
$$H=AD= 20 \text{ см}$$

**Найти:**  $S_{\text{п.п.}}$

**Решение:**

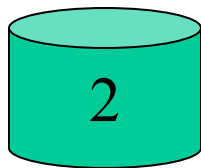
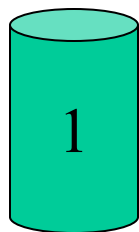
$$\begin{aligned} S_{\text{пп}} &= 2\pi R(R+H) = \\ &= 2\pi * 16(20+16) = \\ &= 32\pi * 36 = 1152\pi \text{ см}^2 \end{aligned}$$

**Ответ:**  $1152\pi \text{ см}^2$



## Задание для 4 группы

- Трубка, цилиндрической формы получается из прямоугольника. Вычислите радиус основания



- **Дано:** цилиндры 1 и 2  
прямоугольник 12 x 16 см

**Найти:**  $R_1, R_2$

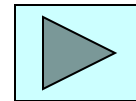
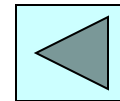
**Решение:**

$$C = 2\pi R$$

$$C_1 = 2\pi R_1 = 12, \quad R_1 = C/2\pi = 12/2\pi = 6\pi$$

$$C_2 = 2\pi R_2 = 16, \quad R_2 = C/2\pi = 16/2\pi = 8\pi$$

**Ответ:**  $R_1 = 6\pi$  см,  $R_2 = 8\pi$  см

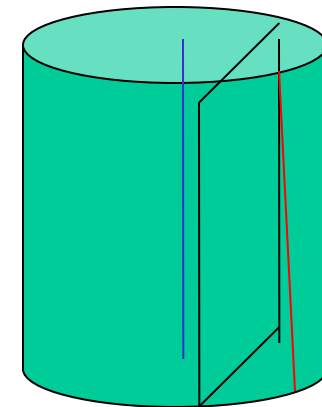
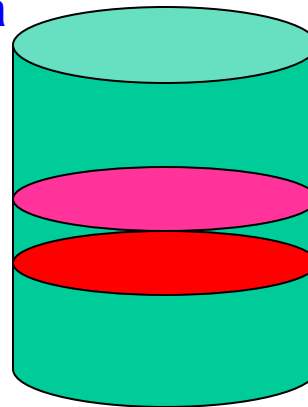
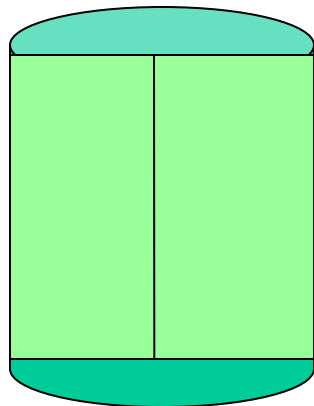
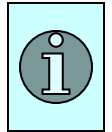


# Сечения

**Осевым сечением цилиндра** называется сечение цилиндра плоскостью, проходящей через ось вращения.

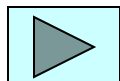
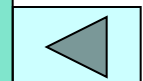
**ВСЕ** осевые сечения цилиндра – **равные** прямоугольники.

- Сечения бывают параллельны



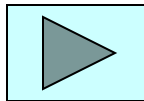
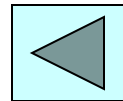
- плоскостям оснований (а)

- оси вращения цилиндра (б)



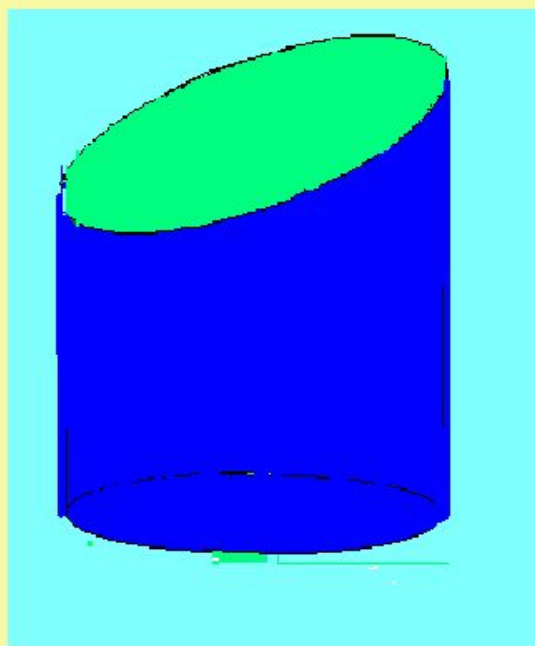
# *Знай, что*

- *если плоскость сечения параллельна основаниям цилиндра, то это круг и он перпендикулярен его оси вращения.*
- *если плоскость параллельна оси вращения и проходит на расстоянии от оси, меньшем радиуса цилиндра, то это будет прямоугольник и он перпендикулярен основаниям.*

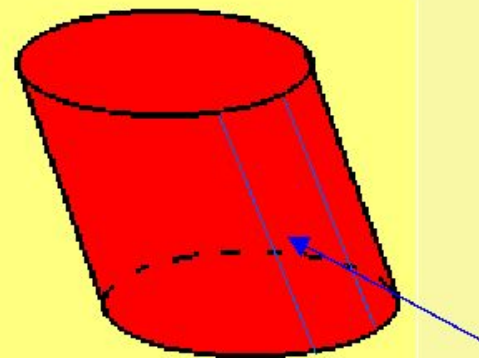


*На практике нередко встречаются предметы,*

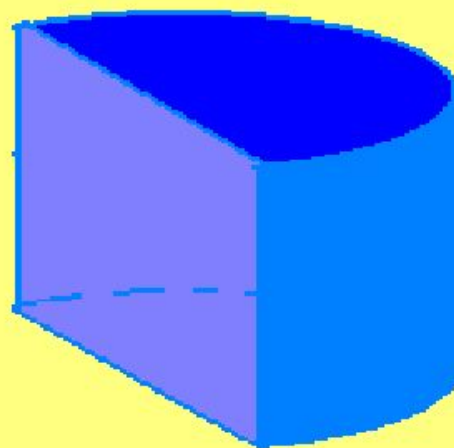
*которые имеют форму  
более сложных  
цилиндров.*



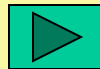
Сечение не параллельно  
основанию



*образующая*



*парабола*



# Самостоятельная работа

1 вариант

2 вариант

1) Заполните пустые клетки и найдите значение  $y$

	$r$	$h$	$S_{\text{бок}}$	$S_{\text{цил}}$
а)	1 см	2 см		
б)	$y/2$	$y$	28	

	$r$	$h$	$S_{\text{бок}}$	$S_{\text{цил}}$
а)	2 см	1 см		
б)	$y/2$	$y$		12 л

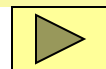
2) Пусть  $r$  - радиус,  $h$  - высота, а  $S$  - площадь основания данного цилиндра.

Найти  $S_{\text{цил.}}$ , если  $h = 2r$ , а

$$S = 45 \text{ м}^2.$$

Найти  $r$ , если  $r - h = 5 \text{ см}$ , а

$$S_{\text{цил.}} = 300 \text{ л см}^2$$



*Сверь ответ*  
*1 вариант*

1 задание

$$\text{а) } S_{\text{бок.}} = 4\pi \text{ см}^2,$$

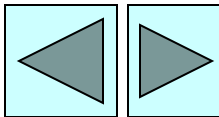
$$S_{\text{цил.}} = 6\pi \text{ см}^2$$

$$\text{б) } y = \sqrt{\frac{28}{\pi}}$$

$$S_{\text{цил.}} = 42$$

2 задание

$$S_{\text{цил.}} = 270 \text{ м}^2$$





***Сверь ответ***  
***2 вариант***

*1 задание*

а)  $S_{\text{бок.}} = 4\pi \text{ см}^2,$

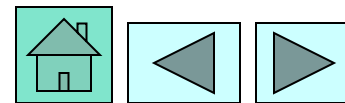
$S_{\text{цил.}} = 12\pi \text{ см}^2$

б)  $y = 2\sqrt{2}$

$S_{\text{бок.}} = 8\pi$

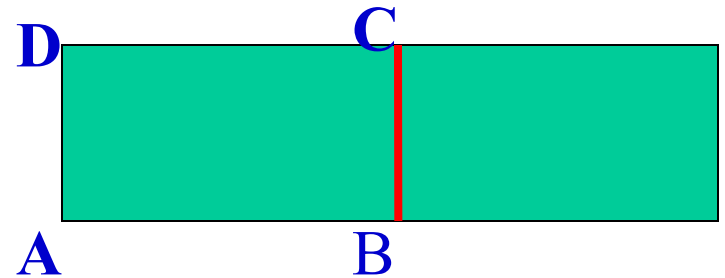
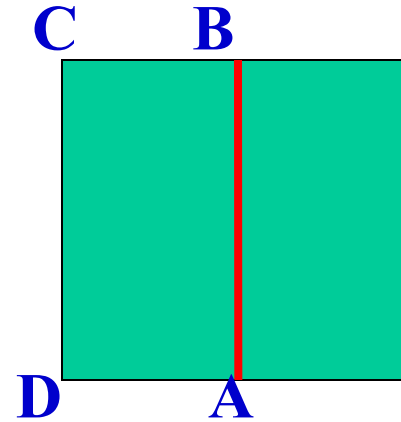
*2 задание*

$h = 5 \text{ см}, r = 10 \text{ см}$



# Слабо?

- **Один цилиндр** получен вращением в пространстве прямоугольника ABCD вокруг прямой AB, а **другой цилиндр** – вращением того же прямоугольника вокруг прямой BC.
- **Доказать, что площади боковых поверхностей этих цилиндров равны.**



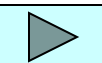
- Площади боковых поверхностей этих цилиндров равны

$$S_{\text{бок.}} = 2\pi R * H$$

В первом случае  $R = AD, H = AB$

Во втором случае  $R = AB, H = AD$

$$\longrightarrow S = 2 \pi * AD * AB$$



## Подведем итог.

- Составьте 5 основных вопросов по теме «Цилиндр».
- Какое тело получится при вращении квадрата вокруг его диагонали?
- Это тема следующих уроков.

