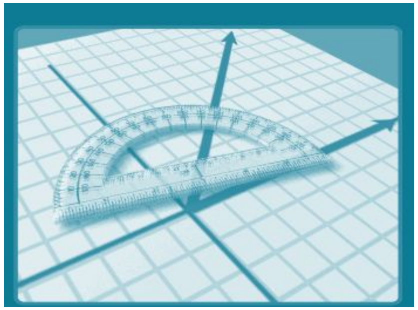
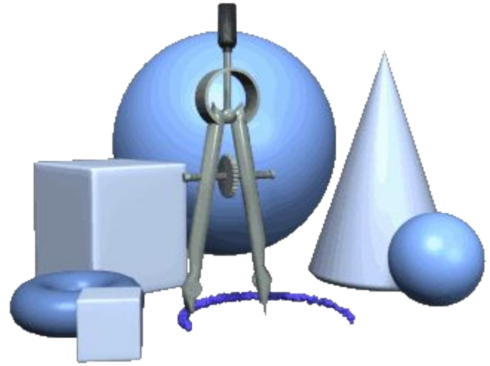
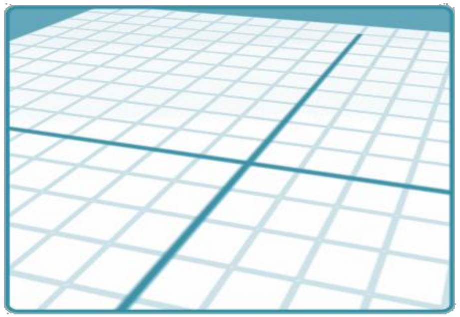






Теорема о площади треугольника, теоремы синусов и косинусов

Проверка домашней работы

№ 1013 (б)

Дано: $\cos\alpha = -\frac{2}{3}$

Найти: sin α

Решение:

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$$\sin^2\alpha + \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2\alpha + \frac{4}{9} = 1$$

$$\sin^2\alpha = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Ответ: $\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$

№ 1014 (а)

Дано: $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Найти: cos α

Решение:

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \cos^2\alpha = 1$$

$$\frac{3}{4} + \cos^2\alpha = 1$$

$$\cos^2\alpha = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$\cos\alpha = \sqrt{\frac{1}{4}} = \pm\frac{1}{2}$$

Ответ: $\cos\alpha = \pm\frac{1}{2}$

№ 1015 (а)

Дано: cos α = 1

Найти: sin α, tg α

Решение:

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\sin^2\alpha + 1^2 = 1$, $\sin^2\alpha = 0$

$\sin\alpha = 0$

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$\text{tg}\,\alpha = 0 \div 1 = 0$

Ответ: sin α = 0, tg α = 0.

№ 1016

$$\sin 120^\circ = \sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 120^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad tg\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \div \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{1} = -\sqrt{3}$$

Вычислить самостоятельно: sin 135º, cos 135º, tg 135º

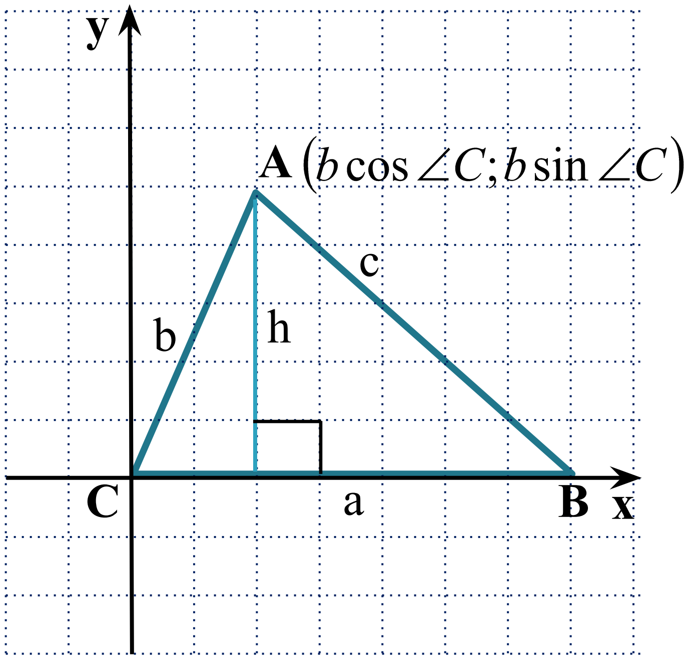
$$\sin 135^\circ = \sin(180^\circ - 45^\circ) = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 135^\circ = \cos(180^\circ - 45^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad tg\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \div \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -1$$

Теорема о площади треугольника

Площадь треугольника равна половине произведения двух его сторон на синус угла между ними.



Дано: Δ ABC

BC = a, CA = b

S – площадь

Доказать: $S = \frac{1}{2}ab\sin\angle C$

Доказательство:

Дополнительное построение: Cxy, B $\in$ Cx, h $\perp$ a

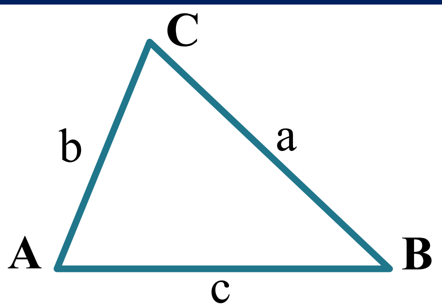
$$S = \frac{1}{2}ah$$

$$h = b\sin\angle C$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{S = \frac{1}{2}ab\sin\angle C}$$

Теорема синусов

Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.



Дано: $\Delta\, ABC$

$AB = c,\ BC = a,\ CA = b$

Доказать: $\dfrac{a}{\sin\angle A} = \dfrac{b}{\sin\angle B} = \dfrac{c}{\sin\angle C}$

Доказательство:

$$S = \frac{1}{2}bc\sin\angle A \qquad S = \frac{1}{2}ab\sin\angle C \qquad S = \frac{1}{2}ac\sin\angle B$$

$$\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{b}c\sin\angle A = \cancel{\frac{1}{2}}a\cancel{b}\sin\angle C \quad \Big| \div \sin\angle A\sin\angle C$$

$$\frac{c\,\cancel{\sin\angle A}}{\cancel{\sin\angle A}\sin\angle C} = \frac{a\,\cancel{\sin\angle C}}{\sin\angle A\,\cancel{\sin\angle C}} \Longrightarrow \frac{c}{\sin\angle C} = \frac{a}{\sin\angle A} \qquad \textbf{(1)}$$

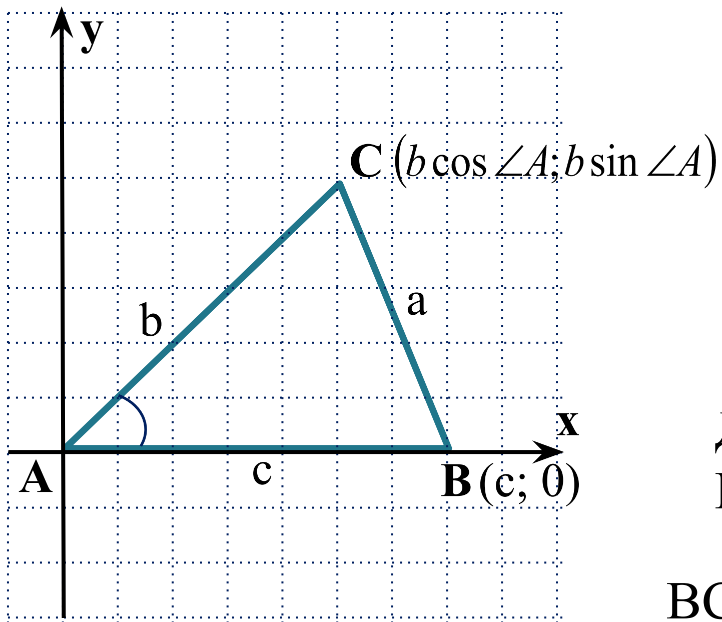
$$\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{a}b\sin\angle C = \cancel{\frac{1}{2}}\cancel{a}c\sin\angle B \quad \Big| \div \sin\angle B\sin\angle C$$

$$\frac{b\,\cancel{\sin\angle C}}{\sin\angle B\,\cancel{\sin\angle C}} = \frac{c\,\cancel{\sin\angle B}}{\cancel{\sin\angle B}\sin\angle C} \Longrightarrow \frac{b}{\sin\angle B} = \frac{c}{\sin\angle C} \qquad \textbf{(2)}$$

(1), (2) $\Longrightarrow$ $\boxed{\dfrac{a}{\sin\angle A} = \dfrac{b}{\sin\angle B} = \dfrac{c}{\sin\angle C}}$

Теорема косинусов

Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.



Дано: Δ ABC

AB = c, BC = a, CA = b

Доказать: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\angle A$

Доказательство:

Дополнительное построение: Axy:

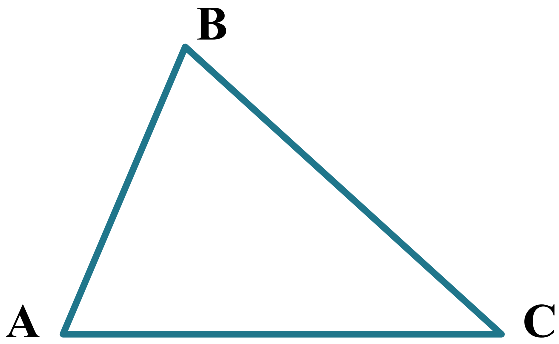
B (c; 0), C$(b\cos\angle A; b\sin\angle A)$

$$BC^2 = a^2 = (b\cos\angle A - c)^2 + (b\sin\angle A - 0)^2 =$$

$$= b^2\cos^2\angle A - 2bc\cos\angle A + c^2 + b^2\sin^2\angle A = b^2\underbrace{(\cos^2\angle A + \sin^2\angle A)}_{1} - 2bc\cos\angle A + c^2$$

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\angle A}$$

№ 1020 (а)



Дано: Δ ABC

AB = $6\sqrt{8}$ см, AC = 4 см

$\angle A = 60^0$

Найти: S

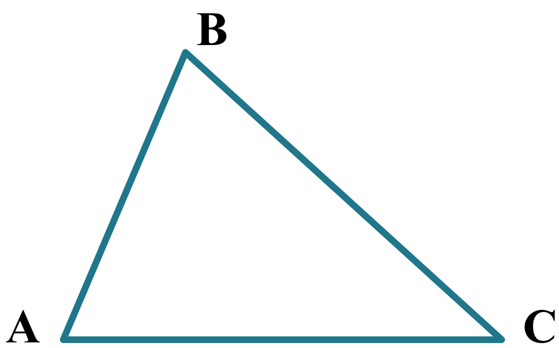
Решение:

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin\angle A$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{8} \cdot 4 \cdot \sin 60^0 = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot 6\sqrt{8} \cdot \cancel{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} = 6\sqrt{4 \cdot 2} \cdot \sqrt{3} = 12\sqrt{6} \text{ см}^2$$

Ответ: $S = 12\sqrt{6}$ см².

№ 1022



Дано: Δ ABC

S = 60 см², AC = 15 см

$\angle A = 30^0$

Найти: AB

Решение:

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \angle A$$

$$60 = \frac{1}{2} AB \cdot 15 \cdot \sin 30^0$$

$$60 = \frac{1}{2} AB \cdot 15 \cdot \frac{1}{2}$$

$$AB = 60 \div \frac{15}{4} = \frac{\overset{4}{\cancel{60}}}{1} \cdot \frac{4}{\underset{1}{\cancel{15}}} = 16 \text{ см}$$

Ответ: AB = 16 см.