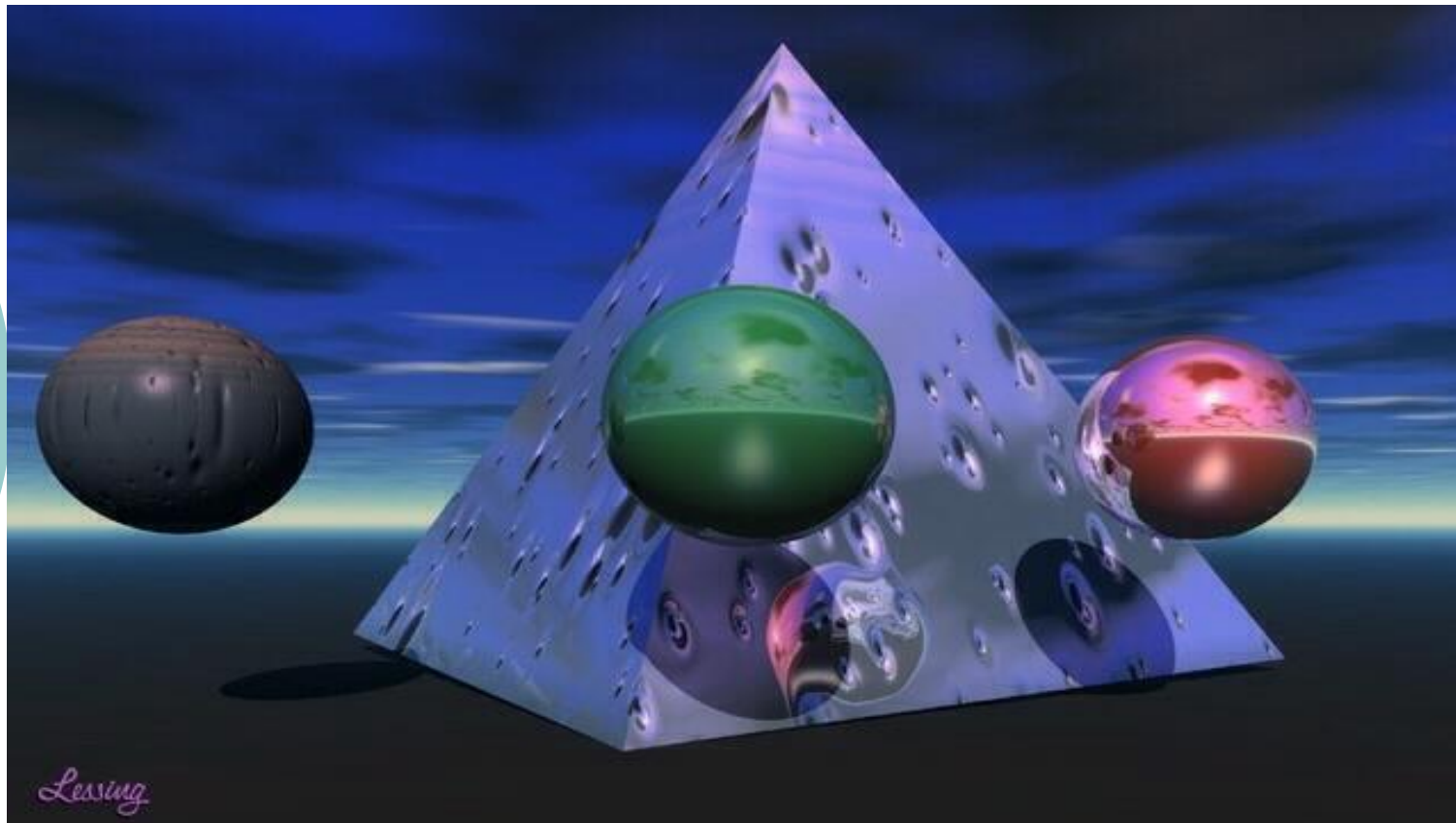


# Многогранники



**Класс 10**

**Автор: Алескерова И.Г.**

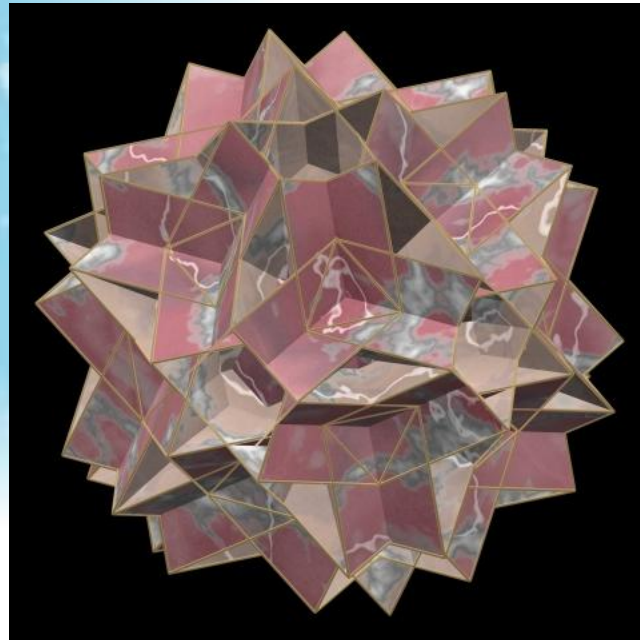
**2008 г.**


# *Многогранники*

---



10 класс



- 
- 
- **Цель урока**
  - Познакомить учащихся с различными видами многогранников.
  - Показать связь геометрии и природы.



---

- **План урока**

- Организационный момент.

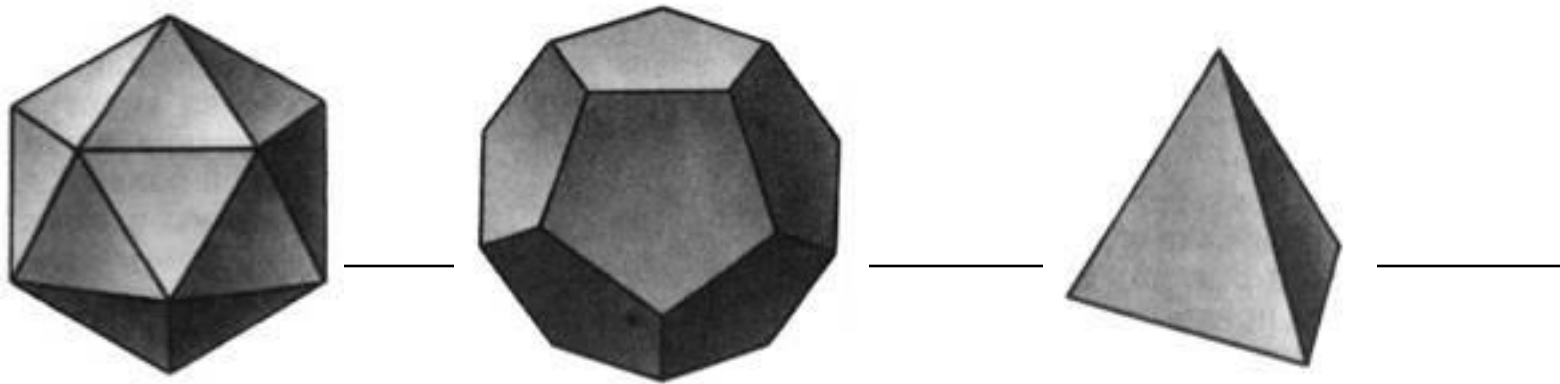
- Усвоение нового материала (работа с презентацией и объяснение материала учителем)

- Закрепление новых знаний

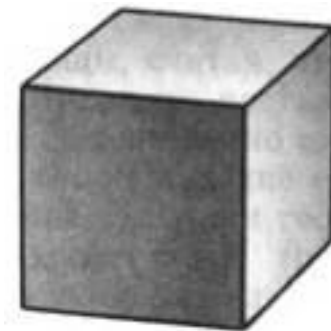
- Решение задач.

- Подведение итога урока.

- Домашнее задание.



Многогранником называется тело, граница которого является объединением конечного числа многоугольников.



# Многогранники

выпуклые

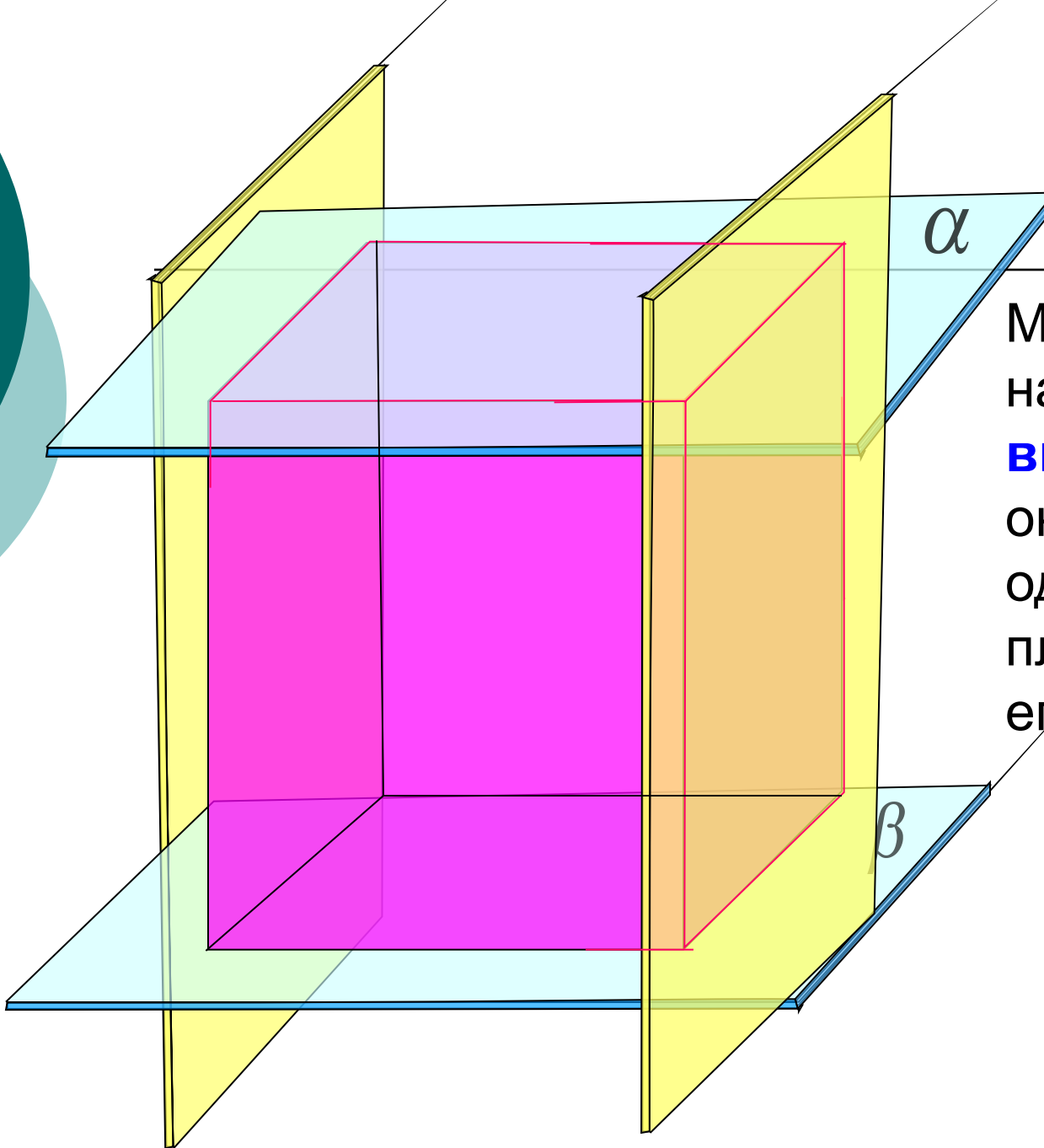
невыпуклые

Тела  
Платона

Тела  
Архимеда

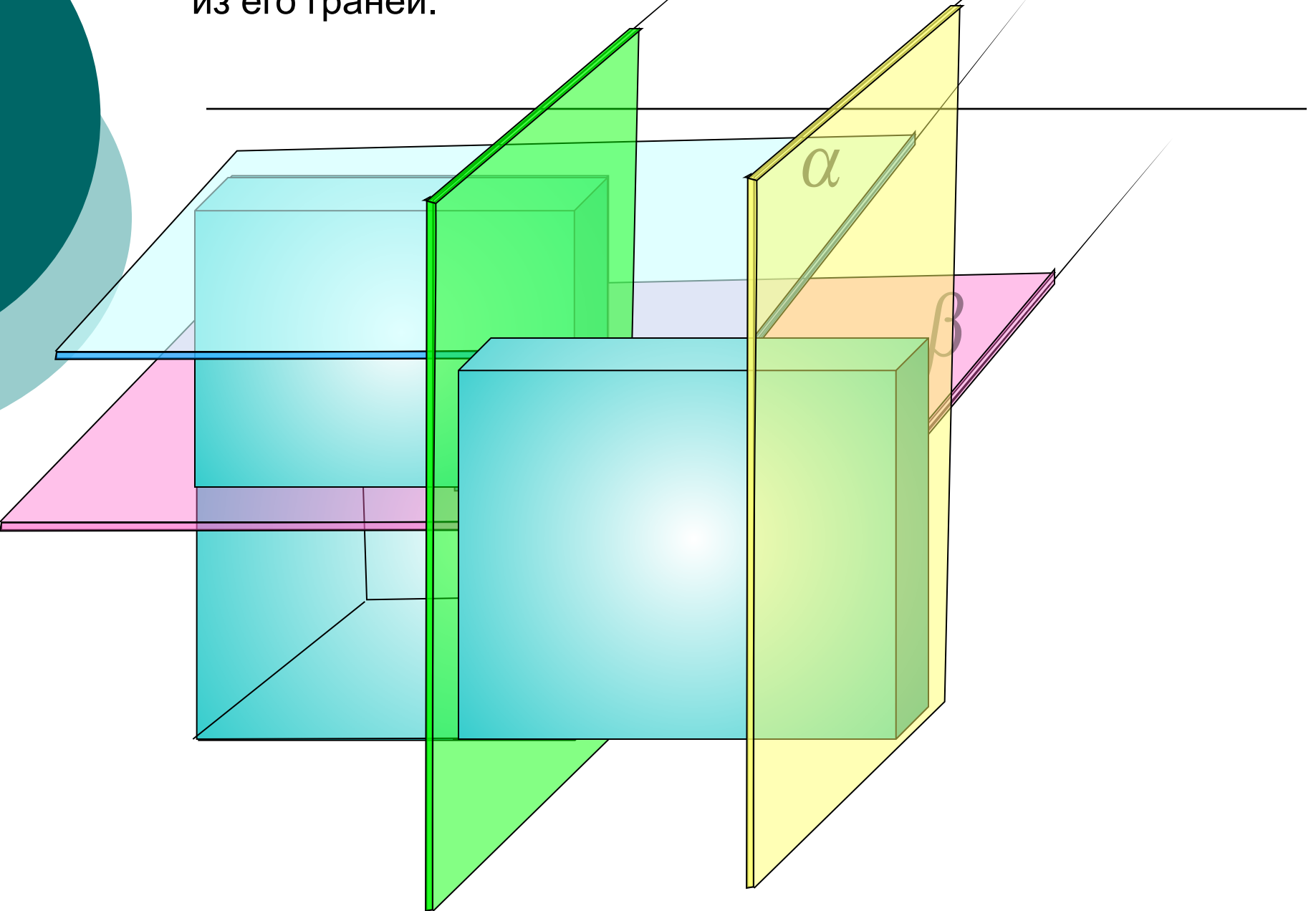
Тела  
Кеплер  
а-  
Пуансо





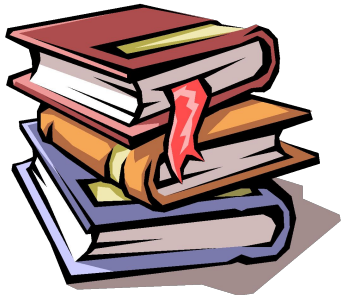
Многогранник называется **выпуклым**, если он расположен по одну сторону от плоскости каждой его грани.

Невыпуклый многогранник – многогранник, расположенный по разные стороны от плоскости одной из его граней.





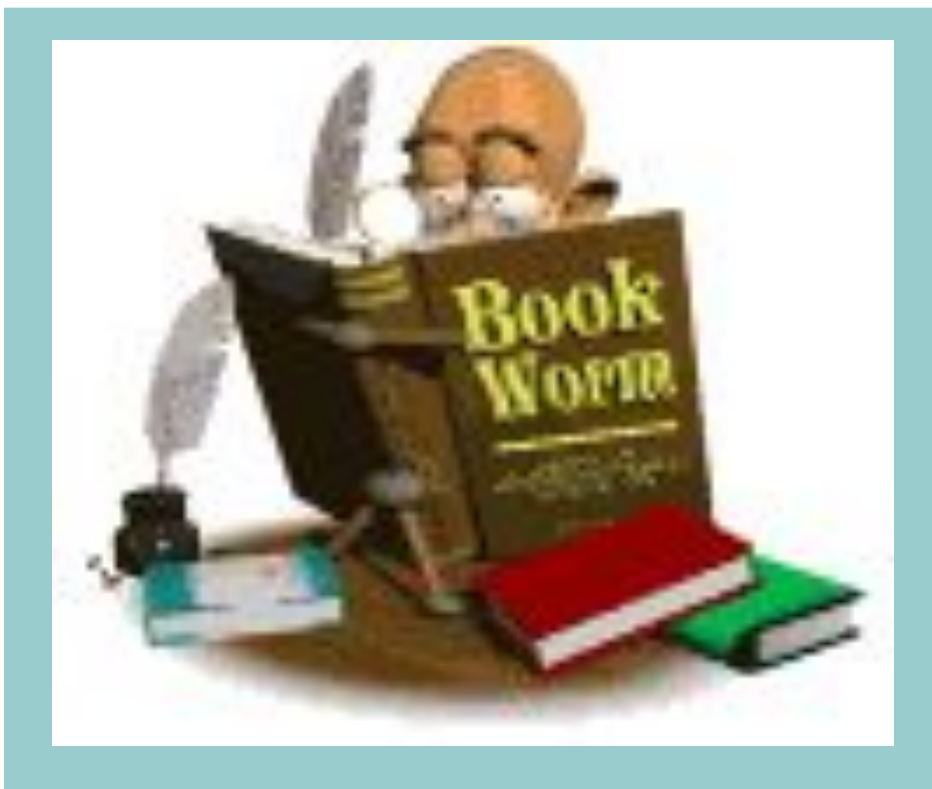
*Правильными  
многогранниками  
называют выпуклые  
многогранники, все грани и  
все углы которых равны,  
причем грани - правильные  
многоугольники.*



# *Правильные многогранники*

---

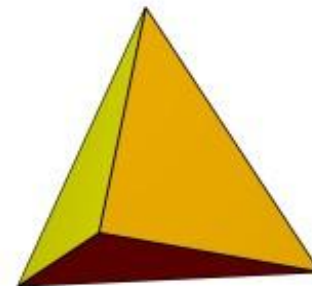
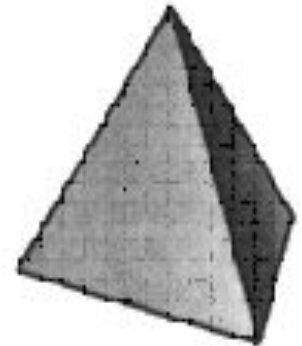
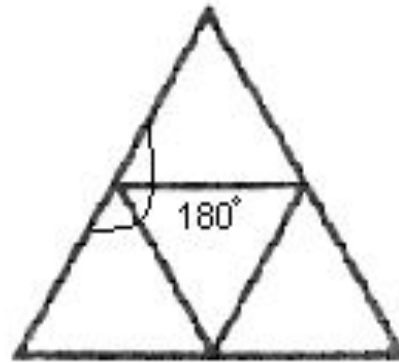
Сколько же их  
существует?



# Тетраэдр

---

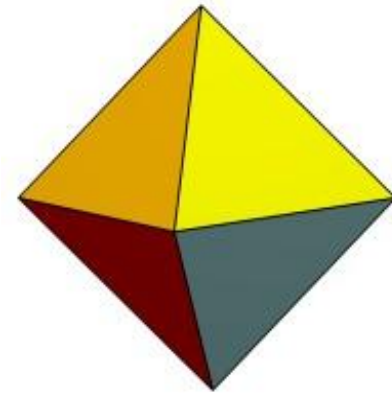
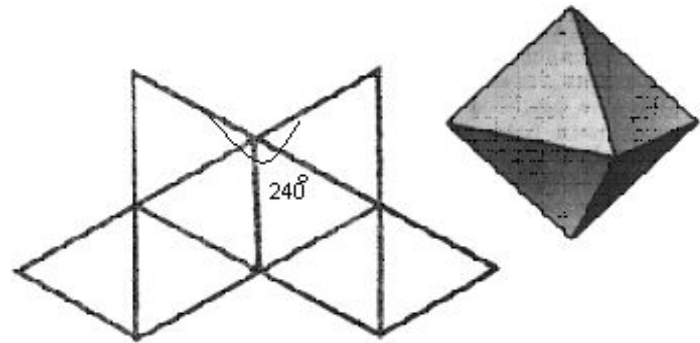
- Сначала рассмотрим случай, когда грани многогранника - равносторонние треугольники. Поскольку внутренний угол равностороннего треугольника равен  $60^\circ$ , три таких угла дадут в развертке  $180^\circ$ . Если теперь склеить развертку в многогранный угол, получится **тетраэдр** - многогранник, в каждой вершине которого встречаются три правильные треугольные грани.



# Октаэдр-

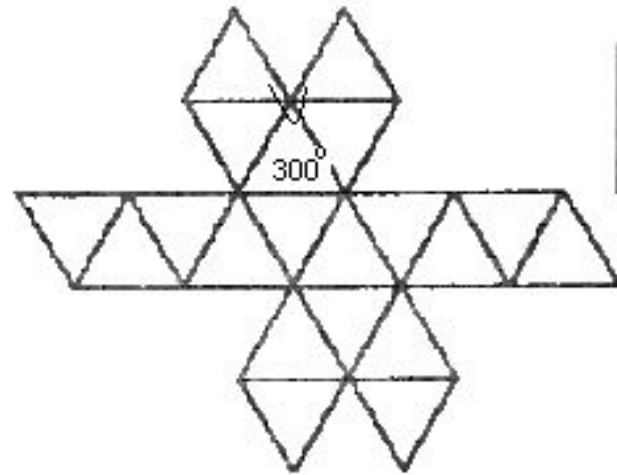
---

- Если добавить к развертке вершины еще один треугольник, в сумме получится  $240^\circ$ . Это развертка вершины октаэдра. Октаэдр-восьмигранник, тело, ограниченное восемью правильными треугольниками.

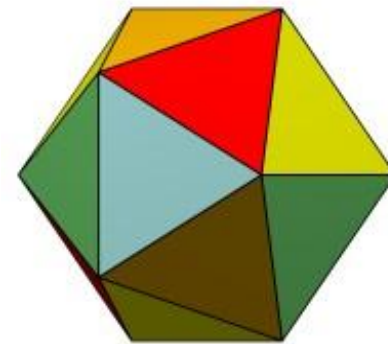



# Икосаэдр

- *Добавление пятого треугольника даст угол  $300^\circ$  - мы получаем развертку вершины икосаэдра.*



- **Икосаэдр**-двадцатигранник, тело, ограниченное двадцатью равносторонними треугольниками





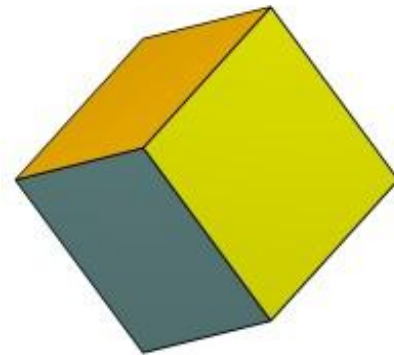
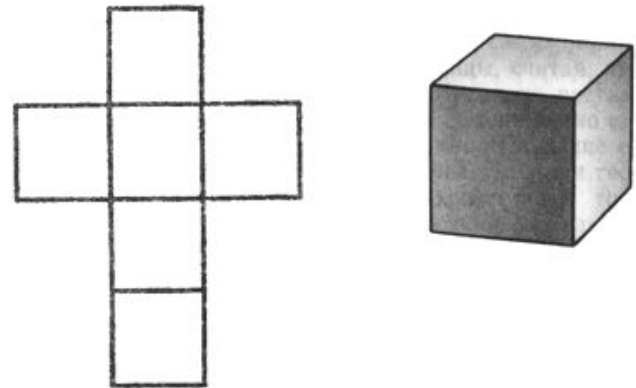
---

*Если же добавить еще один, шестой  
треугольник, сумма углов станет  
равной  $360^\circ$  - эта развертка,  
очевидно, не может  
соответствовать ни одному  
выпуклому многограннику.*

# Куб или правильный гексаэдр

Теперь перейдем к квадратным граням. Развертка из трех квадратных граней имеет угол  $3 \times 90^\circ = 270^\circ$  - получается вершина **куба**, который также называют **гексаэдром**. Добавление еще одного квадрата увеличит угол до  $360^\circ$  - этой развертке уже не соответствует никакой выпуклый многогранник.

Куб или правильный гексаэдр - правильная четырехугольная призма с равными ребрами, ограниченная шестью квадратами.

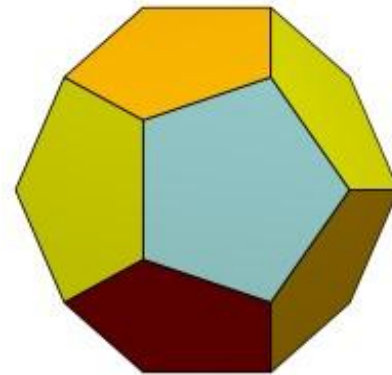
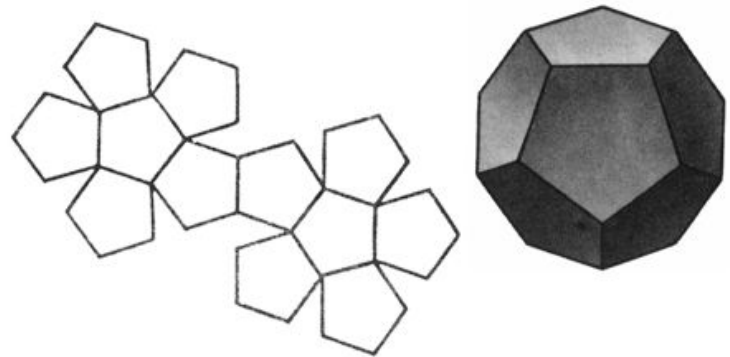


# Додекаэдр-


Три пятиугольные грани  
дают угол развертки  
 $3 \cdot 108^\circ = 324$  -  
вершина  
**додекаэдра.** Если  
добавить еще один  
пятиугольник,  
получим больше  $360^\circ$   
- **ПОЭТОМУ**  
останавливаемся.

## Додекаэдр-

двенадцатигранник,  
тело, ограниченное  
двенадцатью  
правильными  
многоугольниками.







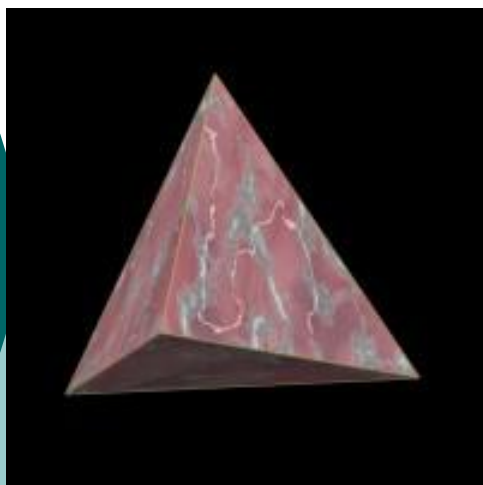
---

Для шестиугольников уже три грани дают угол развертки  $3 \cdot 120^\circ = 360^\circ$ , поэтому правильного выпуклого многогранника с шестиугольными гранями не существует. Если же грань имеет еще больше углов, то развертка будет иметь еще больший угол. Значит, правильных выпуклых многогранников с гранями, имеющими шесть и более углов, не существует.

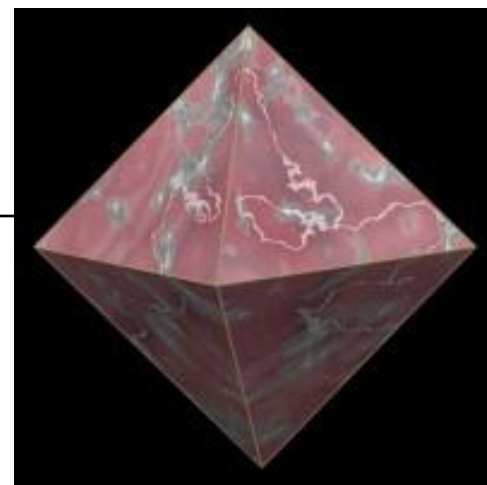
## Сделаем вывод:

Мы убедились, что существует лишь пять выпуклых правильных многогранников - тетраэдр, октаэдр и икосаэдр с треугольными гранями, куб (гексаэдр) с квадратными гранями и додекаэдр с пятиугольными гранями. **Названия этих многогранников пришли из Древней Греции, и в них указывается число граней:**

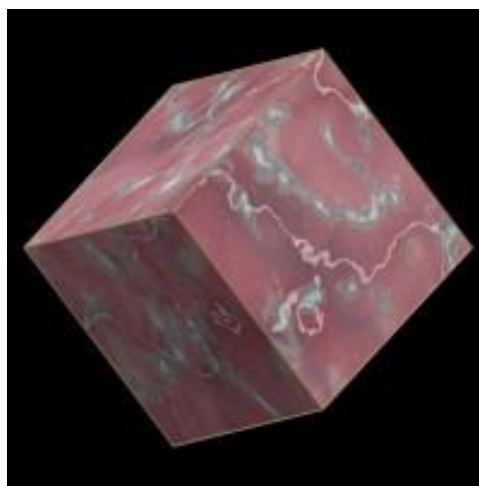
- «эдра» - грань
- «тетра» - 4
- «гекса» - 6
- «окта» - 8
- «икоса» - 20
- «додека» - 12



Тетраэдр



Октаэдр



Гексаэдр



Икосаэдр



Додекаэдр

Подсчитайте количество вершин, граней и ребер у правильных многогранников.

Правильный многогранник	Число		
	граней	вершин	рёбер
Тетраэдр			
Куб			
Октаэдр			
Додекаэдр			
Икосаэдр			

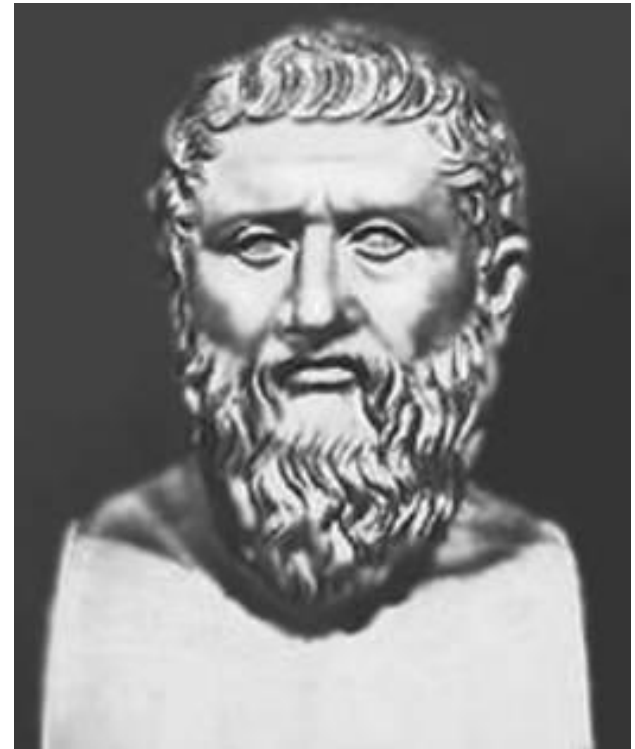
Теорема Эйлера. Пусть  $B$  --- число вершин выпуклого многогранника,  $\Gamma$  --- число его

рёбер и  $P$  --- число граней. Тогда верно равенство

$$B + \Gamma = 2 + P$$

Правильный многогранник	Число		
	граней $\Gamma$	вершин $B$	рёбер $P$
Тетраэдр	4	4	6
Куб	6	8	12
Октаэдр	8	6	12
Додекаэдр	12	20	30
Икосаэдр	20	12	30

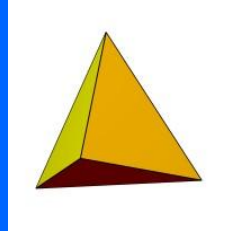
- **Эти тела еще называют телами Платона**
- **Платон** связал с этими телами формы атомов основных стихий природы.



# СТМХММ



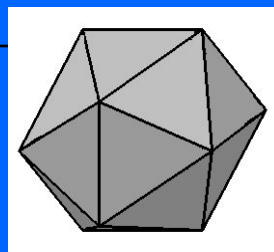
**ОГОНЬ**



**тетраэдр**



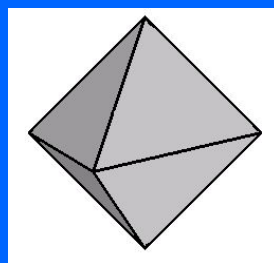
**вода**



**икосаэдр**



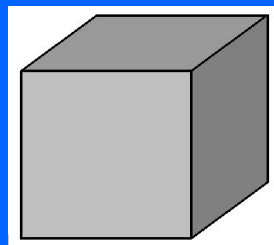
**воздух**



**октаэдр**



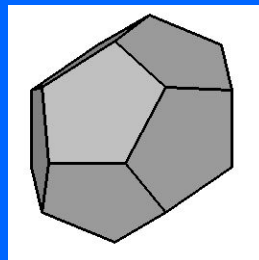
**земля**



**гексаэдр**



**вселенная**



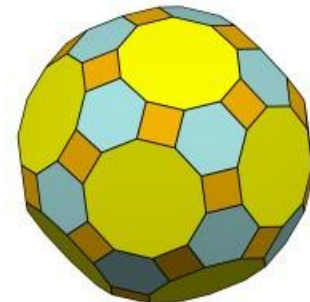
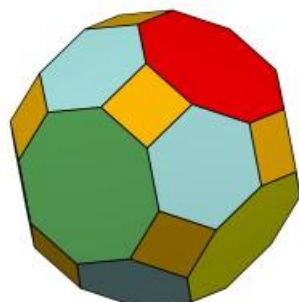
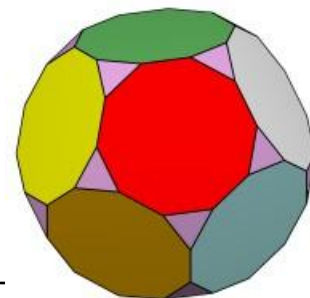
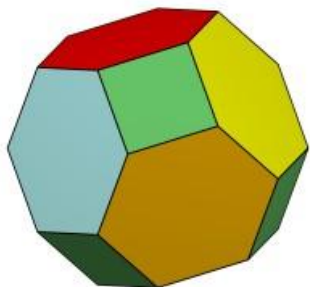
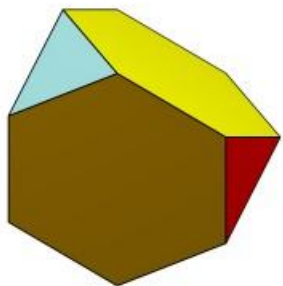
**додекаэдр**

# *Тела Архимеда*

**Архимедовыми телами** называются полуправильные однородные выпуклые многогранники, то есть выпуклые многогранники, все многогранные углы которых равны, а грани - правильные многоугольники нескольких типов.

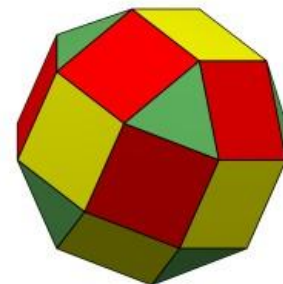
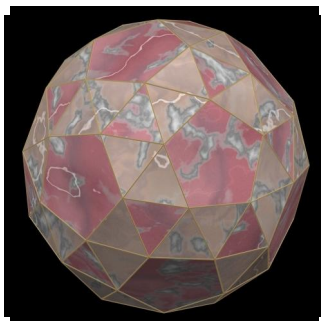
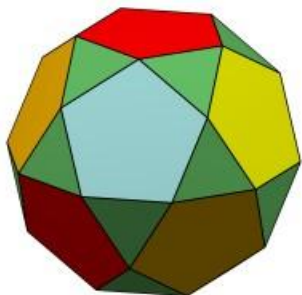
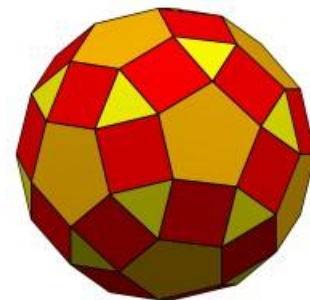
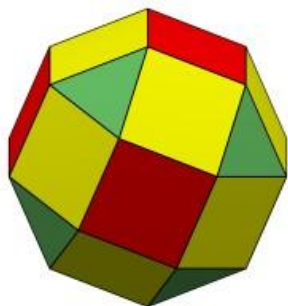
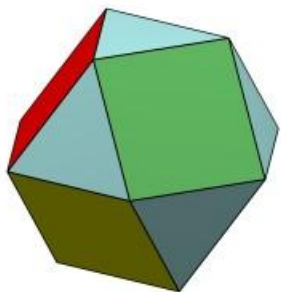






*Тела*

*Архимеда*





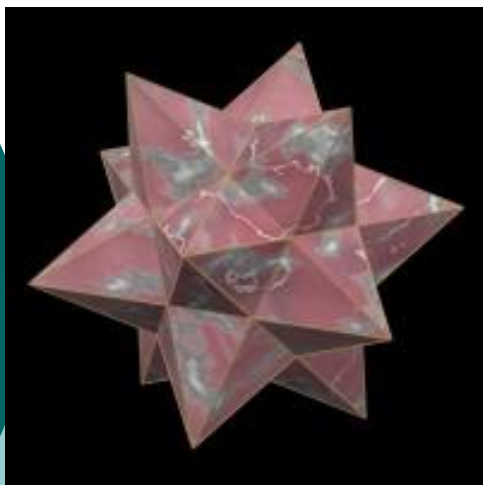
# Тела

## Кеплера - Пуансо

Среди невыпуклых однородных многогранников Среди невыпуклых однородных многогранников существуют аналоги платоновых тел - четыре *правильных невыпуклых однородных многогранника* или *тела Кеплера - Пуансо*.

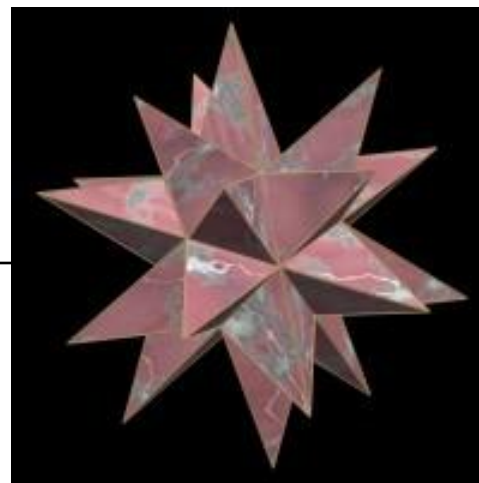
Как следует из их названия, тела Кеплера-Пуансо - это невыпуклые однородные многогранники, все грани которых - одинаковые правильные многоугольники, и все многогранные углы которых равны. Грани при этом могут быть как выпуклыми, так и невыпуклыми.





Малый звездчатый

додекаэдр



Большой звездчатый

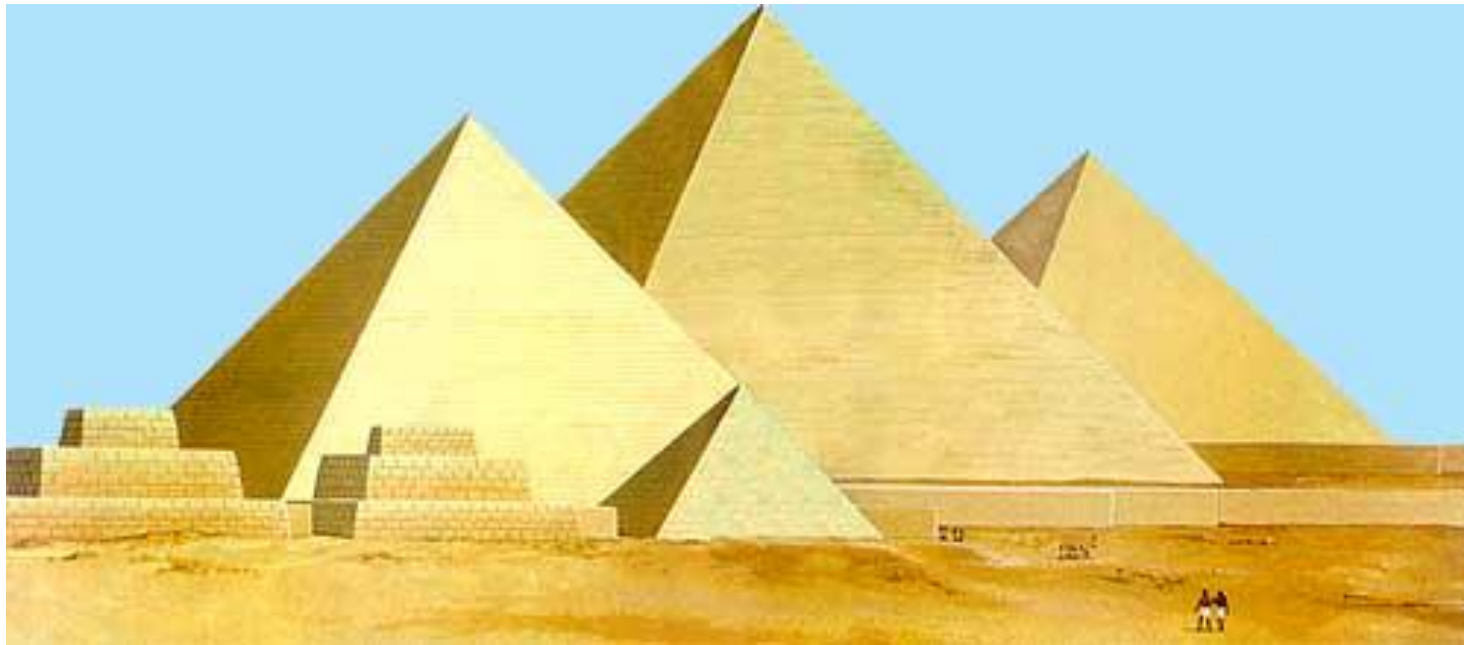
додекаэдр



Большой икосаэдр

## Многогранники в архитектуре

Великая пирамида в Гизе. Эта грандиозная Египетская пирамида является древнейшим из Семи чудес древности. *Великая пирамида была построена как гробница Хуфу, известного грекам как Хеопс. Он был одним из фараонов, или царей древнего Египта, а его гробница была завершена в 2580 году до н.э. Позднее в Гизе было построено еще две пирамиды, для сына и внука Хуфу, а также меньшие по размерам пирамиды для их цариц.*







*Некоторые археологи считают, что, возможно, на строительство Великой пирамиды 100 000 человек потребовалось 20 лет. Она была создана из более чем 2 миллионов каменных блоков, каждый из которых весил не менее 2,5 тонн.*

# Александрийский маяк.

Маяк был построен на маленьком острове Фарос в Средиземном море, около берегов Александрии. Этот оживленный порт основал Александр Великий во время посещения Египта. Сооружение назвали по имени острова. На его строительство, должно быть, ушло 20 лет, а завершен он был около 280 г. до н.э., во времена правления Птолемея II, царя Египта.



# Три башни



Фаросский маяк состоял из трех мраморных башен, стоявших на основании из массивных каменных блоков. Первая башня была прямоугольной, в ней находились комнаты, в которых жили рабочие и солдаты. Над этой башней располагалась меньшая, восьмиугольная башня со спиральным пандусом, ведущим в верхнюю башню.



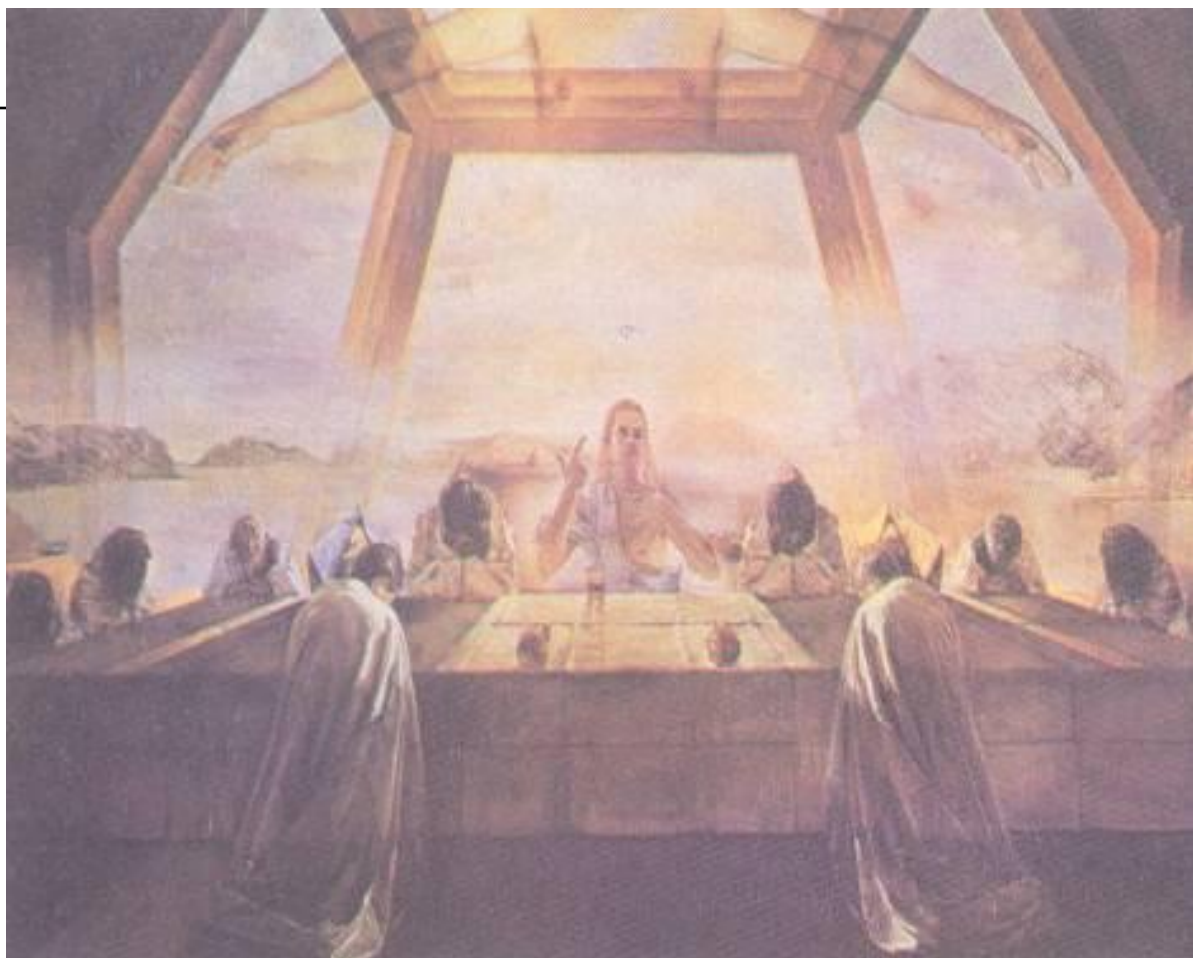
# *Многогранники в искусстве*



*Знаменитый художник, увлекавшийся геометрией, Альбрехт Дюрер (1471- 1528) , в известной гравюре "Меланхолия " на переднем плане изобразил додекаэдр.*



Сальвадор Дали на картине «Тайная вечеря» изобразил И. Христа со своими учениками на фоне огромного прозрачного додекаэдра.



# Многогранники в природе

Правильные многогранники – самые выгодные фигуры. И природа этим широко пользуется. Подтверждением тому служит форма некоторых кристаллов.



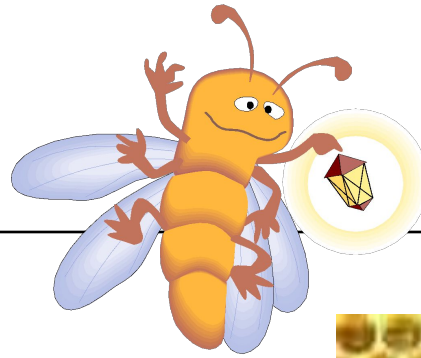
Кристалл сульфата меди II



Кристалл алюмокалиевых квасцов



Кристалл сульфата никеля II

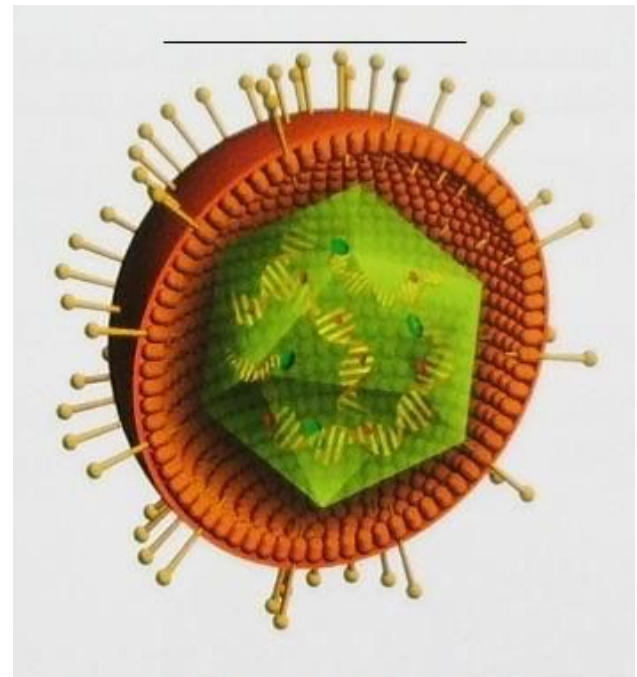


Пчёлы  
строили свои  
шестиугольные  
соты  
задолго до  
появления  
человека.



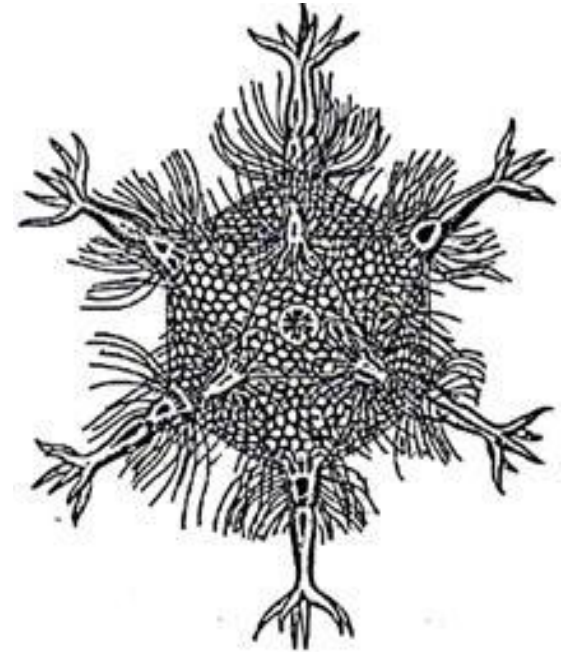
*Икосаэдр*

оказался в центре  
внимания биологов в  
их мнениях  
относительно  
формы вирусов.



Строение вируса возбудителя краснухи

- 
- Правильные многогранники встречаются в живой природе. Например, скелет одноклеточного организма феодарии по форме напоминает икосаэдр.






---

А теперь проверьте свои  
знания по изученному  
материалу

---

# Тестирование.





---

# 1. Поверхность, составленная из четырех треугольников

A) ТЕТРАЭДР

B) ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

C) КВАДРАТ

D) ШАР



---

## 2. Поверхность, составленная из многоугольников и ограничивающая некоторое геометрическое тело

А) МНОГОУГОЛЬНИК

В) МНОГОГРАННИК

С) ТРЕУГОЛЬНИК

Д) КВАДРАТ



---


### 3. Многоугольник, из которого составлен многогранник

A) СТОРОНА

B) РЕБРО

C) ГРАНЬ

D) ВЕРШИНА



---

**4. Отрезок, соединяющий две  
вершины, не принадлежащие  
одной грани**

**А) ДИАГОНАЛЬ**

**В) МЕДИАНА**

**С) ВЫСОТА**

**Д) АПОФЕМА**



---


**5. Высота боковой грани  
правильной пирамиды,  
проведенная из ее вершины**

**А) ДИАГОНАЛЬ**

**В) АПОФЕМА**

**С) КАТЕТ**

**Д) ГИПОТЕНУЗА**



---

**6. Этот правильный  
многогранник составлен из 8-ми  
равносторонних треугольников**

**А) КВАДРАТ**

**В) ТЕТРАЭДР**

**С) ДОДЕКАЭДР**

**Д) ОКТАЭДР**

---

## 7. Составлен из 6-ти правильных четырехугольников

A) КВАДРАТ

B) ТЕТРАЭДР

C) КУБ

D) ПИРАМИДА



---

## 8. Стихия тетраэдра

**А) ВОДА**

**В) ВОЗДУХ**

**С) ЗЕМЛЯ**

**Д) ОГОНЬ**





---

## 9. Многоугольник, подобный пчелиным сотам

А) 8-МИ УГОЛЬНИК

В) 6-ТИ УГОЛЬНИК

С) 4-Х УГОЛЬНИК

Д) ТРЕУГОЛЬНИК

# Проверь себя.

---

1. А
2. В
3. С
4. А
5. В
6. D
7. С
8. D
9. В





**По горизонтали:**

- 1. Количество сходящихся ребер у октаэдра.
- 2. Грань додекаэдра.
- 3. Боковая грань усеченной пирамиды.
- 4. Правильный многогранник.

**По вертикали:**

- 2. Граница многогранника.
- 5. Правильная треугольная пирамида.
- 6. Перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания.

# Кроссворд