



## Основные понятия теории множеств. Алгебра множеств



**Множество** — это некоторая совокупность элементов, класс отличающихся друг от друга объектов, объединенных каким-либо общим свойством.

**Элементы множества** — это объекты, которые образуют данное множество, могут обладать некоторыми свойствами и находиться в некоторых отношениях между собой или с элементами других множеств.



Множества обозначают заглавными, а элементы множеств – строчными латинскими буквами или строчными латинскими буквами с индексами.

Запись  $A=\{a,b,d,h\}$  означает, что множество  $A$  состоит из четырех элементов  $a, b, d, h$ .

Утверждение, что конечное множество  $A$  состоит из  $n$  элементов, записывается так:

$$A=\{a_1, a_2, \dots, a_n\}.$$



# Обозначения

Существует два основных способа задания неупорядоченных множеств:

- а) перечисление всех его элементов;
- б) описание характеристического (общего) свойства его элементов

Принадлежность элемента множеству обозначается символом  $\in$ :  $a \in A$  (читают: элемент  $a$  принадлежит множеству  $A$ ).

В противном случае обозначают  $a \notin A$  (читают: элемент  $a$  не принадлежит множеству  $A$ ).

Элементами множеств могут быть другие множества, тогда эти элементы могут обозначаться заглавными буквами.



## Пример

$$A = \{D, C\},$$

$$D = \{a, b\},$$

$$C = \{c, d, e\}.$$

При этом  $D \in A$ ,  $C \in A$ , но  $a \notin C$  и  $c \notin D$ .

## Пример

$$A = \{\{x, y\}, z\}.$$

Эта запись означает, что множество  $A$  содержит два элемента: множество  $\{x, y\}$  и элемент  $z$ .



Множество называется **конечным**, если оно содержит конечное число элементов и **бесконечным**, если оно содержит неограниченное число элементов.

## Пример.

Множество  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0\}$  цифр в десятичной системе счисления конечно.

Множество точек окружности бесконечно.





**Упорядоченным** считается такое множество, в котором важен порядок следования элементов.

Например, упорядоченным является множество, в котором каждый элемент имеет свой порядковый номер.

Обозначают упорядоченное множество, как правило, либо круглыми, либо треугольными скобками.

$A = \langle 1, 2, 3 \rangle$ , в общем случае:  $A = \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ;  
 $B = (a, b, c)$ .



## *Перечислением элементов*

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}.$$

### **Пример**

Множество отличников в классе 1а обозначим  $Z_{1a}$  и зададим его перечислением:

$$Z_{1a} = \{\text{Иванов, Петров, Сидоров, Кукушкина}\}$$



## ♦ *Определяющим свойством*

Множество  $X = \{x \mid P(x)\}$ , где  $P(x)$  означает, что элемент  $x$  обладает свойством  $P(x)$ .

## Пример

Множество  $N_{10}$  всех натуральных чисел, меньших 10 можно задать так:

$$N_{10} = \{x \mid x \in N, x < 10\}.$$



Множество  $A$ , все элементы которого принадлежат множеству  $B$ , называется **подмножеством** множества  $B$ .

**Обозначение:**  $A \subset B$ ;  $A \subseteq B$ .

**Пример.**

$A$  – множество действительных чисел;

$B$  – множество натуральных чисел.

Множество  $B$  является подмножеством множества  $A$ .



Неупорядоченные множества **равны**, если они содержат одинаковый набор элементов. **Равные множества** — это множества, которые включают в себя одни и те же элементы, то есть являются эквивалентными по отношению друг к другу.

Обозначается  $A=B$ .

Если множества не равны, это обозначается  $A \neq B$ .



Равны ли множества?





*Верно ли записано равенство? Почему?*

$$\{\square; \bullet; \circ; \blacksquare; \star; \triangle\} = \{\bullet; \circ; \triangle; \square; \blacksquare; \star\}$$

ДА, НЕТ

$$\{\bullet; \circ; \blacksquare; \triangle\} = \{\bullet; \circ; \blacksquare\}$$

ДА, НЕТ

$$\{\triangle; \circ; \square; \blacksquare\} = \{\triangle; \square; \circ; \bullet\}$$

ДА, НЕТ





$A=B$  тогда и только тогда, когда из условия  $x \in A$  следует  $x \in B$  и из условия  $y \in B$  следует  $y \in A$ .

## Пример

Пусть заданы множества

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\};$$

$B$  – множество натуральных чисел от 1 до 5;

$$C = \{c \mid 1 \leq c \leq 5, c \in \mathbb{N}\};$$

$$D = \{4, 1, 5, 2, 3\}.$$

Эти множества содержат один набор элементов,  
поэтому

$$A=B=C=D$$



## Пример

Пусть заданы множества:

$A = \{\text{Иванов, Петров, Сидоров}\};$

$B = \{\text{Иванов, Петров, Сидоров}\}.$

$A = B$ , если речь идет об одних и тех же людях.

В противном случае  $A \neq B$ .



## Пример

Пусть  $A$  - множество остатков, получаемых при последовательном делении натуральных чисел  $\{3, 4, 5, 6, \dots\}$  на 3:

$$A = \{0, 1, 2, 0, 1, 2, 0, 1, 2, 0, \dots\}.$$

Это множество содержит всего три элемента:

$$0, 1, 2.$$

Поэтому его можно записать в виде

$$A = \{0, 1, 2\}.$$



# Мощность множества

Число элементов в *конечном* множестве  $M$  называется *мощностью*  $M$  и обозначается  $|M|$ .

## Пример

Пусть задано множество  $A = \{x \mid 5 \leq x \leq 10, x \in \mathbb{N}\}$ , тогда  $|A| = 6$

## Пример

$B$  – множество всех видов шахматных фигур,

$C$  – множество всех шахматных фигур, участвующих в одной игре.

$|B| = 6$  (пешка, ладья, слон, конь, ферзь, король)

$|C| = 32$  ( $16$  белых и  $16$  черных).



# Строгое и нестрогое включение

**Нестрогое включение** обозначается  $A \subseteq B$ , означает, что  $A$  – **подмножество** множества  $B$ , возможно совпадающее с  $B$ .

**Строгое включение** обозначается  $A \subset B$ , и означает, что  $A$  – подмножество множества  $B$ , не совпадающее с  $B$ .

$B$  – красный круг,  $A$  – желтый

$A \subset B$  читается “ $A$  включено в  $B$ ”.





# Строгое и нестрогое включение

## Равенство множеств

Выполнение соотношений  $A \subseteq B$  и  $B \subseteq A$  возможно только при  $A = B$ .

$A = B$ , если  $A \subseteq B$  и  $B \subseteq A$ .

Эти соотношения являются признаком равенства множеств через отношение включения.

Иногда в литературе символом  $\subset$  обозначают "нестрогое" включение, допускающее и равенство множеств. В этом случае символ  $\subseteq$  не используется, а строгое включение записывают двумя соотношениями  $A \subset B$ ,  $A \neq B$ .



# Строгое и нестрогое включение

## Пример

$X$  – множество студентов группы,

$Y$  – множество отличников в группе.

Тогда  $Y \subseteq X$ ,

$Z$  – множество студентов потока

Тогда  $X \subset Z$ .

Включение  $X$  в  $Z$  строгое, поскольку кроме студентов группы  $X$ , в вузе обязательно присутствуют студенты других групп.



# Универсальное множество

**Универсальным** называется множество, содержащее все возможные элементы, встречающиеся в данной задаче.

Универсальное множество обозначается символом  **$U$** .

Универсальное множество  **$U$**  может отличаться для каждой отдельной задачи и определяется условием задачи.



# Пустое множество

**Пустым** называется такое множество, которое не содержит никаких элементов.

Пустое множество обозначается специальным символом  $\emptyset$ .

Пустое множество  $\emptyset$  является подмножеством любого множества, т.е.  $\emptyset \subseteq A$ , где  $A$  – любое множество.



# Пустое множество

Пустое множество – это множество, поэтому, если некоторое множество  $A$  не содержит ни одного элемента, то  $A = \emptyset$ ;  $|A| = 0$ . Запись  $A = \{\emptyset\}$  означает, что  $A$  содержит один элемент –  $\emptyset$ ,  $|A| = 1$ .





# Множество-степень (булеан)

Множество всех подмножеств множества  $X$  назовем **множеством-степенью**  $X$  или **булеаном** и обозначим  $\mathbf{P}(X)$ .

Для произвольного множества  $X$  из  $n$  элементов его множество-степень  $\mathbf{P}(X)$  содержит  $2^n$  элементов:

$$|\mathbf{P}(X)| = |2^X| = 2^{|X|} = 2^n$$

**Пример.**

$$A = \{a, b, c\}.$$

$$2^A = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}, \{a, b, c\}\}$$

Пустое множество имеет только одно подмножество — само пустое множество, поэтому  $\mathbf{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$ .



## диаграммы Венна

Диаграммы Венна - общее название целого ряда методов визуализации и способов графической иллюстрации, широко используемых в различных областях науки и математики: теория множеств, теория вероятностей.

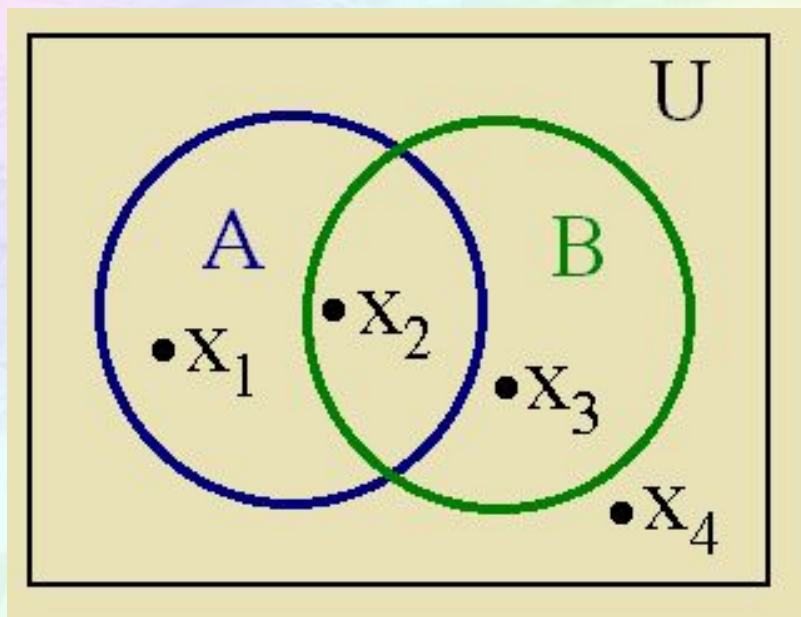
При решении целого ряда задач Леонард Эйлер использовал идею изображения множеств с помощью кругов. Позднее они встречаются в сочинениях английского логика Джона Венна (1834—1923) в книге «Символическая логика», изданной в Лондоне в 1881 году

Построение *диаграммы Венна* заключается в разбиении плоскости на  $2^n$  ячеек с помощью  $n$  замкнутых фигур (где  $n$  — число изображаемых множеств). Каждая фигура на диаграмме представляет отдельное из  $2^n$  подмножеств множество.



# Диаграммы Венна для двух множеств

Диаграмма Венна для двух множеств  $A$  и  $B$  выглядит следующим образом.

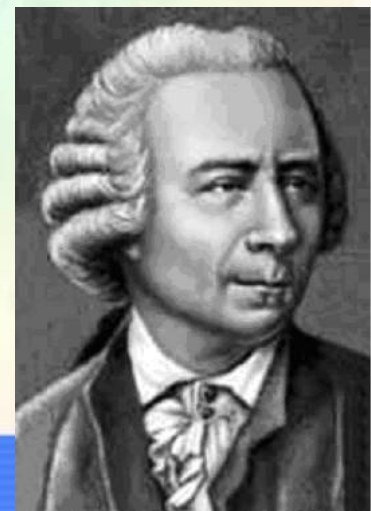


$$x_1 \in A, x_1 \notin B$$

$$x_2 \in A, x_2 \in B$$

$$x_3 \in B, x_3 \notin A$$

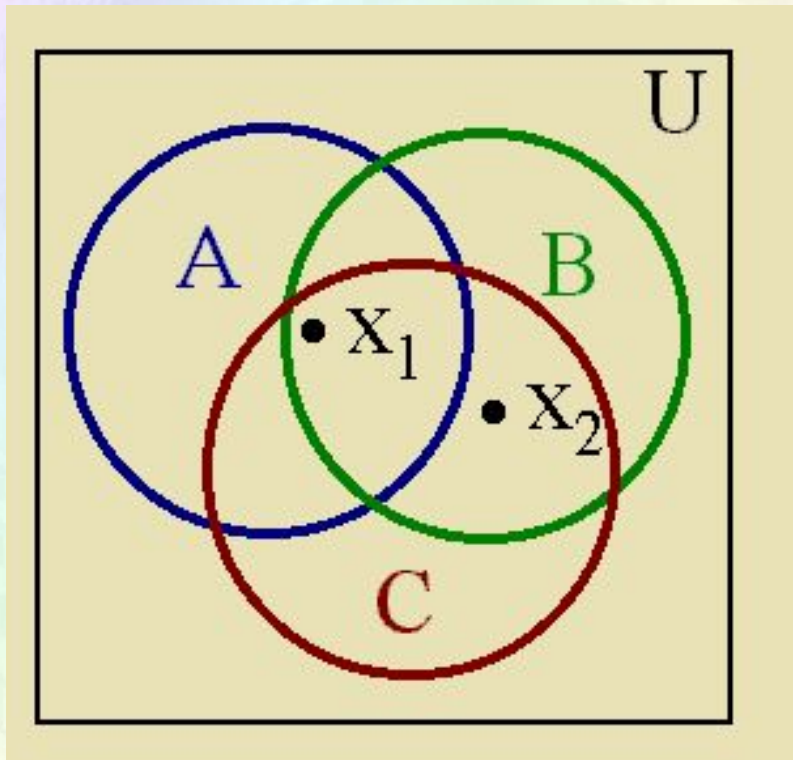
$$x_4 \notin A, x_4 \notin B$$





# Диаграммы Венна для трех множеств

Диаграмма Венна для трех множеств  $A$ ,  $B$  и  $C$  выглядит следующим образом.



$$x_1 \in A, x_1 \in B,$$

$$x_1 \in C$$

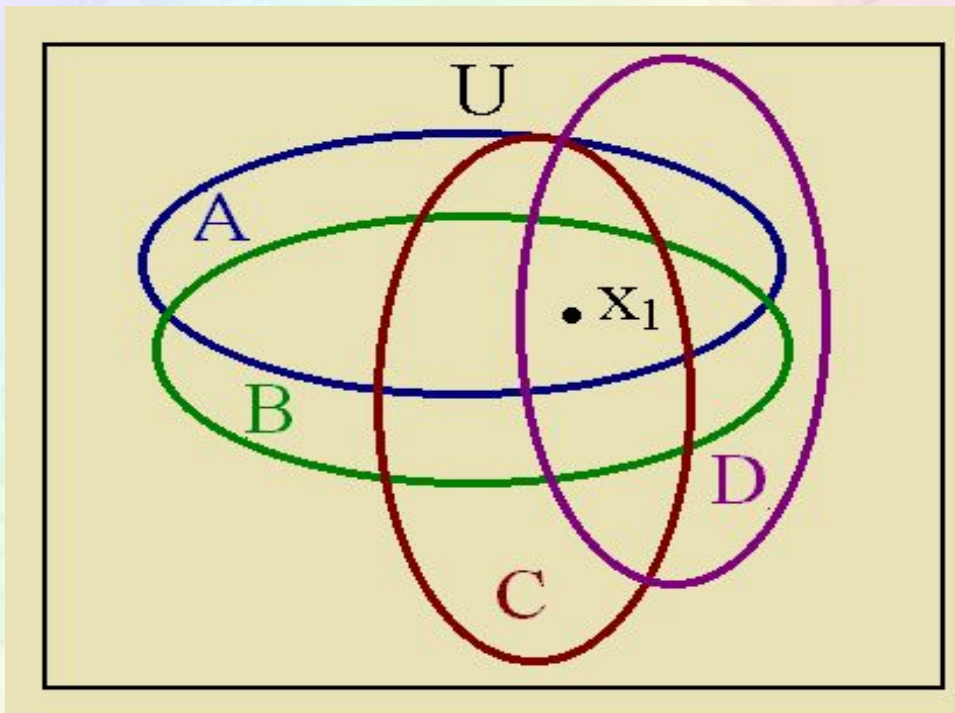
$$x_2 \in B, x_2 \in C,$$

$$x_2 \notin A$$



# Диаграммы Венна для четырех множеств

Диаграмму Венна для четырех множеств  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  можно изобразить следующим образом.



$$x_1 \in A,$$

$$x_1 \in B,$$

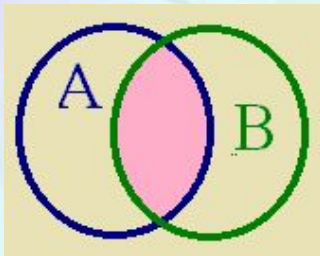
$$x_1 \in C,$$

$$x_1 \in D$$



# Круги Эйлера

Индивидуальные отношения между заданными множествами изображают с помощью **кругов Эйлера**.

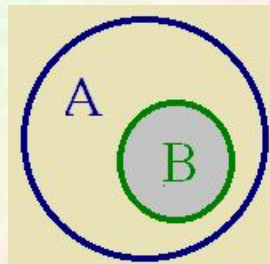


$$A = \{1, 4, 6\};$$

$$B = \{1, 5, 8\};$$

Общий  
элемент – **1**

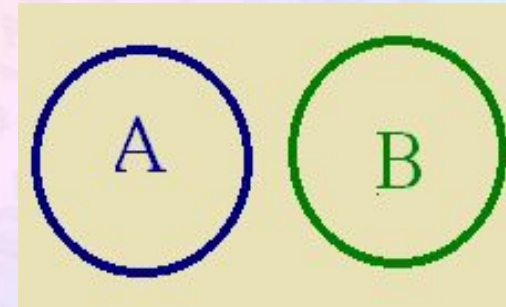
$$A \cap B$$



$$A = \{1, 4, 6\};$$

$$B = \{1, 6\};$$

$$B \subset A$$



$$A = \{1, 4, 6\};$$

$$C = \{3, 5, 8\};$$

Нет общих  
элементов **A** и **B**.

$$A \neq B$$



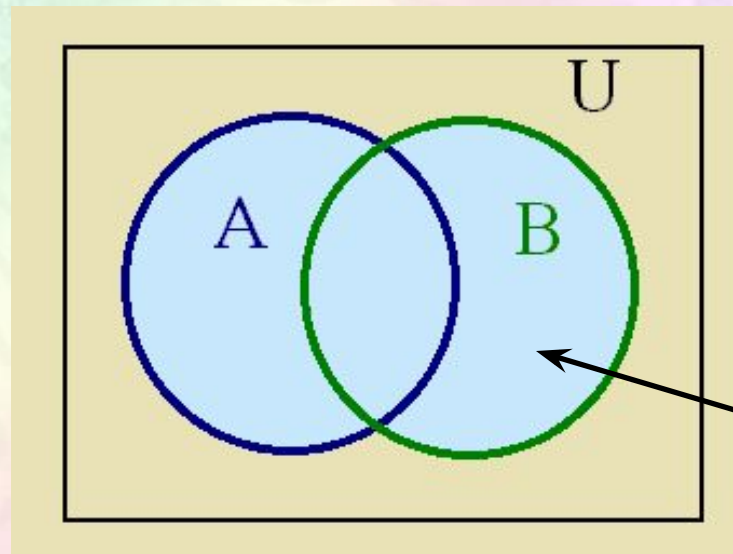
Множество  $2^U$  всех подмножеств универсального множества  $U$ , с заданными на нем четырьмя операциями, составляют *алгебру множеств*.



# Операции над множествами

**Объединение (сумма)  $A \cup B$**  есть множество, которое содержит все элементы, входящие либо в  $A$ , либо в  $B$ , либо в  $A$  и  $B$  одновременно.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B\}.$$



$A \cup B$



## Пример

Пусть даны множества:

$$A = \{a, b, m\};$$

$$B = \{m, n, c, p\}.$$

Определить результат их  
объединения

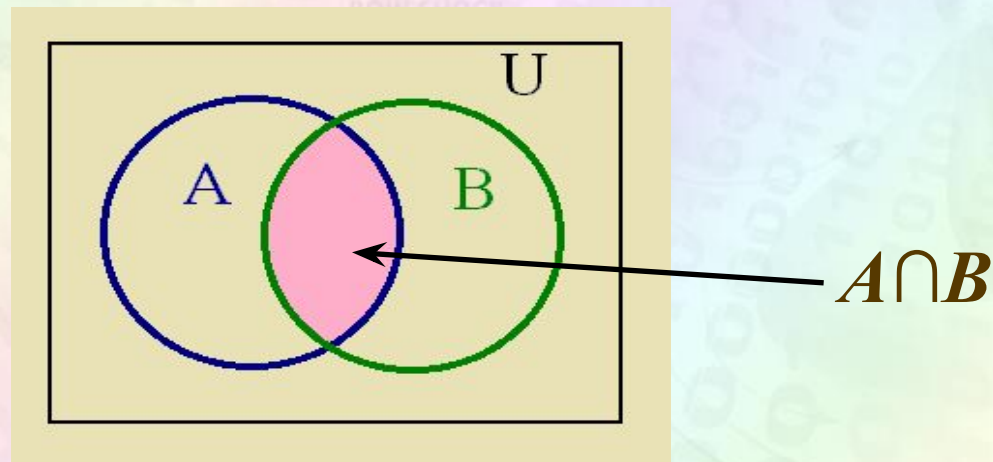
$$A \cup B = \{a, b, c, m, n, p\}$$



# Операции над множествами

**Пересечение (произведение)  $A \cap B$**  есть множество, содержащее только элементы, входящие в  **$A$**  и  **$B$**  одновременно.

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}.$$





## Пример

Пусть даны множества:

$$A = \{a, b, m\};$$

$$B = \{m, n, c, p\}.$$

Найти их пересечение

$$A \cap B ?$$

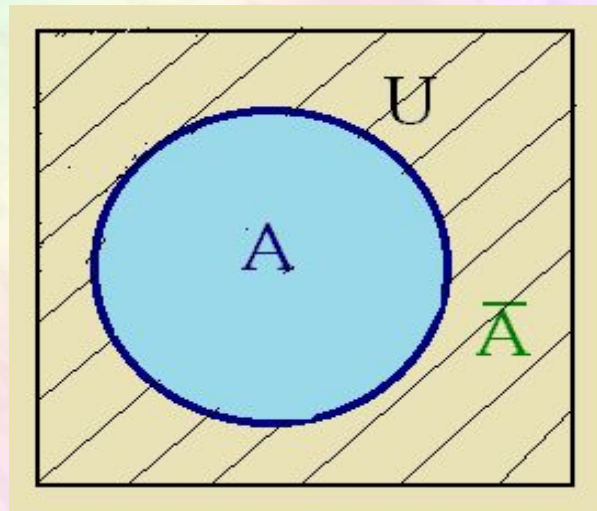
$$A \cap B = \{m\}$$



# Операции над множествами

*Дополнение (отрицание)  $\bar{A}$*  (читается “не  $A$ ”) есть множество  $U \setminus A$ .

$$\bar{A} = \{x \mid x \notin A\}.$$





## Пример

В этой задаче универсальное множество  $U=Z$ . К нему относятся все целые числа и положительные и отрицательные:

$$Z = \{..., -2, -1, 0, 2, ...\}.$$

Выделим множество отрицательных чисел и 0 -  $Z_-$

$$Z_- = \{-\infty \dots -2, -1, 0\}.$$

**Определить** дополнение к множеству  $Z_-$

Дополнением к множеству  $Z_-$  будет множество натуральных чисел

$$N = \{1, 2, \dots\}.$$

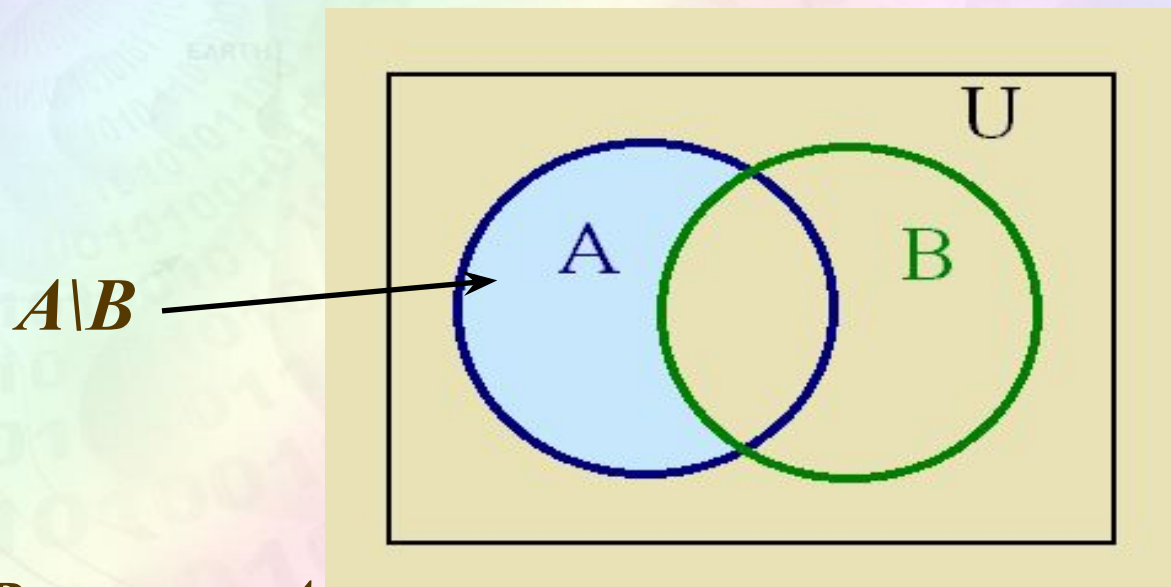


# Операции над множествами

**Разность  $A \setminus B$**  есть множество, содержащее все элементы  **$A$** , не входящие в  **$B$** .

$$A \setminus B = \{x | x \in A, x \notin B\}$$

$$; \quad A \setminus B \neq B \setminus A$$



$$A \setminus B = A \cap \bar{B}$$



## Пример

Пусть даны множества:

$$A = \{a, b, m\};$$

$$B = \{m, n, c, p\}.$$

Найти разность этих множеств.

$$A \setminus B = \{a, b\}$$

$$B \setminus A = \{n, c, p\}$$



**Приоритет операций в алгебре множеств следующий.**

1.  $\neg A$  - отрицание
2.  $A \cap B$  - пересечение
3.  $A \cup B$  - объединение
4.  $A \setminus B$  - разность



## Пример

Расставить скобки (определить последовательность выполнения операций) в формуле:

$$E = A \setminus B \cup \square A \cap D \setminus B$$

$$E = A \setminus (B \cup ((\square A)$$

$$E = (A \setminus (B \cup ((\square A) \cap D))) \setminus B.$$

$$E = A \setminus B \cup (\square A)$$

$$E = A \setminus B \cup ((\square A) \cap D) \setminus B.$$



## 1. Коммутативные законы

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

## 2. Ассоциативные законы

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

## 3. Дистрибутивные законы

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$



## 4. Свойства пустого и универсального множеств

$$A \cup \emptyset = A$$

$$A \cup U = U$$

$$A \cap U = A$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$



## 5. Законы идемпотентности

$$A \cup A = A$$

$$A \cap A = A$$

## 6. Закон инволюции (двойного отрицания)

$\overline{\overline{A}}$

$$A = A$$

## 7. Закон противоречия

$$A \cap \overline{A} = \emptyset$$

## 8. Закон исключенного третьего

$$A \cup \overline{A} = U$$



## 9. Закон элиминации (поглощения)

$$A \cap (A \cup B) = A$$

$$A \cup (A \cap B) = A$$

## 10. Законы де Моргана

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$



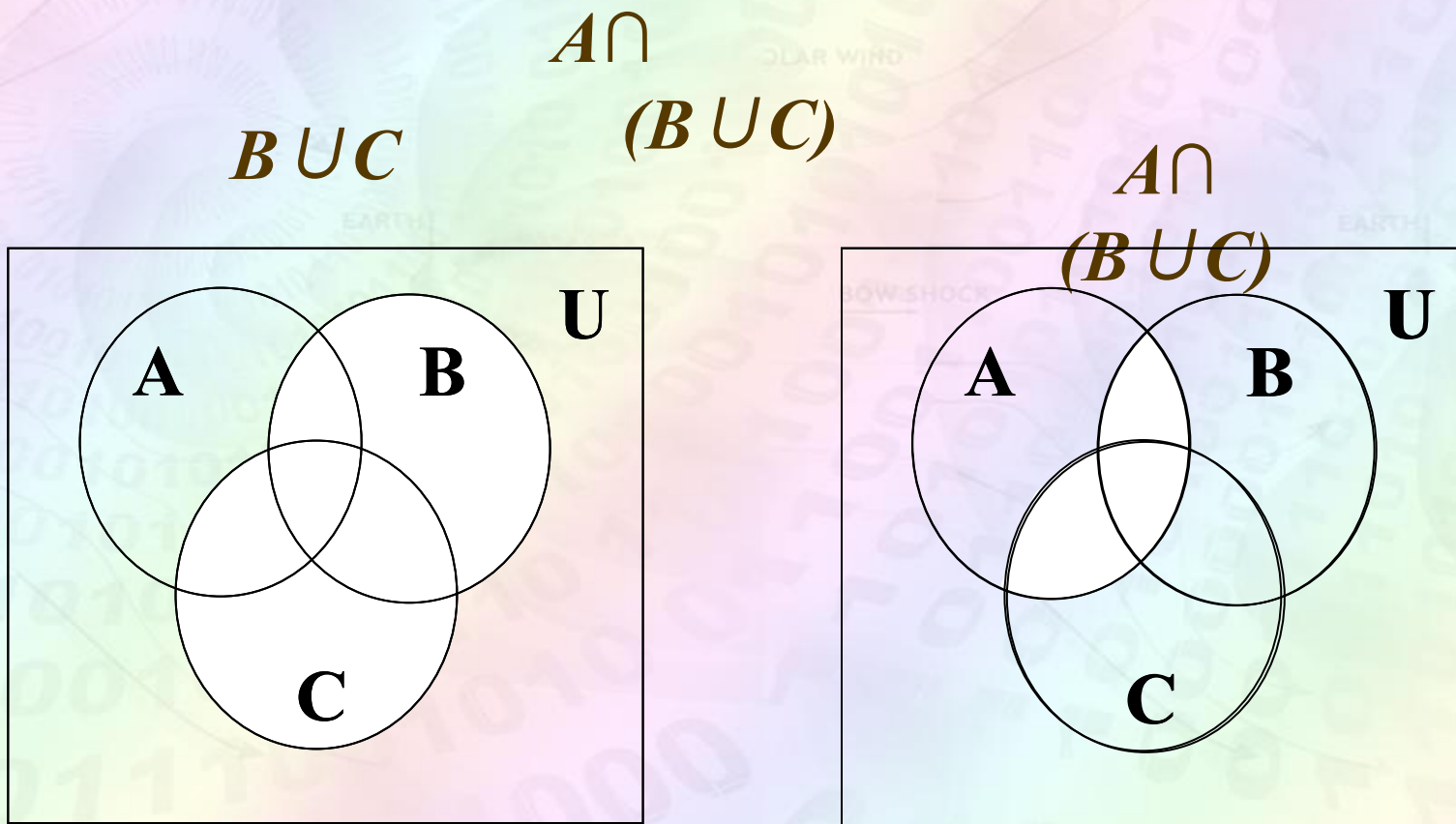
## Пример.

Доказать с помощью диаграмм Венна дистрибутивный закон.

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C).$$



## Продолжение примера.



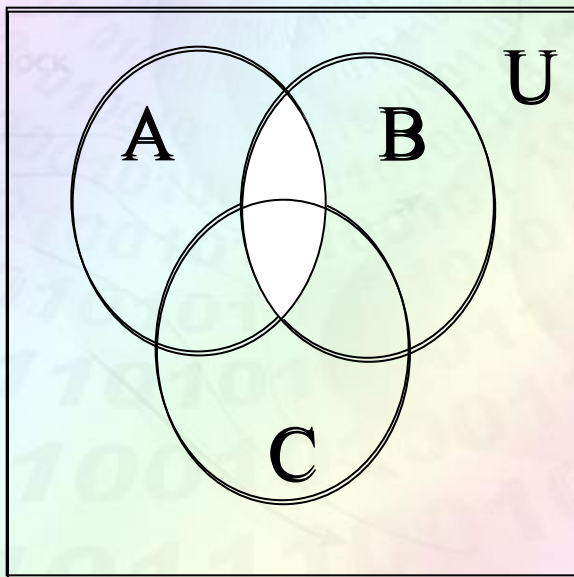


# Законы алгебры множеств

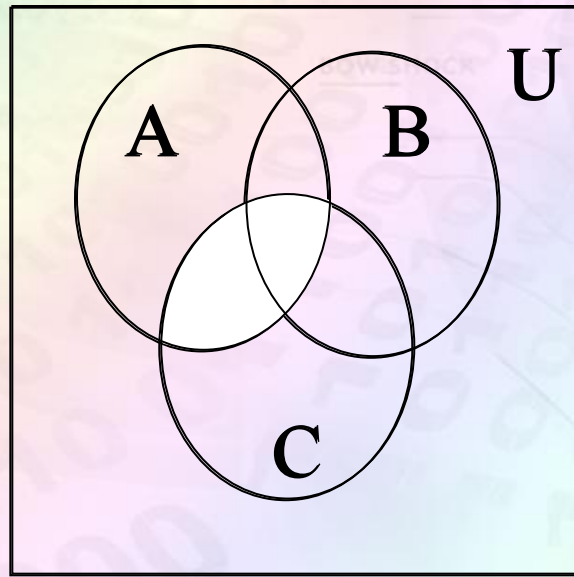
## Продолжение примера

$$(A \cap B) \cup (A \cap C)$$

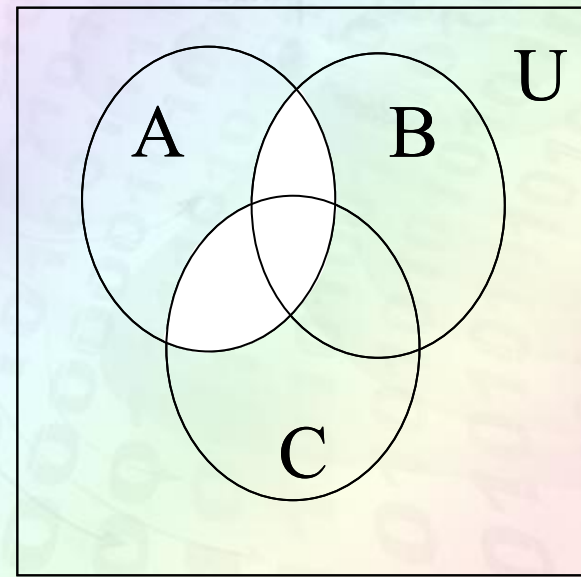
$$(A \cap B)$$



$$(A \cap C)$$



$$(A \cap B) \cup (A \cap C)$$

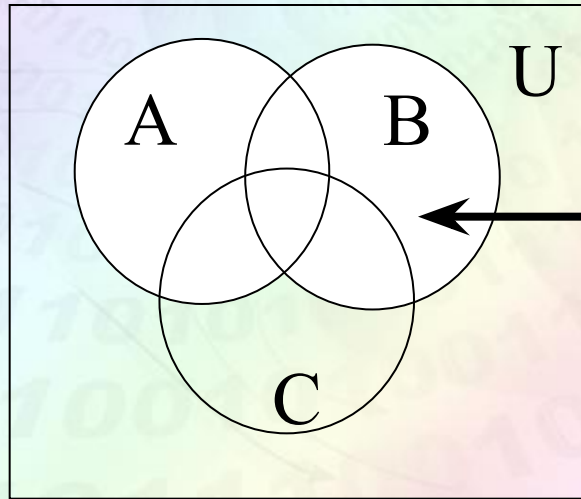
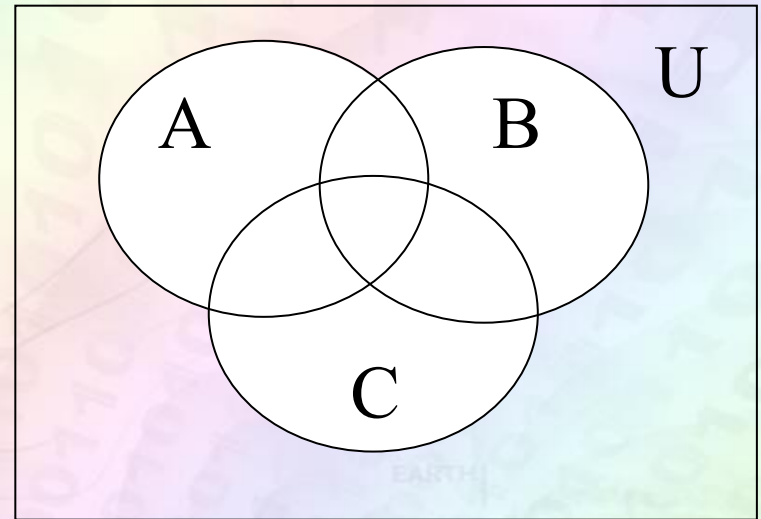




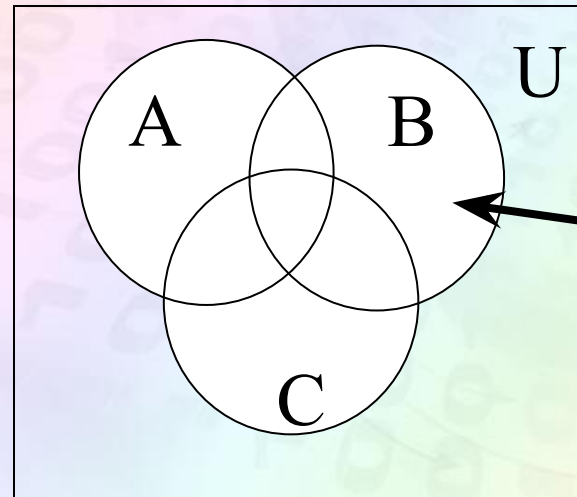
# Законы алгебры множеств

## Пример.

Записать формулу,  
соответствующую заштрихованной части  
диаграммы Венна



$(A \cup B)$



$(A \cup B) \setminus C$

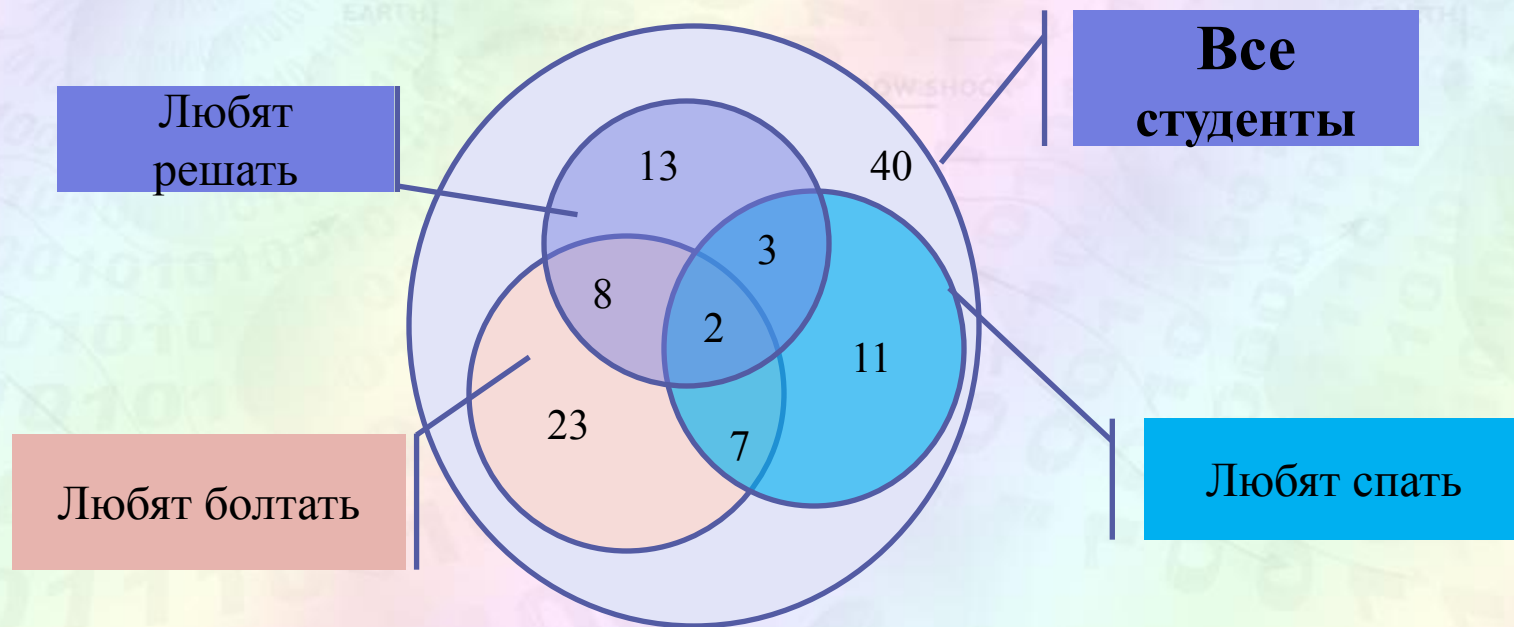
В результате получили формулу  $(A \cup B) \setminus C$



# Использование теории множеств для решения задач

## Задача 1

В группе 40 студентов. Из них 23 любят болтать на занятиях, 13 — решать задачи, 11 любят на занятиях спать. Среди тех, кто болтает на занятиях, постоянно засыпают — 7, а среди тех, кто решает задачи, засыпают только 3. Болтать и решать задачи умеют 8 человек; а 2 человека успевают на одной паре делать все три дела. Сколько студентов вообще ничего не любят?





# Решение

1)  $7-2=5$ - только болтают и засыпают

2)  $8-2=6$ - только болтают и решают

3)  $23-6-2-5=10$ -только болтают

4)  $40-(10+6+4+5+2+1+3)=9$  -ничего не делают



# Решение задач

## Задача 2

В группе из 100 туристов 70 человек знают английский язык, 45 знают французский язык и 23 человека знают оба языка. Сколько туристов в группе не знают ни английского, ни французского языка?

**Решение задачи:**

Обозначим:

$U$  – универсальное множество, т.е. множество всех туристов,

$A$  – множество туристов, знающих английский язык,

$B$  – множество туристов, знающих французский язык.



# Решение

Необходимо найти количество туристов, не знающих ни одного языка, т.е. количество элементов множества  $D = U \setminus (A \cup B)$ .

**Дано** (по условию):  $m(U) = 100$  (чел.)

$$m(A) = 70 \text{ (чел.)}$$

$$m(B) = 45 \text{ (чел.)}$$

$$m(A \cap B) = 23 \text{ (чел.)}$$

**Найти**:  $m(D) = m(U) - m(A \cup B) - ?$

**Решение**: Используя формулу, находим количество туристов, знающих хотя бы один язык:

$$m(A \cup B) = m(A) + m(B) - m(A \cap B) = 70 + 45 - 23 = 92, \Rightarrow$$

количество туристов, не знающих ни одного языка:

$$m(D) = m(U) - m(A \cup B) = 100 - 92 = 8 \text{ (чел.)}$$

**Ответ**: 8 чел.



# Алгебра логики



1. Высказывания
2. Логические операции
3. Решение логических задач



# Алгебра логики и двоичное кодирование

**Алгебра логики** - это раздел математики, изучающий логические переменные, рассматриваемые со стороны их логических значений (истинности или ложности) и логических операций над ними.

Математический аппарат алгебры логики очень удобен для описания того, как функционируют аппаратные средства компьютера, поскольку основной системой счисления в компьютере является двоичная, в которой используются цифры 1 и 0, а значений логических переменных тоже два: “1” и “0”.

Из этого следует два вывода:

- ♦ одни и те же устройства компьютера могут применяться для обработки и хранения как числовой информации, представленной в двоичной системе счисления, так и логических переменных;
- ♦ на этапе конструирования аппаратных средств алгебра логики позволяет упростить логические функции, описывающие работу схем компьютера, и уменьшить число логических элементов, из десятков тысяч которых состоят основные узлы компьютера.



# Элементы математической логики

**Высказывание** — любое повествовательное предложение, о котором можно сказать истинно оно или ложно в данных условиях места и времени.

Символическое обозначения высказываний — латинские буквы  $A, B, C, \dots, X, Y, Z, \dots$

Логическое значение высказывания «истина» («ложь») обозначается или буквой «и», («л»), или цифрой 1, (0).

$$A = 1, B = 0, X = \text{«и»}, Y = \text{«л»}$$



# ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ

| Название                         | Обозначение          | Математическое обозначение                       |
|----------------------------------|----------------------|--------------------------------------------------|
| Логическое умножение, конъюнкция | и                    | $\&, \bullet, \wedge, \cap$                      |
| Логическое сложение, дизъюнкция  | или                  | $+, \vee, \cup$                                  |
| Логическое отрицание             | не                   | $\square, \neg$                                  |
| Импликация, следование           | если, то             | $\rightarrow, \Rightarrow$                       |
| Эквивалентность, равносильность  | тогда и только тогда | $\equiv, \Leftrightarrow, \leftrightarrow, \sim$ |



# Логические операции

## Логическое сложение $\vee$ (дизъюнкция)

Обозначается так:

$A+B$ ,  $A \vee B$ ,  
 $A \text{ or } B$ ,  $A$  или  $B$

Высказывание " $A$  или  $B$ " истинно тогда, когда истинно  $A$  или  $B$ , или оба вместе.

| A | B | A или B |
|---|---|---------|
| 0 | 0 | 0       |
| 0 | 1 | 1       |
| 1 | 0 | 1       |
| 1 | 1 | 1       |

**Таблица истинности логического выражения** — это таблица, где в левой части записываются все возможные комбинации значений исходных данных, а в правой — значение выражения для каждой комбинации.



# Логическое умножение (конъюнкция) $\wedge$ &

Обозначается так:

$A \cdot B$ ,  $A \wedge B$ ,  
 $A$  and  $B$

Схема И реализует  
конъюнкцию двух или более  
логических значений  $A \wedge B$

| A | B | A и B |
|---|---|-------|
| 0 | 0 | 0     |
| 0 | 1 | 0     |
| 1 | 0 | 0     |
| 1 | 1 | 1     |

Высказывание "**A и B**" истинно тогда и только тогда, когда **A** и **B** истинны одновременно.



# Отрицание (инверсия) $\text{not } A$

Если высказывание  $A$  истинно, то "**не  $A$** " ложно, и наоборот.

Таблица истинности для  
отрицания

$\bar{A}$

| $A$ | не $A$ |
|-----|--------|
| 0   | 1      |
| 1   | 0      |

**Например** для высказывания

«Волга впадает в Балтийское море» отрицанием будет высказывание:  
«Неверно, что Волга впадает в Балтийское море» или

«Волга не впадает в Балтийское море», а двойным отрицанием будет  
высказывание: «Неверно, что Волга не впадает в Балтийское море».

# Импликация

Обозначение:  **$A \rightarrow B$**       Логическая связка  
«ЕСЛИ..., ТО» (логическое следование одного  
высказывания из другого)

Импликация  $A \rightarrow B$  истинна всегда, за исключением  
случая, когда  $A$  истинно, а  $B$  ложно.

Определение через основные  
функции:

$$A \rightarrow B = \bar{A} + B$$

| A | B | $A \rightarrow B$ |
|---|---|-------------------|
| 0 | 0 | 1                 |
| 0 | 1 | 1                 |
| 1 | 0 | 0                 |
| 1 | 1 | 1 <sub>19</sub>   |



# Эквивалентность $A \leftrightarrow B$

**Логическая равнозначность или эквиваленция  $X \equiv Y$  или  $A \leftrightarrow B$  (эквивалентность)** — это сложное логическое выражение, которое является истинным тогда и только тогда, когда оба простых логических выражения имеют одинаковую истинность. Обычно обозначается символом

$$X \leftrightarrow Y = X \cdot Y + \overline{X} \cdot \overline{Y}$$

| A | B | $A \equiv B$ |
|---|---|--------------|
| 0 | 0 | 1            |
| 0 | 1 | 0            |
| 1 | 0 | 0            |
| 1 | 1 | 1            |

$A \leftrightarrow B$

A: Число является четным

B: Число делится без остатка на 2



# Неравнозначность $X \oplus Y$

**Логическая неравнозначность** — это логическая функция, которая дает истину тогда и только тогда, когда обе части логического выражения имеют разные значения.

$$X \oplus Y = \overline{X} \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$$

| A | B | $A \equiv B$ |
|---|---|--------------|
| 0 | 0 | 0            |
| 0 | 1 | 1            |
| 1 | 0 | 1            |
| 1 | 1 | 0            |

# Основные законы алгебры логики

|    |                                                                                            |                                                                                                  |                                                                                       |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | $A \vee A = A$<br>$A \& A = A$                                                             | $A + A = A$<br>$A \cdot A = A$                                                                   | Правило идемпотентности                                                               |
| 2  | $A \vee B = B \vee A$<br>$A \& B = B \& A$                                                 | $A + B = B + A$<br>$A \cdot B = B \cdot A$                                                       | Правило коммутативности                                                               |
| 3  | $(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$<br>$(A \& B) \& C = A \& (B \& C)$                 | $(A + B) + C = A + (B + C)$<br>$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$                       | Правило ассоциативности                                                               |
| 4  | $(A \& B) \vee (A \& C) = A \& (B \vee C)$<br>$(A \vee C) \& (B \vee C) = (A \& B) \vee C$ | $(A \cdot B) + (A \cdot C) = A \cdot (B + C)$<br>$(A + C) \cdot (B + C) = (A \cdot B) + C \dots$ | Правило дистрибутивности                                                              |
| 5  | $\overline{A \& B} = \bar{A} \vee \bar{B}$<br>$\overline{A \vee B} = \bar{A} \& \bar{B}$   | $\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$<br>$\overline{A \cdot C} = \bar{A} + \bar{C}$         | Закон де Моргана                                                                      |
| 6  | $\bar{\bar{A}} = A$                                                                        | $A * \bar{A} = 0$                                                                                |  |



# Табличный метод решение задач

Табличный метод решения логических задач весьма удобен при установлении истинности одного из нескольких высказываний, сделанных участниками задачи и содержащих описание их действий.



# Метод рассуждений

**Задача 1.** Министры иностранных дел России, США и Китая обсудили за закрытыми дверями проекты договора, представленные каждой из стран. Отвечая затем на вопрос журналистов: «Чей именно проект был принят?», министры дали такие ответы:

**Россия** — «Проект не наш (1), проект не США (2)»;

**США** — «Проект не России (1), проект Китая (2)»;

**Китай** — «Проект не наш (1), проект России (2)».

Один из них оба раза говорил правду; второй — оба раза говорил неправду, третий один раз сказал правду, а другой раз — неправду. Кто что сказал?

**проект**

| США (?) | (1) | (2) |
|---------|-----|-----|
| Россия  | +   | -   |
| США     | +   | -   |
| Китай   |     |     |

**проект**

| Китай (?) | (1) | (2) |
|-----------|-----|-----|
| Россия    | +   | +   |
| США       | +   | +   |
| Китай     |     |     |

**проект России**

| (?)    | (1) | (2) |
|--------|-----|-----|
| Россия | -   | +   |
| США    | -   | -   |
| Китай  | +   | +   |



# Табличный метод

**Задача 2.** Дочерей Василия Лоханкина зовут Даша, Анфиса и Лариса. У них разные профессии и они живут в разных городах: одна в Ростове, вторая – в Париже и третья – в Москве. Известно, что

- Даша живет не в Париже, а Лариса – не в Ростове,
- парижанка – не актриса,
- в Ростове живет певица,
- Лариса – не балерина.

- Много вариантов.
- Есть точные данные.

| Париж | Ростов | Москва |        | Певица | Балерина | Актриса |
|-------|--------|--------|--------|--------|----------|---------|
| 0     | 1      | 0      | Даша   | 1      | 0        | 0       |
| 1     | 0      | 0      | Анфиса | 0      | 1        | 0       |
| 0     | 0      | 1      | Лариса | 0      | 0        | 1       |



**В каждой строке и в каждом столбце может быть только одна единица!**



# Табличный метод

- (1) Столяр живет правее охотника.
- (2) Врач живет левее охотника.
- (3) Скрипач живет с краю.
- (4) Скрипач живет рядом с врачом.
- (5) Семен не скрипач и не живет рядом со скрипачом.
- (6) Иван живет рядом с охотником.
- (7) Василий живет правее врача.
- (8) Василий живет через дом от Ивана.

| Скрипач | Столяр | Врач | Охотник | Дома  | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---------|--------|------|---------|-------|---|---|---|---|
| 0       | 1      | 0    | 0       | Вася  | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0       | 0      | 0    | 1       | Семен | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1       | 0      | 0    | 0       | Гена  | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0       | 0      | 1    | 0       | Иван  | 0 | 1 | 0 | 0 |