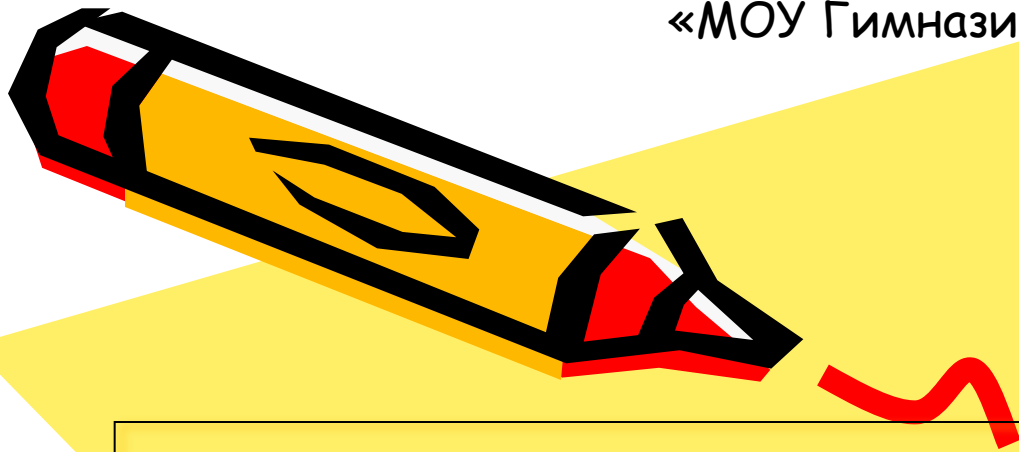


«МОУ Гимназия №8»

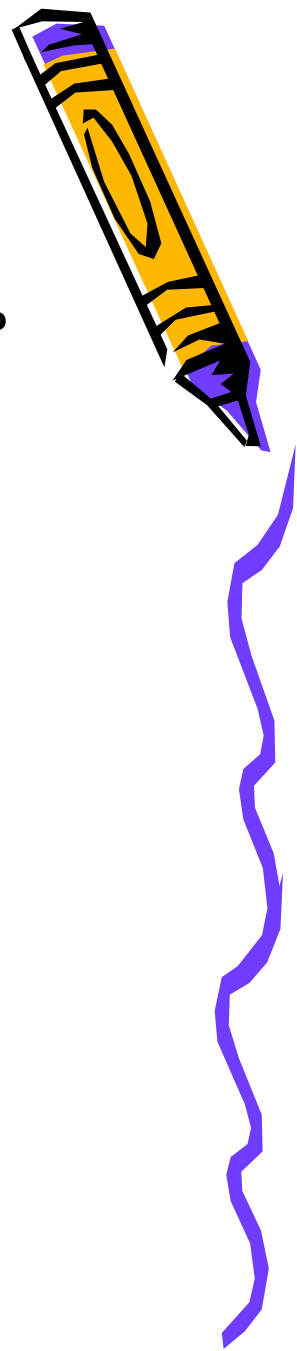


«Фракталы.»

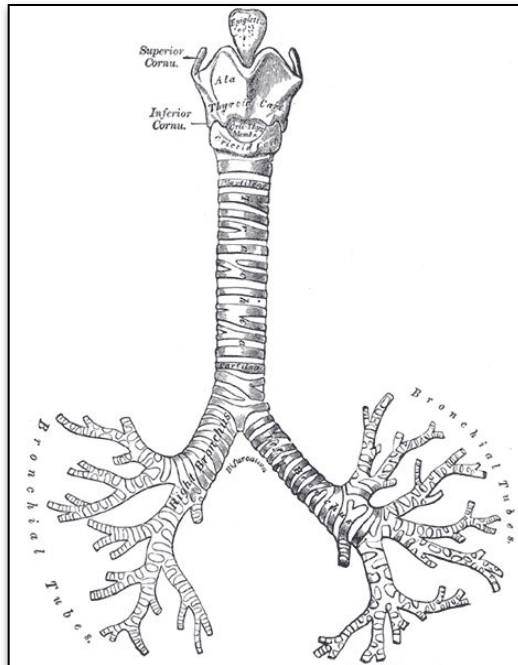
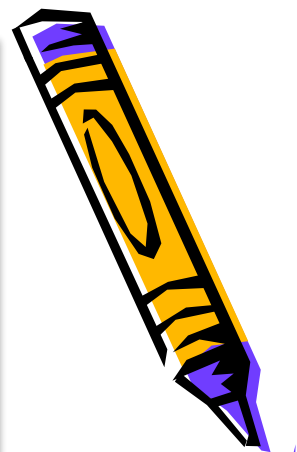
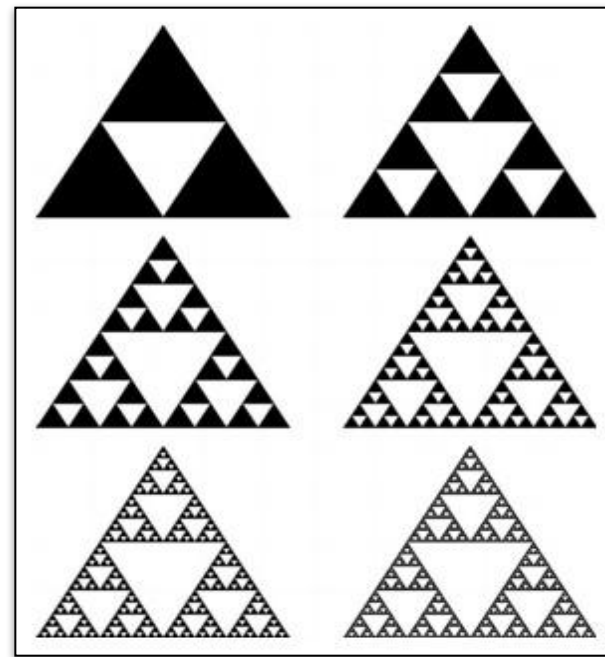
Выполнили
ученики 8 А класса: Ливанов Олег и
Пичугин Данила
Руководитель учитель математики:
Ковалева Е.А.



- Цель исследования: понять, что фракталы область удивительного математического искусства.
- Задачи:
 - 1. Узнать что такое фракталы.
 - 2. Изучение фракталов различного вида.
 - 3. Классификация, знакомство с математическим обоснованием графической интерпретации фрактальных образов.



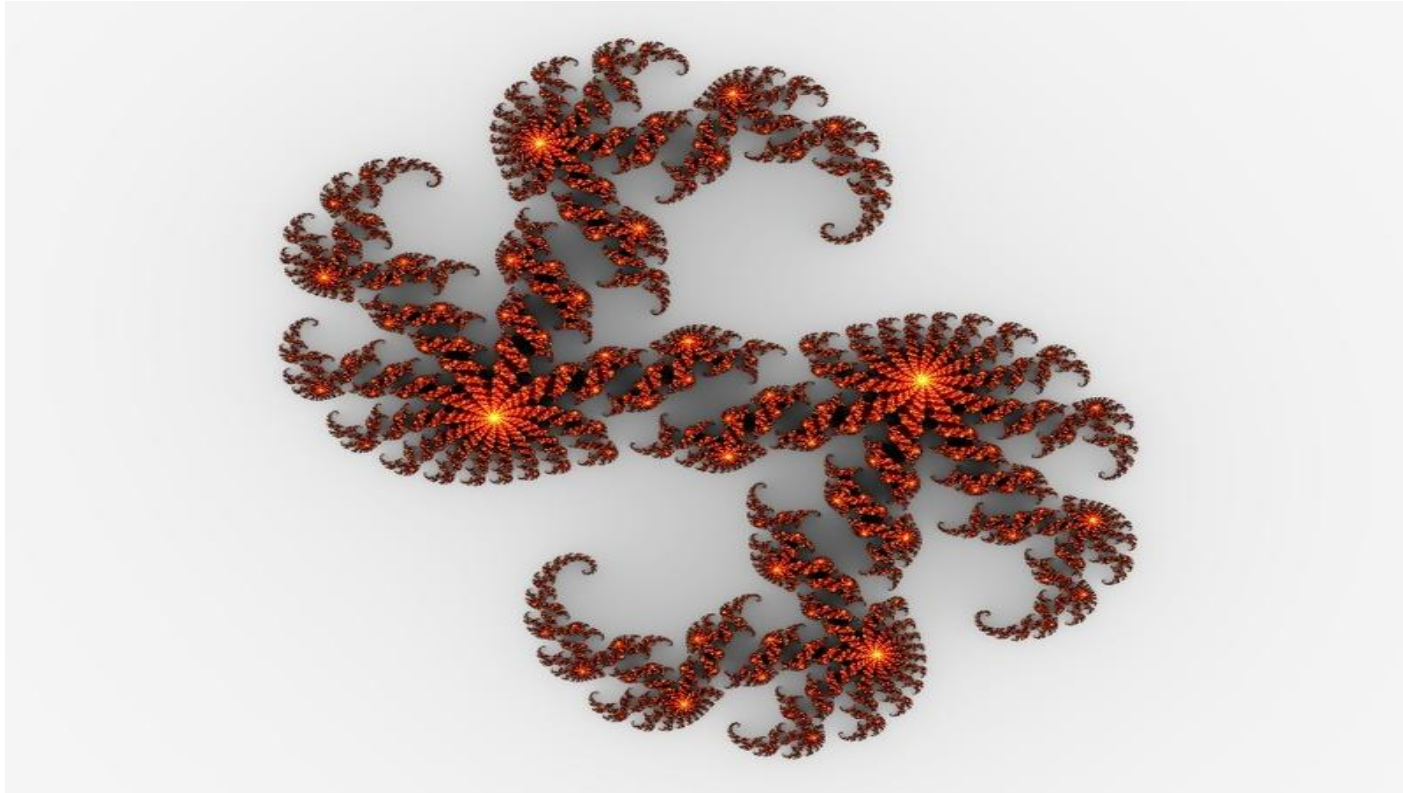
- Фракталами называют бесконечно самоподобные фигуры, каждый фрагмент которых повторяется при уменьшении масштабов.



Разветвления трубочек трахей, нейроны, сосудистая система человека, извилины берегов морей и озер, контуры деревьев-это все фракталы.



- Понятия фрактал и фрактальная геометрия, появившиеся в конце 70-х, с середины 80-х прочно вошли в обиход математиков и программистов. Слово фрактал образовано (от лат. «fractus») и в переводе означает состоящий из фрагментов.



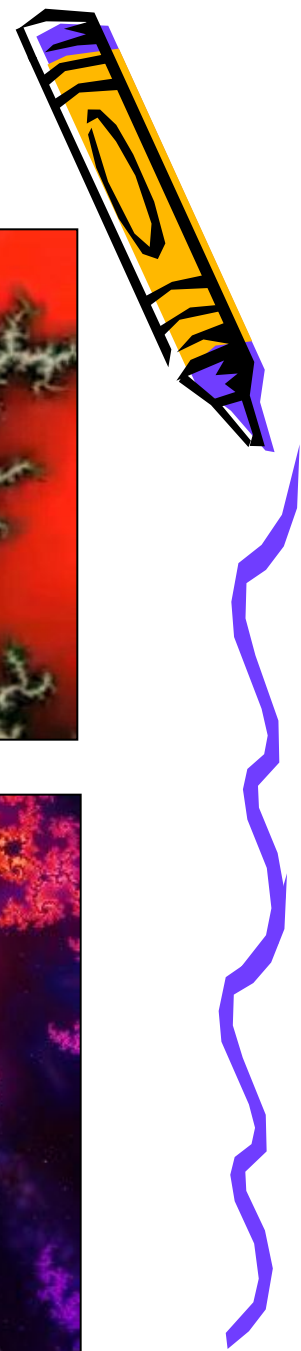
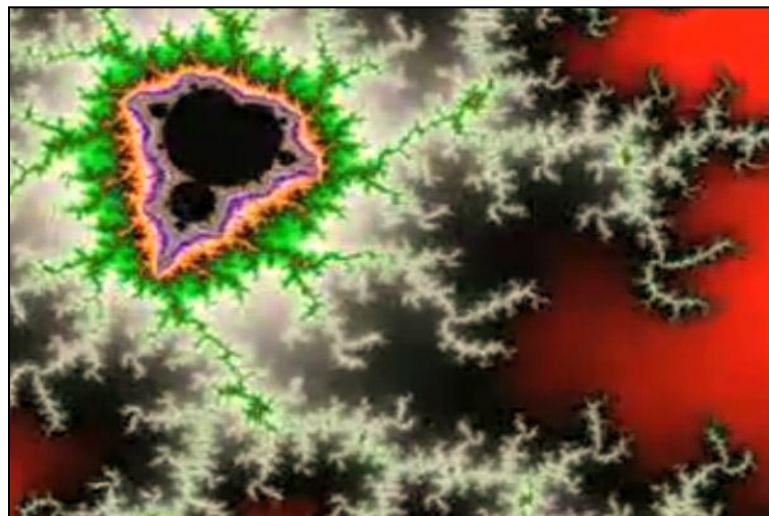
Оно было предложено Бенуа Мандельбротом в 1975 году для обозначения нерегулярных, но самоподобных структур, которыми он занимался.

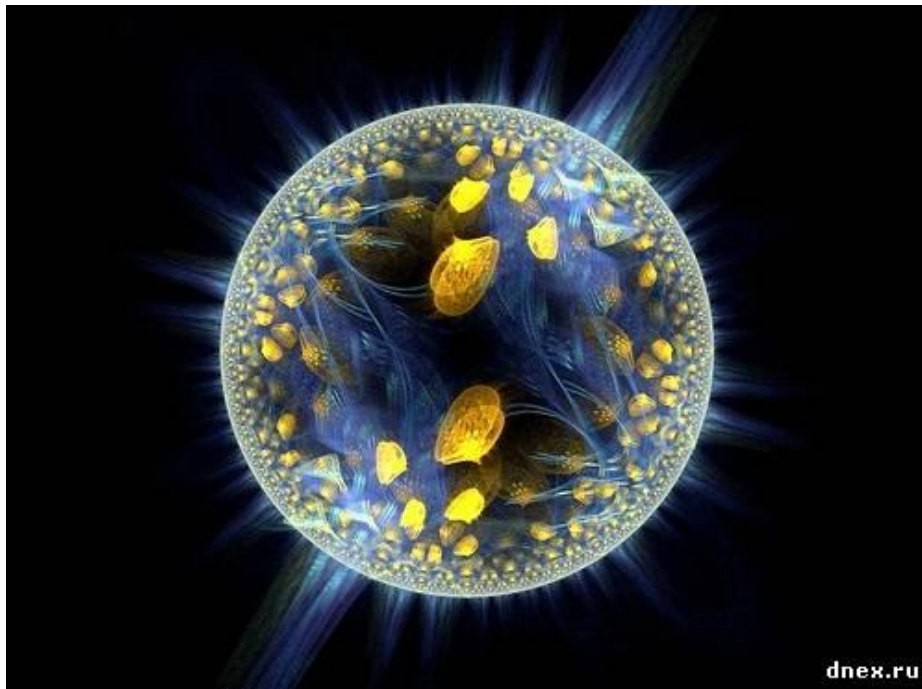
Термин самоподобие означает наличие тонкой, повторяющейся структуры.



- Прежде всего, фракталы - область удивительного математического искусства, когда с помощью простейших формул и алгоритмов получаются картины необычайной красоты и сложности!

- В контурах построенных изображений нередко угадываются листья, деревья и цветы.





• Одни из наиболее мощных приложений фракталов лежат в компьютерной графике.

• Во-первых, это фрактальное сжатие изображений, и во-вторых построение ландшафтов, деревьев, растений и генерирование.

• Конечно же, фракталы применяются непосредственно в самой математике.



ФРАКТАЛЫ

Фракталы, созданные учеными

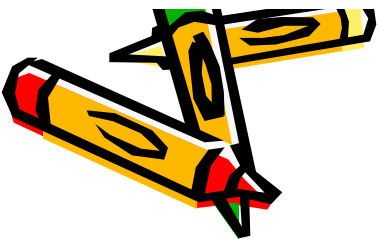
Фрактальные объекты природы

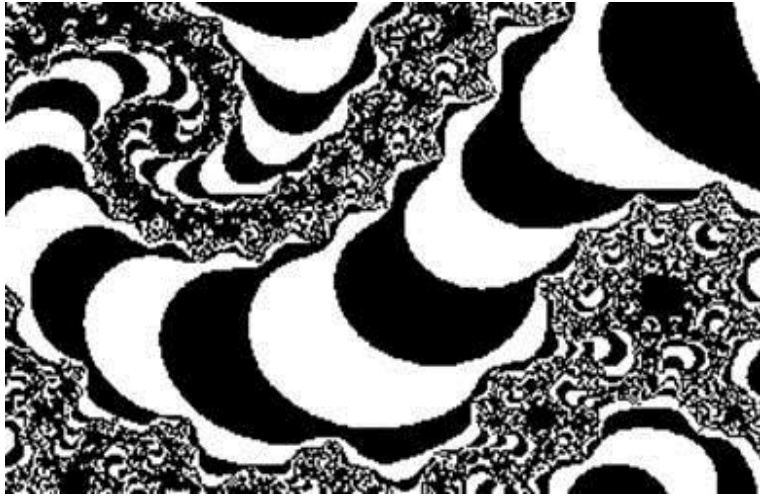
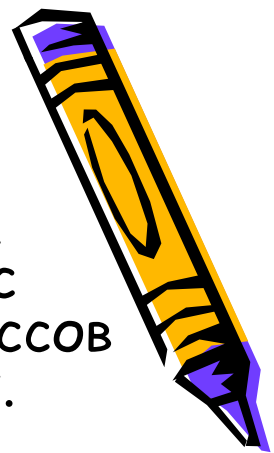
Геометрические
фракталы

Алгебраические
фракталы

Стохастические
фракталы

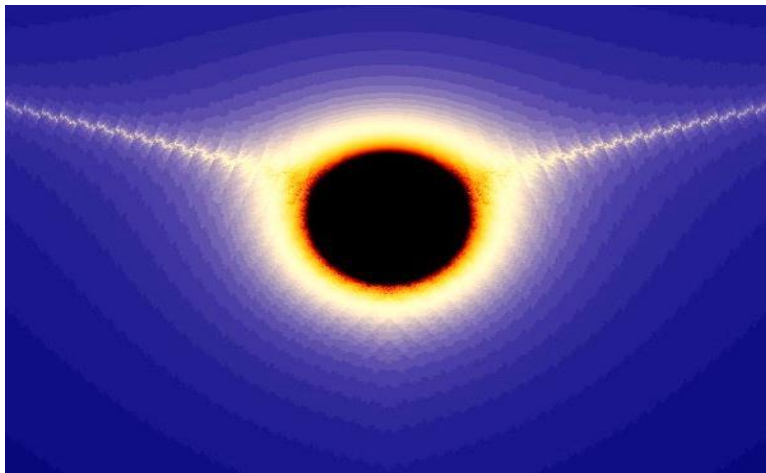
Физические
фракталы





- Это самая крупная группа фракталов. Получают их с помощью нелинейных процессов в n -мерных пространствах.

- Известно, что нелинейные динамические системы обладают несколькими устойчивыми состояниями.

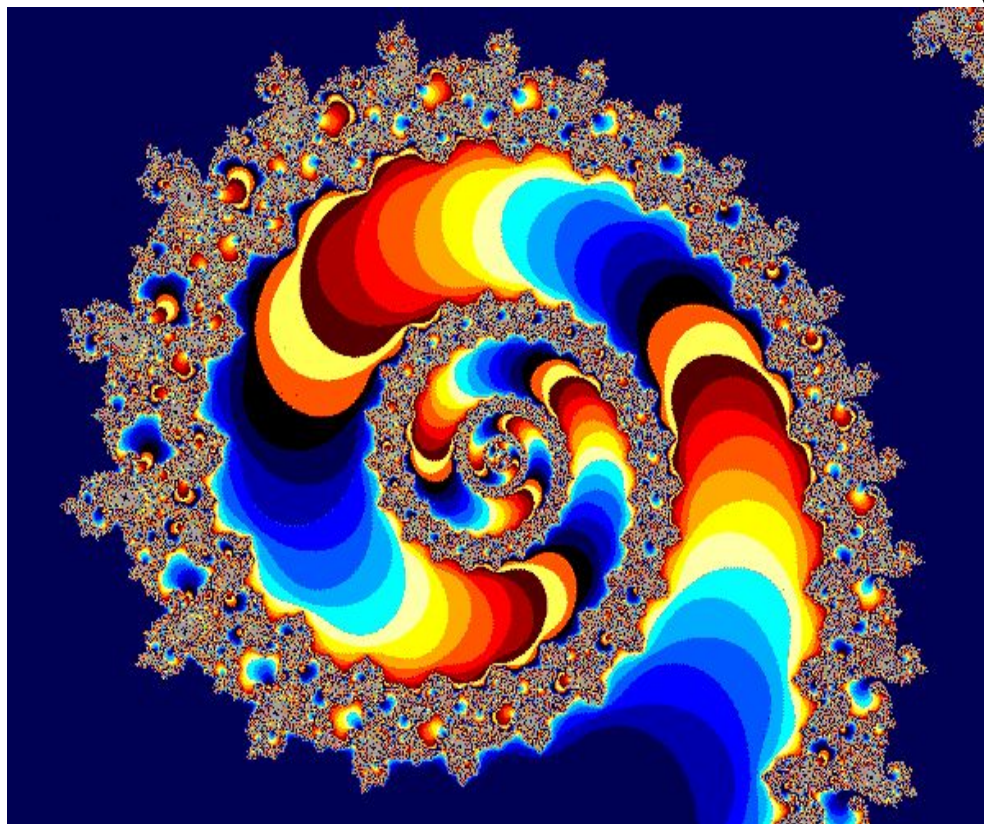


- Поэтому каждое устойчивое состояние (или как говорят - аттрактор) обладает некоторой областью начальных состояний, из которых система обязательно попадет в рассматриваемые конечные состояния.

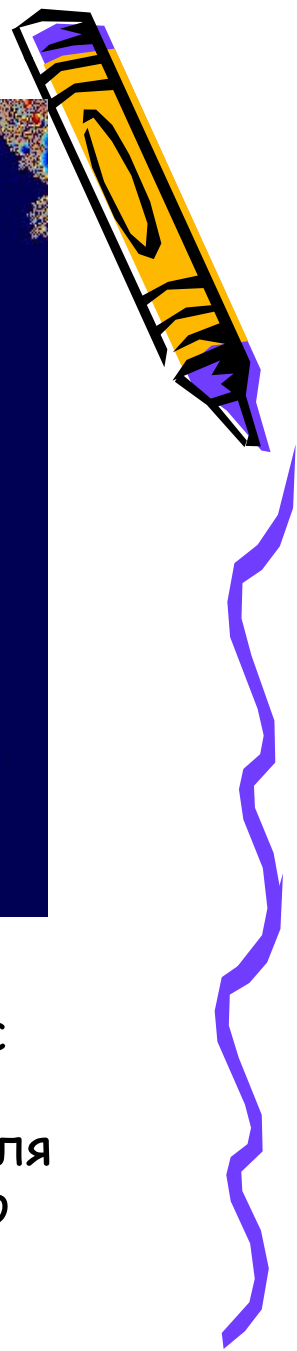
- Таким образом фазовое пространство системы разбивается на области притяжения аттракторов.



- Если фазовым является двухмерное пространство, то окрашивая области притяжения различными цветами, можно получить цветовой фазовый портрет этой системы (итерационного процесса).



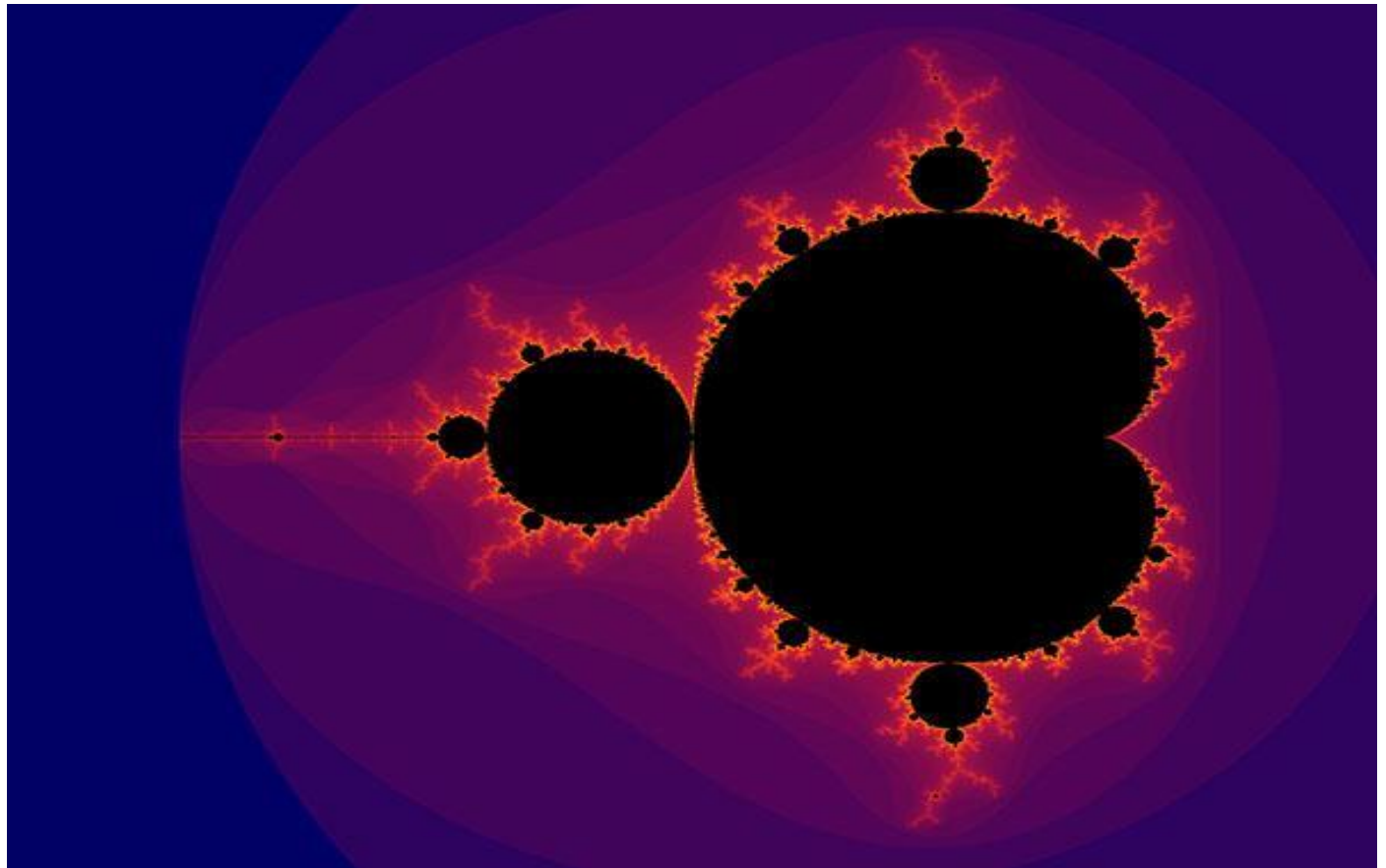
- Меняя алгоритм выбора цвета, можно получить **сложные фрактальные картины** с причудливыми многоцветными узорами. Неожиданностью для математиков стала возможность с помощью примитивных алгоритмов породить очень сложные нетривиальные структуры.



- В качестве примера рассмотрим множество Мандельброта. Алгоритм его построения достаточно прост и основан на простом итеративном выражении:

$$Z[i+1] = Z[i] * Z[i] + C,$$

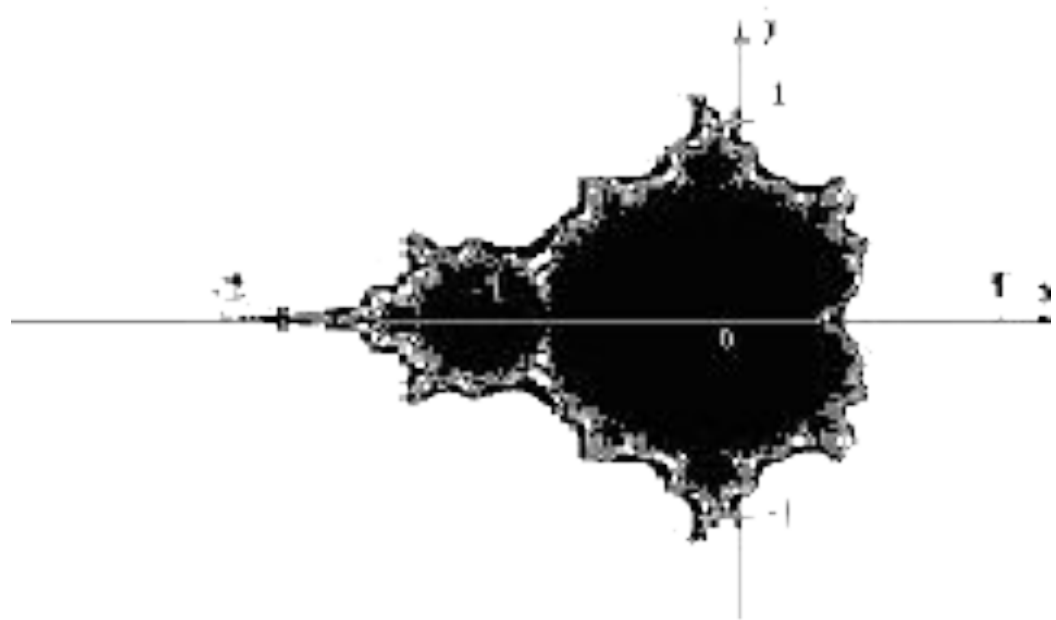
где Z_i и C - комплексные переменные.





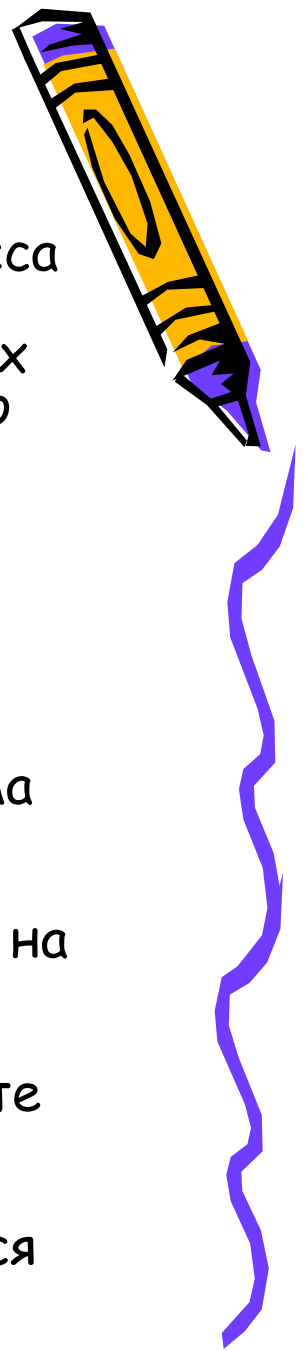
Итерации выполняются для каждой стартовой точки с прямоугольной или квадратной области - подмножестве комплексной плоскости.

Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока $Z[i]$ не выйдет за пределы окружности радиуса 2, центр которой лежит в точке $(0,0)$, (это означает, что аттрактор динамической системы находится в бесконечности), или после достаточно большого числа итераций (например 200-500) $Z[i]$ сойдется к какой-нибудь точке окружности.



Множество Мандельброта





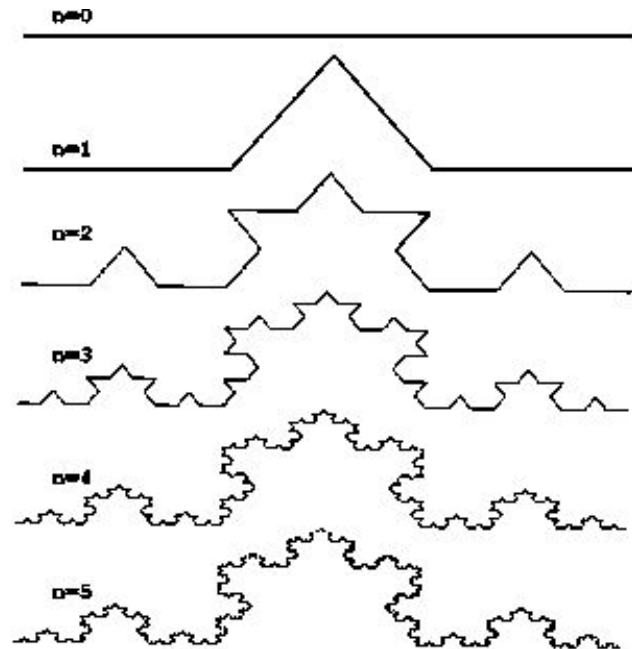
- Фракталы этого класса самые наглядные. В двухмерном случае их получают с помощью ломаной (или поверхности в трехмерном случае), называемой генератором.

За один шаг алгоритма каждый из отрезков, составляющих ломаную, заменяется на ломаную-генератор в соответствующем масштабе. В результате бесконечного повторения этой процедуры получается геометрический фрактал



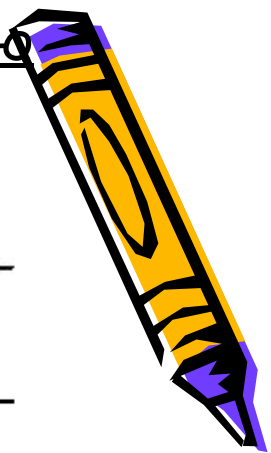
Рассмотрим один из таких фрактальных объектов - триадную кривую Кох.

Построение кривой начинается с отрезка единичной длины - это 0-е поколение кривой Кох.

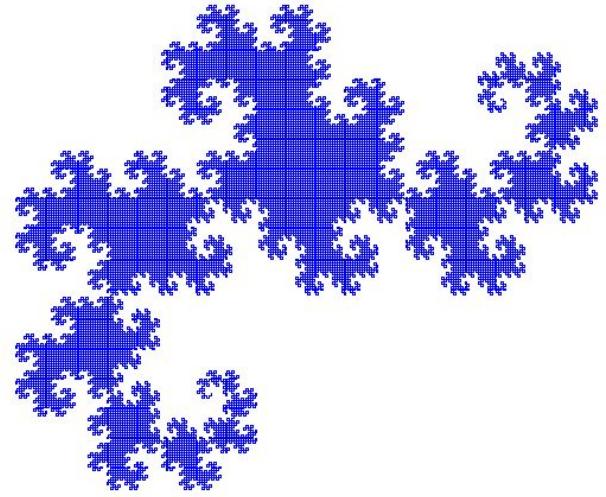
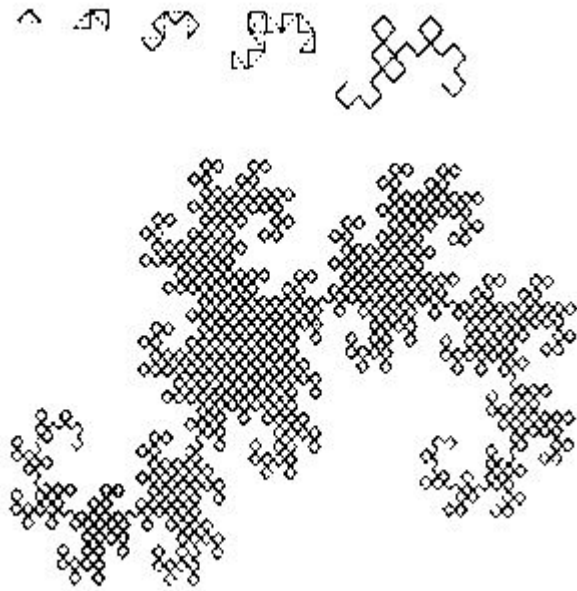
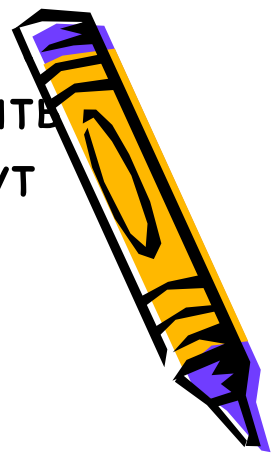


Построение триадной кривой Кох

Итак, для получения каждого последующего поколения, все звенья предыдущего поколения необходимо заменить уменьшенным образующим элементом. Кривая n -го поколения при любом конечном n называется предфракталом. При n стремящемся к бесконечности кривая Кох становится фрактальным объектом



Для получения "дракона" Хартера-Хейтуэя нужно изменить правила построения. Пусть образующим элементом будут два равных отрезка, соединенных под прямым углом. В нулевом поколении заменим единичный отрезок на этот образующий элемент так, чтобы угол был сверху.



Построение дракона Хартера-Хейтуэя.



В машинной графике использование геометрических фракталов необходимо при получении изображений деревьев, кустов, береговой линии. Двухмерные геометрические фракталы используются для создания объемных текстур.

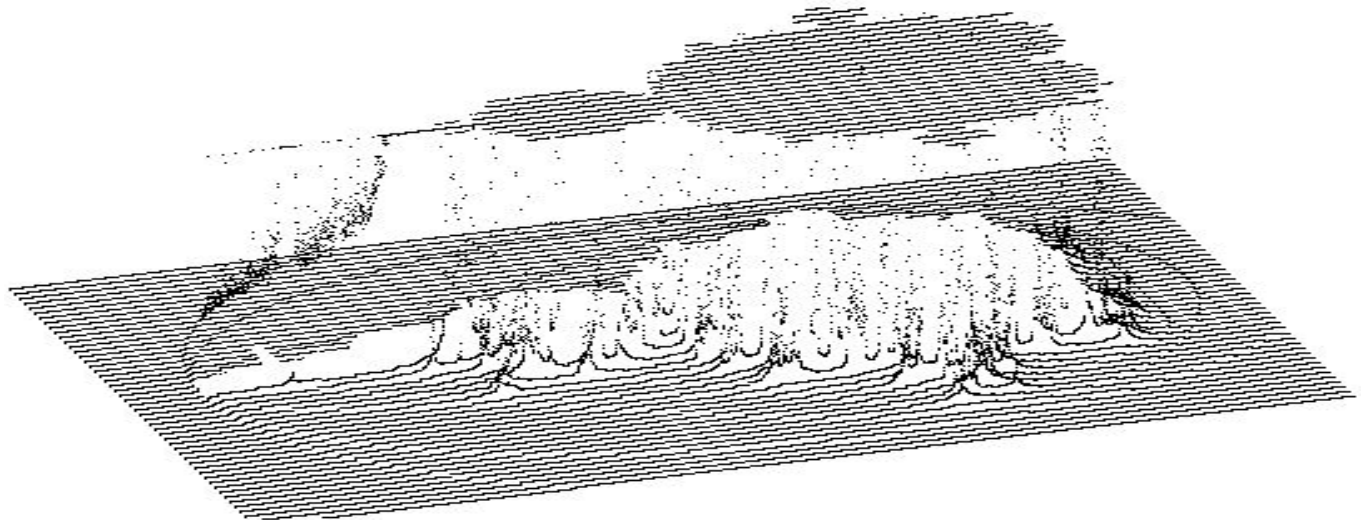


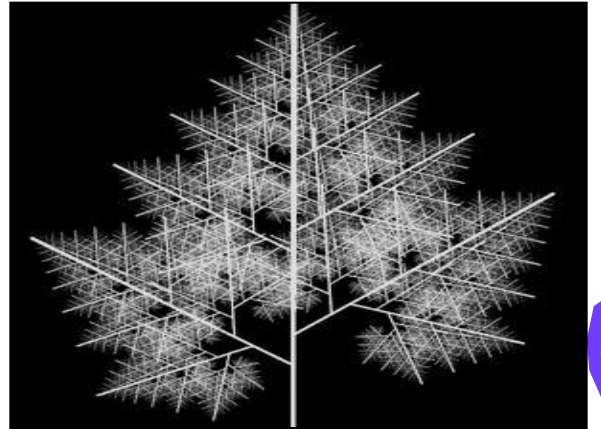
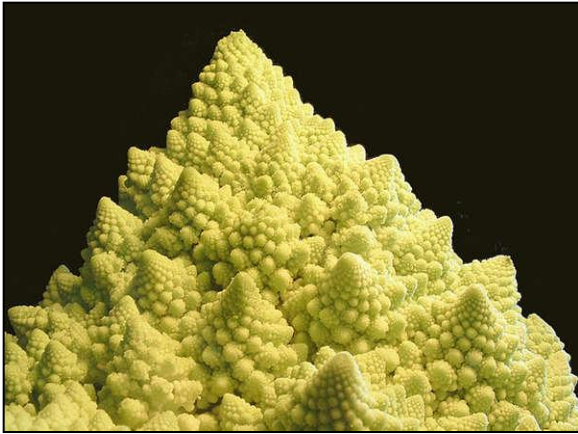
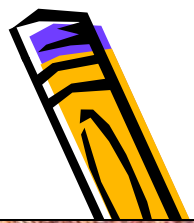
Фрактальное дерево

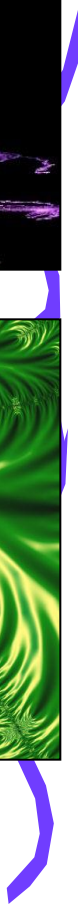
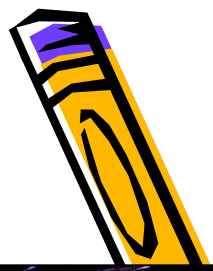
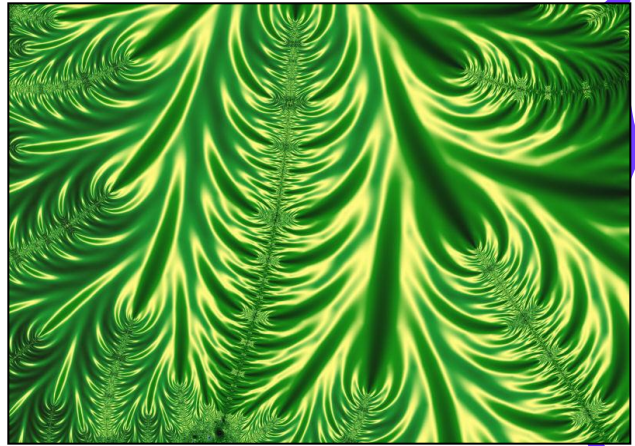
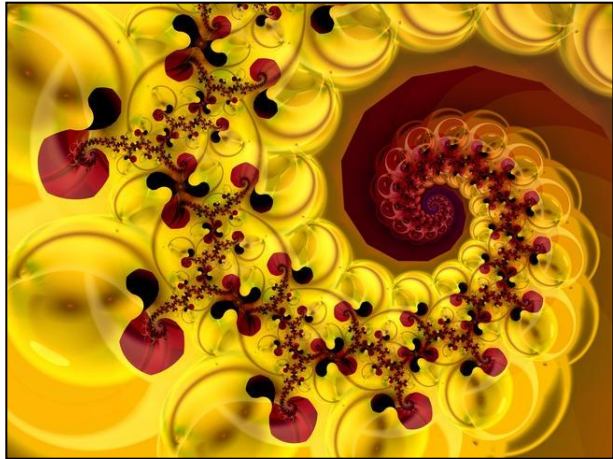
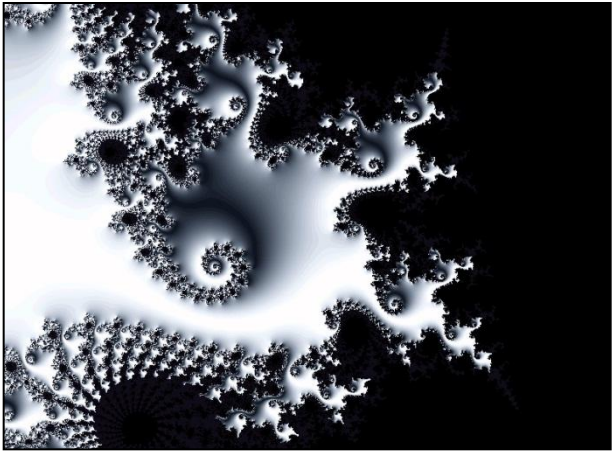
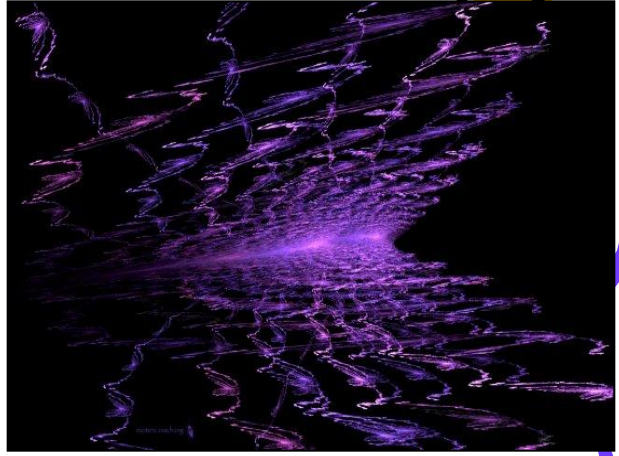
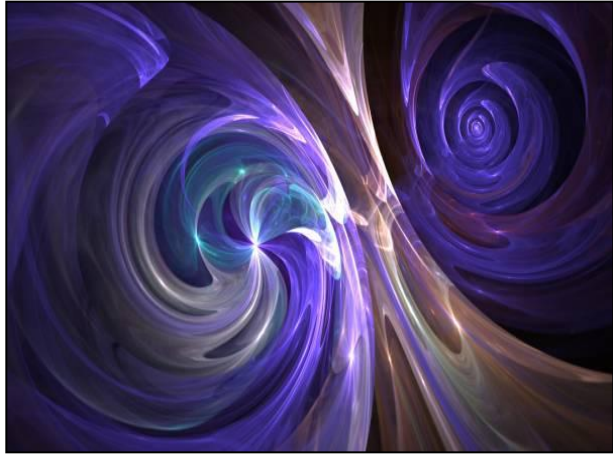
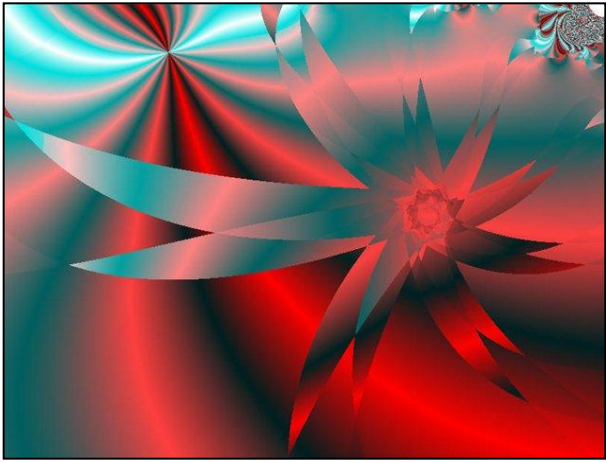


Еще одним известным классом фракталов являются стохастические фракталы, которые получаются в том случае, если в итерационном процессе случайным образом менять какие-либо его параметры.

При этом получаются объекты очень похожие на природные - несимметричные деревья, изрезанные береговые линии и т.д. Двумерные стохастические фракталы используются при моделировании рельефа местности и поверхности моря.







- Первый раз услышав о фракталах, задаёшься вопросом, что это такое?
- По сути, фракталы открывают нам глаза и позволяют посмотреть на математику с другой стороны
- Своей проектной работой мы хотели рассказать о довольно новом понятии в математике «фрактал». Что это такое, какие существуют виды, где распространяются. Мы очень надеемся, что фракталы заинтересовали вас. Ведь, как оказалось, фракталы довольно интересны и они есть почти на каждом шагу.

