

Тема:

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

**Множества и**

**операции над**

**множествами.**

**Числовые**

**множества**

12€  
45

12  
45

Основатель теории

МНОЖЕСТВ

**Георг Кантор**



**«Множество  
есть многое,  
мыслимое нами  
как единое»**

*(1845—1918) — немецкий математик, логик, теолог, создатель теории бесконечных множеств, оказавшей определяющее влияние на развитие математических наук на рубеже 19— 20 вв.*

# Примеры множеств из окружающего мира



Например, множество дней недели состоит из элементов: понедельник, вторник, среда, четверг, пятница, суббота, воскресенье.

Множество месяцев – из элементов: январь, февраль, март, апрель, май, июнь, июль, август, сентябрь, октябрь, ноябрь, декабрь.

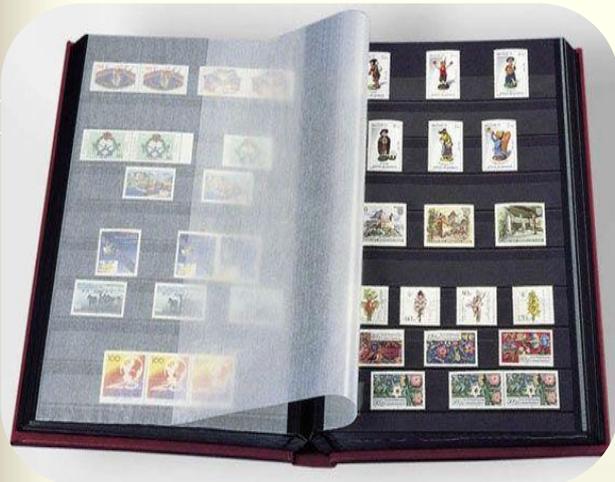


# Понятия теории множеств

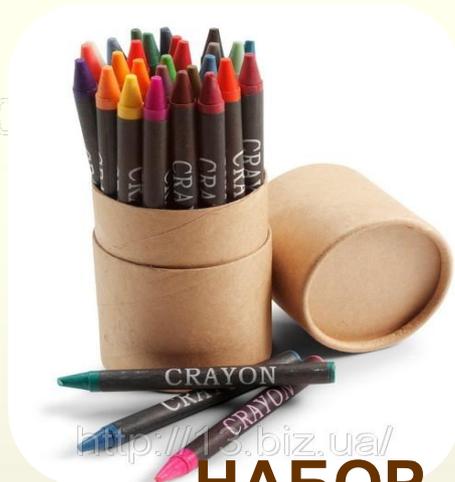
Понятие множества является одним из наиболее общих и наиболее важных математических понятий. Оно было введено в математику немецким ученым Георгом Кантором (1845-1918). Следуя Кантору, понятие "множество" можно определить так:

- ✓ *Множество - совокупность объектов, обладающих определенным свойством, объединенных в единое целое.*

**Придумай название для предметов и животных,  
собранных вместе:**



**КОЛЛЕКЦИЯ МАРОК**



**НАБОР  
КАРАНДАШЕЙ**



**СТАЯ ПТИЦ**



**ЧАЙНЫЙ СЕРВИЗ**



**БУКЕТ ЦВЕТОВ**



**СТАДО КОРОВ**

**Множество** – совокупность некоторых элементов, объединенных каким-либо общим признаком.

Объекты, составляющие множество, называются **элементами множества**.

Элементами множества могут быть числа, фигуры, предметы, понятия и т.п.

Множества **обозначаются** прописными (большими буквами латинского алфавита: A, B, C, D и т. д.), а элементы множества строчными буквами.

Элементы множеств заключаются в **фигурные скобки**.

Пустое множество-  $\emptyset$

Если элемент  $x$  принадлежит множеству  $X$ , то записывают  $x \in X$ .

Если элемент  $y$  не принадлежит множеству  $A$ , то записывают  $y \notin A$ .

МНОЖЕСТВО	ЭЛЕМЕНТ
Множество четырехугольников	Трапеция, параллелограмм, ромб, квадрат, прямоугольник
Пространственные тела	Шар, прямоугольный параллелепипед, призма, пирамида, октаэдр
Натуральные числа	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11...
Квадраты чисел	1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100 ..
Цифры десятичной системы счисления	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Двузначные четные числа	10, 12, 14, 16 ... 96, 98

# Множество может быть:

- **1). Конечное :**

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011  
Например:  $A$  — множество цифр

- **2). Бесконечное:**

Например:  $N$  — множество натуральных чисел

- **3). Пустое:**

$\emptyset$  — множество, в котором нет ни одного элемента

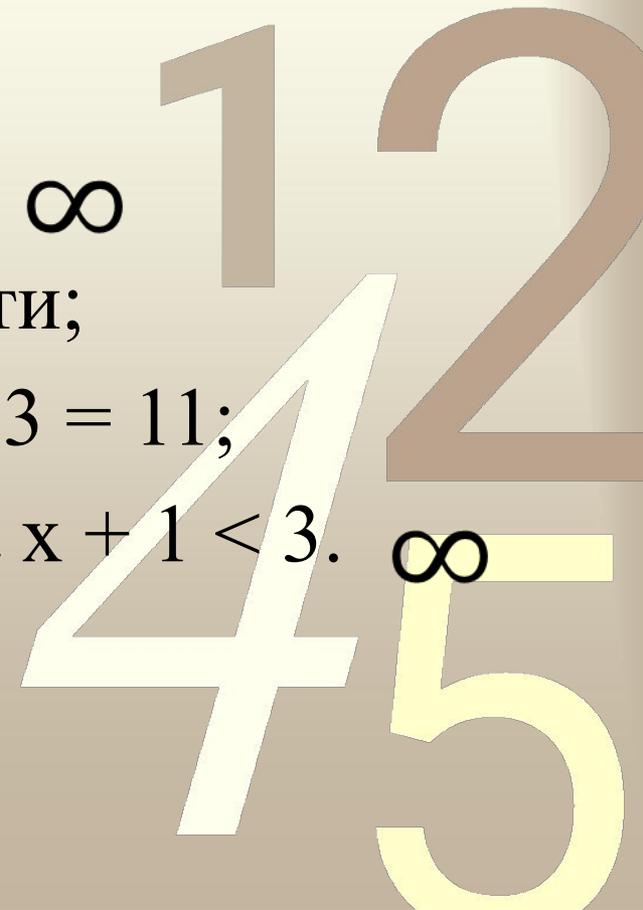
Например:  $X$  — множество решений уравнения:

$$\tilde{\delta}^2 = -25$$



Среди перечисленных ниже множеств укажите  
0011 0010 конечные и бесконечные множества:

- а) множество чисел, кратных 13;  $\infty$
- б) множество делителей числа 15;
- в) множество деревьев в лесу;
- г) множество натуральных чисел;  $\infty$
- д) множество рек Ростовской области;
- е) множество корней уравнения  $x + 3 = 11$ ;
- ж) множество решений неравенства  $x + 1 < 3$ .  $\infty$



# Какие из следующих множеств являются пустыми?

множество решений уравнений  $x^2-4=0$

множество решений уравнений  $x=x+2$

множество решений уравнений  $x+1 = x+1$

множество кругов, у которых диаметр меньше радиуса

*Правильно!*



# Равные множества

Два множества  $A$  и  $B$  называются **равными**, если они состоят из одних и тех же элементов.

Т. е. если каждый элемент множества  $A$  принадлежит  $B$  и, наоборот, каждый элемент  $B$  принадлежит  $A$ . Тогда пишут  $A = B$ .

**Например**, множество из трех элементов  $a, b, c$  допускает шесть видов записи:

$$\{a, b, c\} = \{a, c, b\} = \{b, a, c\} = \{b, c, a\} = \{c, a, b\} = \{c, b, a\}.$$

1). Равными являются все пустые множества

2). Множество корней уравнения  $x^2=49$ ;  $L = \{-7; 7\}$ ,  
Множество корней уравнения  $|x|=7$ ;  $M = \{-7; 7\}$ ,  
 $\Rightarrow L=M$

# Обозначения некоторых

## числовых множеств:

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

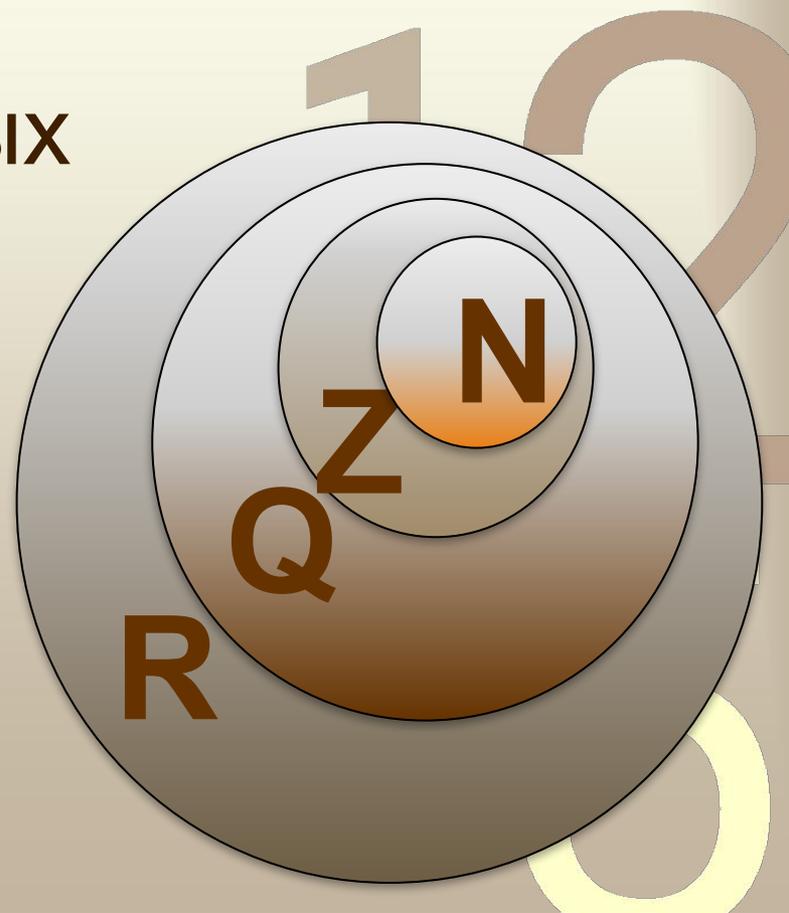
$\mathbb{N}$  – множество натуральных чисел;

$\mathbb{Z}$  – множество целых чисел;

$\mathbb{Q}$  – множество рациональных чисел;

$\mathbb{I}$  – множество иррациональных чисел;

$\mathbb{R}$  – множество действительных чисел.



**Задайте множество цифр, с помощью которых записывается число:**

**а) 3254; б) 8797; в) 11000; г) 555555.**

**Охарактеризуйте множество A:**

**а)  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\};$**

**б)  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\};$**

**в)  $A = \{11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99\};$**

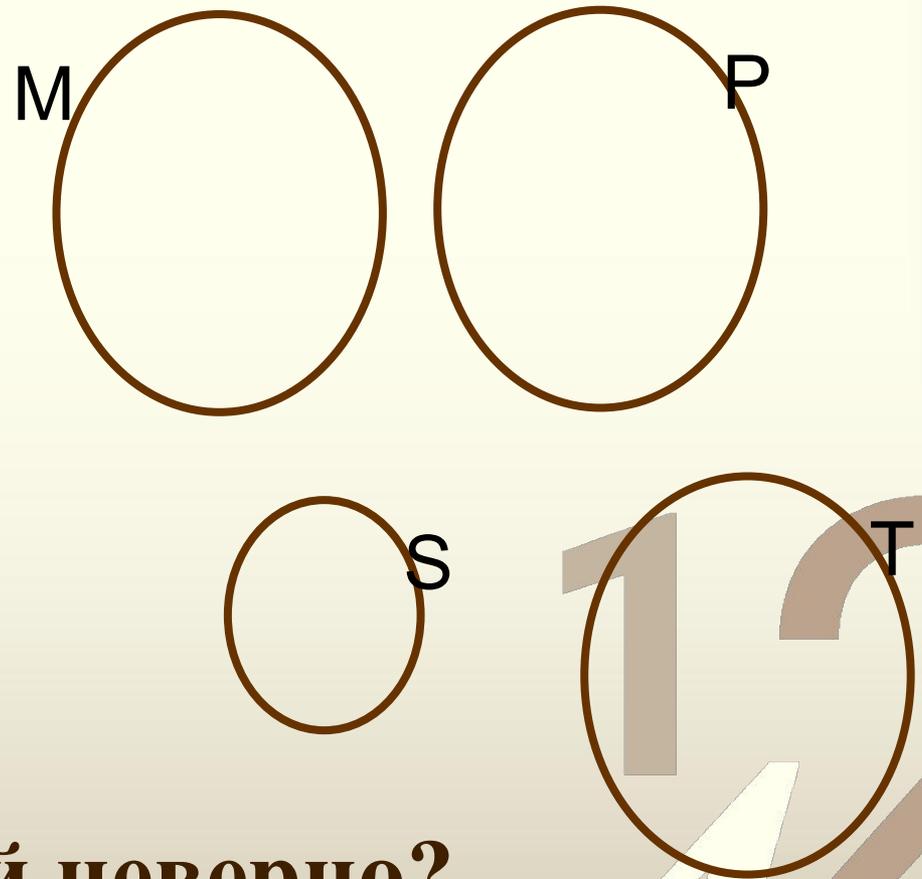
Даны множества:

$$M = \{5, 4, 6\},$$

$$P = \{4, 5, 6\},$$

$$T = \{5, 6, 7\},$$

$$S = \{4, 6\}.$$



Какое из утверждений неверно?

- а)  $M = P$     б)  $P \neq S$     в)  $M \neq T$     г)  $P = T$

0011 0010 1010 1101 0100 0100 1011

# Подмножество Операции над множествами

1 2  
4 5

# Подмножество

Множество  $B$  называют **подмножеством** множества  $A$ , если все элементы множества  $B$  являются элементами множества  $A$ .

Записывают:  $B \subset A$  (множество  $B$  - подмножество множества  $A$ ).

**Пример:** множество студентов вашей группы ( $B$ ) - это подмножество множества студентов колледжа ( $A$ ).

$$B = \{5; 9; 0\},$$

$$A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}, \text{ то } B \subset A,$$

(читается  $B$  содержится в  $A$ )

$$C = \{Л; Е; Т; О\},$$

$$W = \{А; Б; В; Г; Д; Е; Ж; З; И; Й; К; Л; М; Н; О; П; Р; С; Т; У; Ф; Х; Ц; Ч; Ш; Щ; Ъ; Ы; Ь; Э; Ю; Я\},$$

$$C \subset W \quad (\text{читается } C \text{ содержится в } W)$$

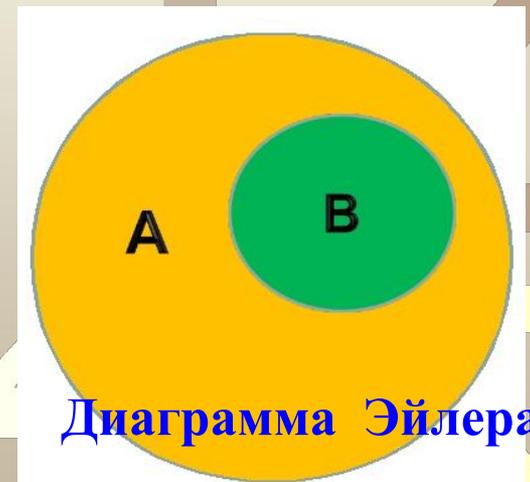


Диаграмма Эйлера



0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

∞

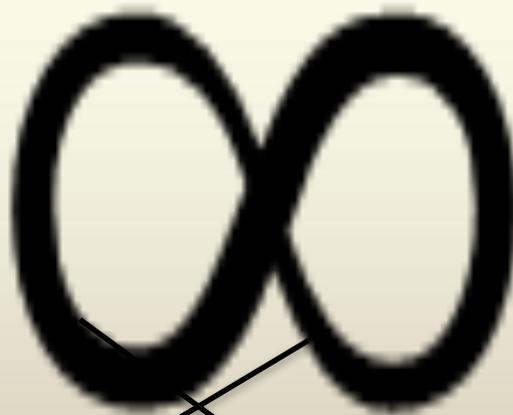
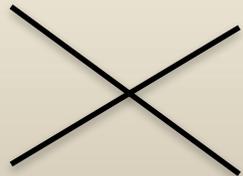
1 2

4 5





0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011



1

2

4

5

В математике часто приходится иметь дело с **числовыми множествами**. Приведём определения и обозначения множеств, которые имеют общее название **числовых промежутков**.

Название промежутка	Определение	Обозначение
Отрезок от $a$ до $b$ (замкнутое множество)	$a \leq x \leq b$	$[a; b]$
Интервал от $a$ до $b$ (открытое множество)	$a < x < b$	$(a; b)$
Открытый слева промежуток от $a$ до $b$	$a < x \leq b$	$(a; b]$
Открытый справа промежуток от $a$ до $b$	$a \leq x < b$	$[a; b)$
Закрытый числовой луч от $a$ до $+\infty$	$x \geq a$	$[a; +\infty)$
Открытый числовой луч от $a$ до $+\infty$	$x > a$	$(a; +\infty)$
Закрытый числовой луч от $-\infty$ до $a$	$x \leq a$	$(-\infty; a]$
Открытый числовой луч от $-\infty$ до $a$	$x < a$	$(-\infty; a)$
Числовая прямая	$-\infty < x < +\infty$	$\mathbb{R}$

# Способы задания множеств

- *Перечислением элементов множества;*
- *Описанием общего (характеристического) свойства, объединяющего элементы.*

Например:

- 1).  $K = \{x : -5 \leq x \leq 6\}$  - описанием характеристического свойства элементов
- 2).  $T = \{x : 0 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{N}\}$  - описанием характеристического свойства элементов
- 3). Множество учеников данного класса определяется их списком в классном журнале - перечислением элементов
- 4). Множество цифр:  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  - перечислением элементов

# Решение задач

1. Задайте перечислением элементов множества:

а)  $A$  — множество гласных букв русского алфавита.

Решение

$$A = \{a, e, ё, и, о, у, ы, э, ю, я\}$$

б)  $B$  — множество корней уравнения  $x^3 - 4x = 0$ .

Решение

$$x(x^2 - 4) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{или} \quad x = \pm 2$$

$$B = \{-2; 0; 2\}$$

в)  $C$  — множество простых четных чисел.

Решение

$$C = \{2\}$$



2. Перечислить элементы следующих множеств:

а)  $A = \{x : x \text{ студентам вашей группы, которые сейчас отсутствуют} \}$ .

*Решение*

$$A = \{ \dots \}$$

б)  $B = \{ x : (x-2)(x+3)=0 \}$

*Решение*

$$B = \{ -3; 2 \}$$

в)  $C = \{ x : x^2 - 8x + 15 = 0 \}$

*Решение*

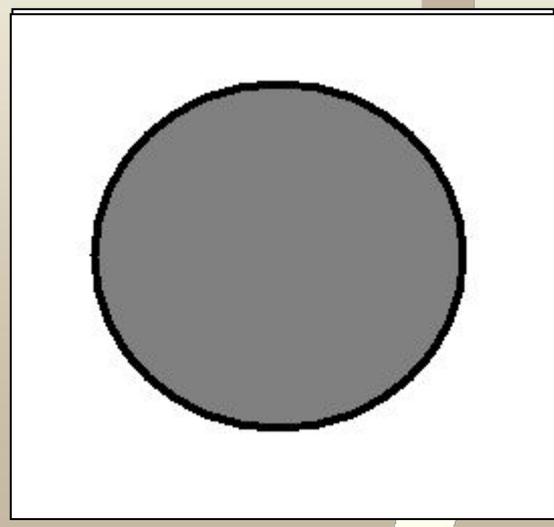
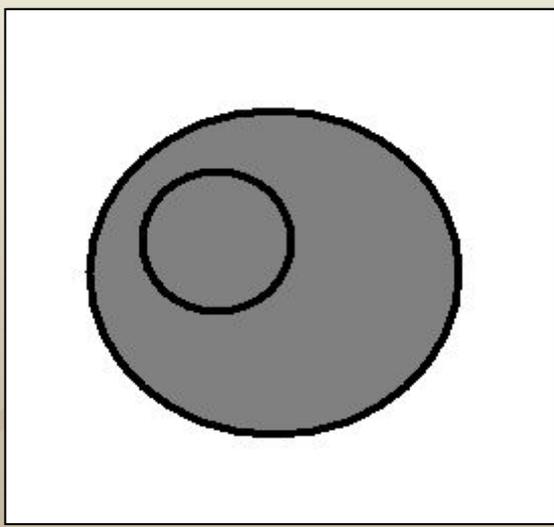
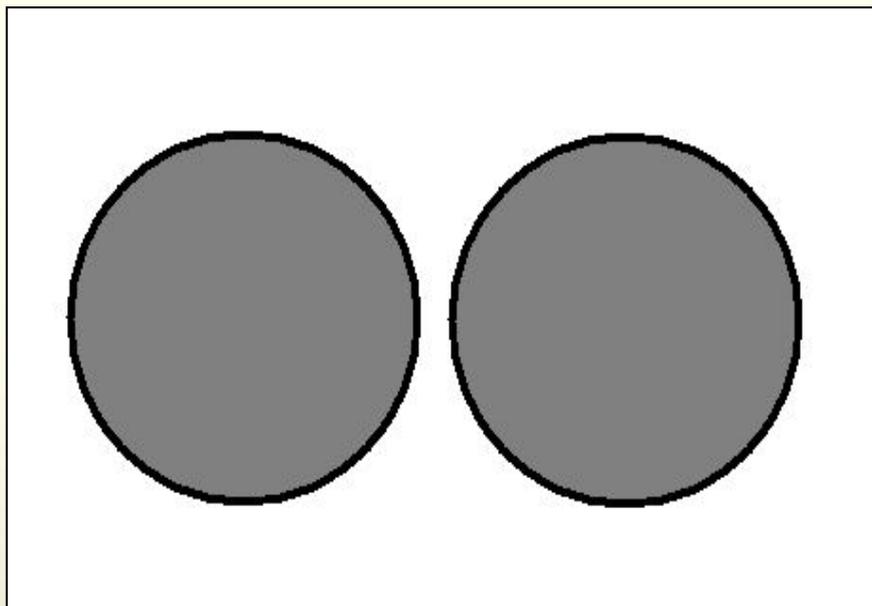
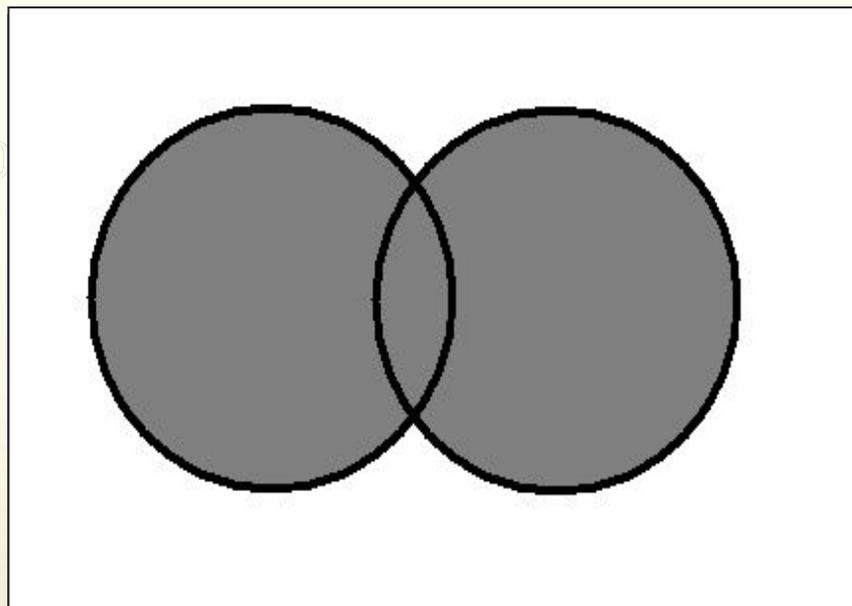
*По теореме Виета находим корни квадратного уравнения*

$$C = \{ 3; 5 \}$$

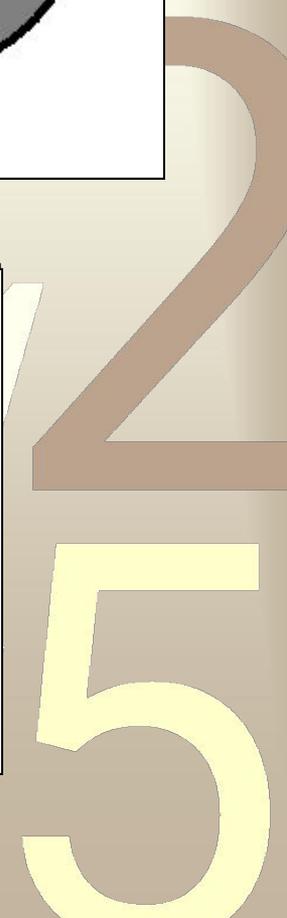


0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

# ОБЪЕДИНЕНИЕ МНОЖЕСТВ



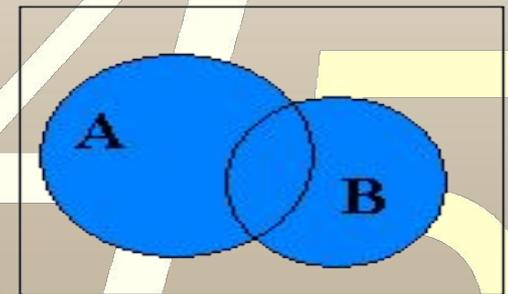
0011 0



# Операции над множествами

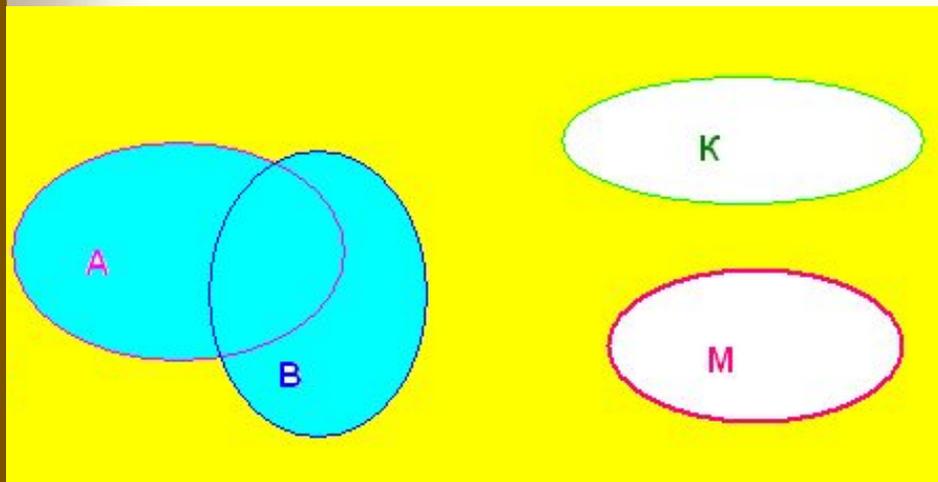
□ **Суммой, или объединением** произвольного конечного или бесконечного множества множеств называется множество, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из множеств  $A, B$ .

- Объединение множеств обозначается  $A \cup B$
- На диаграмме Эйлера-Венна объединение двух множеств выглядит так:



**Пример:**  $\{1,2,3\} \cup \{2,3,4\} = \{1,2,3,4\}$ .

# ОБЪЕДИНЕНИЕ МНОЖЕСТВ А И В



$C = A \cup B$

$K \cup M$

- Например:
- $L = \{ 5; 7; 9; 3; 1 \}$ ,
- $W = \{ 1; 0; 8; 2; 4; 5; 6 \} \Rightarrow$
- $LUW = \{ 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 \}$

*Решение задач:*

1. Дано:  $A = \{ 1; 3; 5; 7 \}$ ,  $B = \{ 1; 5; 7; 9 \}$ ,  $C = \{ 2; 4 \}$ .

Найти: а)  $A \cup B$ ; б)  $A \cup C$ ; в)  $B \cup C$ ; г)  $A \cup B \cup C$ .

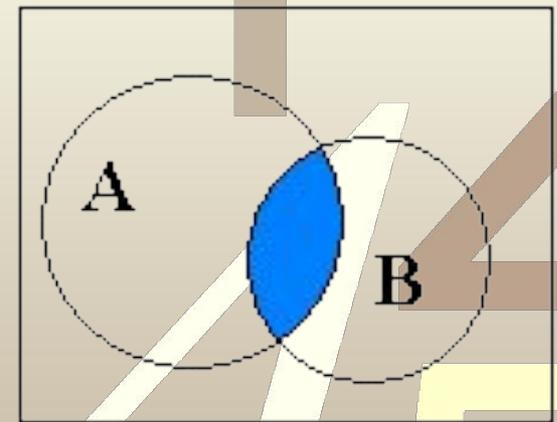
2. Дано:  $A = \{ x : x^2 - 5x + 6 = 0 \}$ ,  $B = \{ x : x^2 - 3x + 2 = 0 \}$ .

Найти:  $A \cup B$ .

• **Пересечением** любого конечного или бесконечного множества множеств называется множество, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат множествам  $A$  и  $B$  одновременно.

• Пересечение множеств обозначается  $A \cap B$

• На диаграмме Эйлера-Венна пересечение двух множеств выглядит так



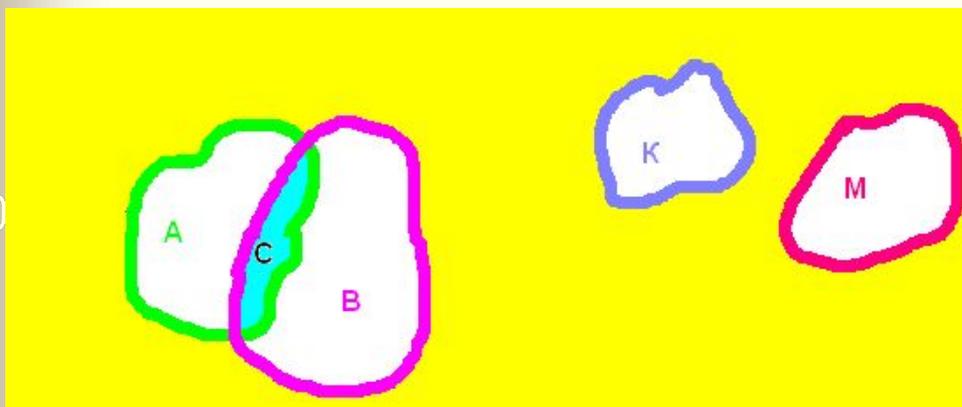
**Пример:**  $\{1,2,3\} \cap \{2,3,4\} = \{2,3\}$

## ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОЖЕСТВ А и В

Например:

$$L = \{ 5; 7; 9; 3; 1 \},$$

$$W = \{ 1; 0; 8; 2; 4; 5; 6 \}$$



$$C = A \cap B$$

$$K \cap M = \emptyset$$

$$\Rightarrow K = L \cap W = \{ 1; 5 \}$$

**Решение задач:**

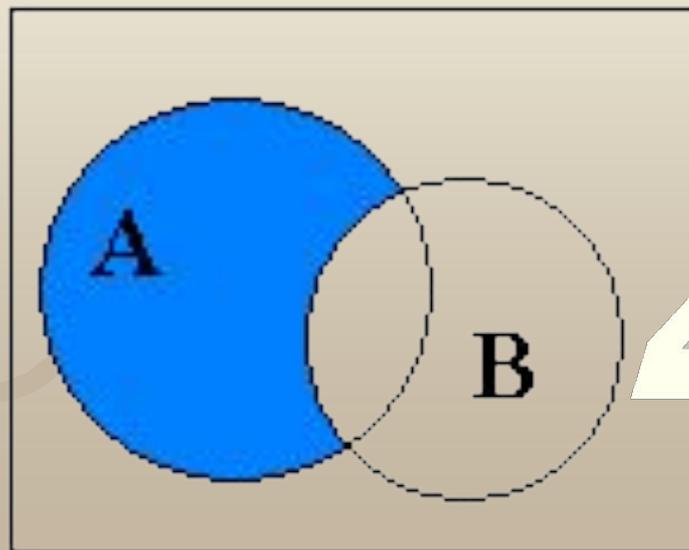
1. Дано:  $A = \{ a; c; k; 1; 3 \}$ ,  $B = \{ c; e; 6; 3 \}$ ,  $C = \{ c; 1; 6 \}$ .

Найти: а)  $A \cap B$ ; б)  $A \cap C$ ; в)  $B \cap C$ ; г)  $A \cap B \cap C$ .

2. Дано:  $A = \{ x : x^2 - 5x + 6 = 0 \}$ ,  $B = \{ x : x^2 - 3x + 2 = 0 \}$ .

Найти  $A \cap B$ .

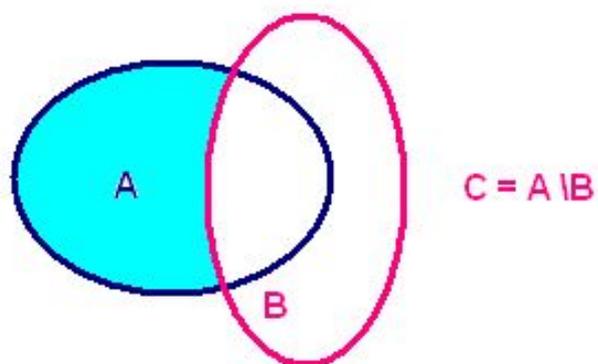
- **Разностью** между множеством В и множеством А называется множество всех элементов из В, не являющихся элементами из А.
- Разность двух множеств обозначается  $A \setminus B$
- На диаграмме Эйлера-Венна разность двух множеств выглядит так



1 2  
4 5

# РАЗНОСТЬ МНОЖЕСТВ А И В

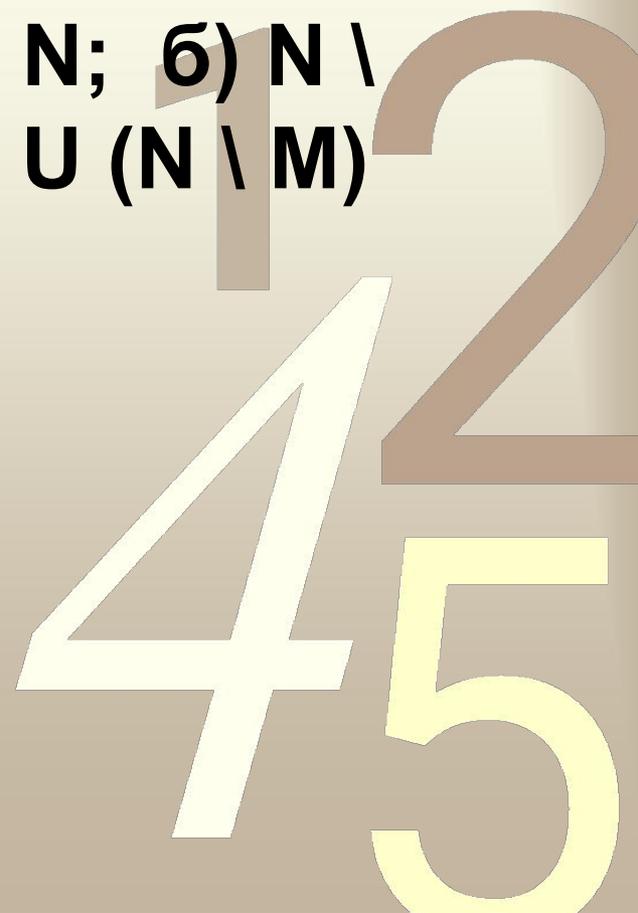
*Решение задач:*



1. Дано:  $M = \{ a; b; c; d \}$ ,  
 $N = \{ b; d \}$ .

Найти: а)  $M \setminus N$ ; б)  $N \setminus M$ ;  
в)  $(M \setminus N) \cup (N \setminus M)$

2. Найти разность множеств  
 $K = \{ 1; 2; 3; 7; 8; 9; \}$  и  $M = \{ 2; 0; 8 \}$ .



# Числовые множества. Округление чисел.

**Число́** — основное понятие математики, используемое для количественной характеристики, сравнения, нумерации объектов и их частей.

**Натуральные числа**, получаемые при естественном счёте; множество натуральных чисел обозначается  $N$ , то есть  $N = \{1, 2, 3, \dots\}$  (иногда к множеству натуральных чисел также относят ноль, то есть  $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ ).

Важным подмножеством натуральных чисел являются **простые числа**  $P$ . Простое число — это натуральное число, имеющее ровно два различных натуральных делителя: единицу и самого себя.

**Целые числа**, получаемые объединением натуральных чисел с множеством отрицательных чисел и нулём, обозначаются  $Z = \{\dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ . Целые числа замкнуты относительно сложения, вычитания и умножения (но не деления).

**Рациональные числа** — числа, представимые в виде дроби  $m/n$  ( $n \neq 0$ ), где  $m$  — целое число, а  $n$  — натуральное число. Рациональные числа замкнуты уже относительно всех четырёх арифметических действий: сложения, вычитания, умножения и деления (кроме деления на ноль). Для обозначения рациональных чисел используется знак  $Q$  (от англ. *quotient*).

**Действительные (вещественные) числа** представляют собой расширение множества рациональных чисел, замкнутое относительно некоторых (важных для математического анализа) операций предельного перехода. Множество вещественных чисел обозначается  $R$ . Его можно рассматривать как пополнение поля рациональных чисел  $Q$  при помощи нормы, являющейся обычной абсолютной величиной. Кроме рациональных чисел,  $R$  включает множество иррациональных чисел  $I$ , не представимых в виде отношения целых.

Числа, которые в десятичной записи представляют собой бесконечные непериодические десятичные дроби, называются **иррациональными числами**.

**Комплексные числа**  $C$ , являющиеся расширением множества действительных чисел. Они могут быть записаны в виде  $z = x + iy$ , где  $i$  — т. н. мнимая единица, для которой выполняется равенство

$$i^2 = -1$$

# Округление чисел

Рассмотрим число **8,759123....**

*Округлить до целой части* означает записать лишь ту часть числа, которая находится до запятой. *Округлить до десятых* означает записать целую часть и после запятой одну цифру; *округлить до сотых* - после запятой две цифры; *до тысячных* - три цифры и т.д.

Округлить 8,759123... с точностью до целой части.

8,759123... - *выкидываем*

8,759123... - *анализируем  $7 \geq 5$*

*значит  $8,759123... \approx 9$*

Округлить 8,759123... с точностью до десятой части.

8,759123... - *выкидываем*

8,759123... - *анализируем  $5 \geq 5$*

*значит  $8,759123... \approx 8,8$*

Округлить 8,759123... с точностью до сотой части.

8,759123... - *выкидываем*

8,759123... - *анализируем  $9 \geq 5$*

*значит  $8,759123... \approx 8,76$*

Округлить 8,759123... с точностью до тысячной части.

8,759123... - *выкидываем*

8,759123... - *анализируем  $1 < 5$*

*значит  $8,759123... \approx 8,759$*

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

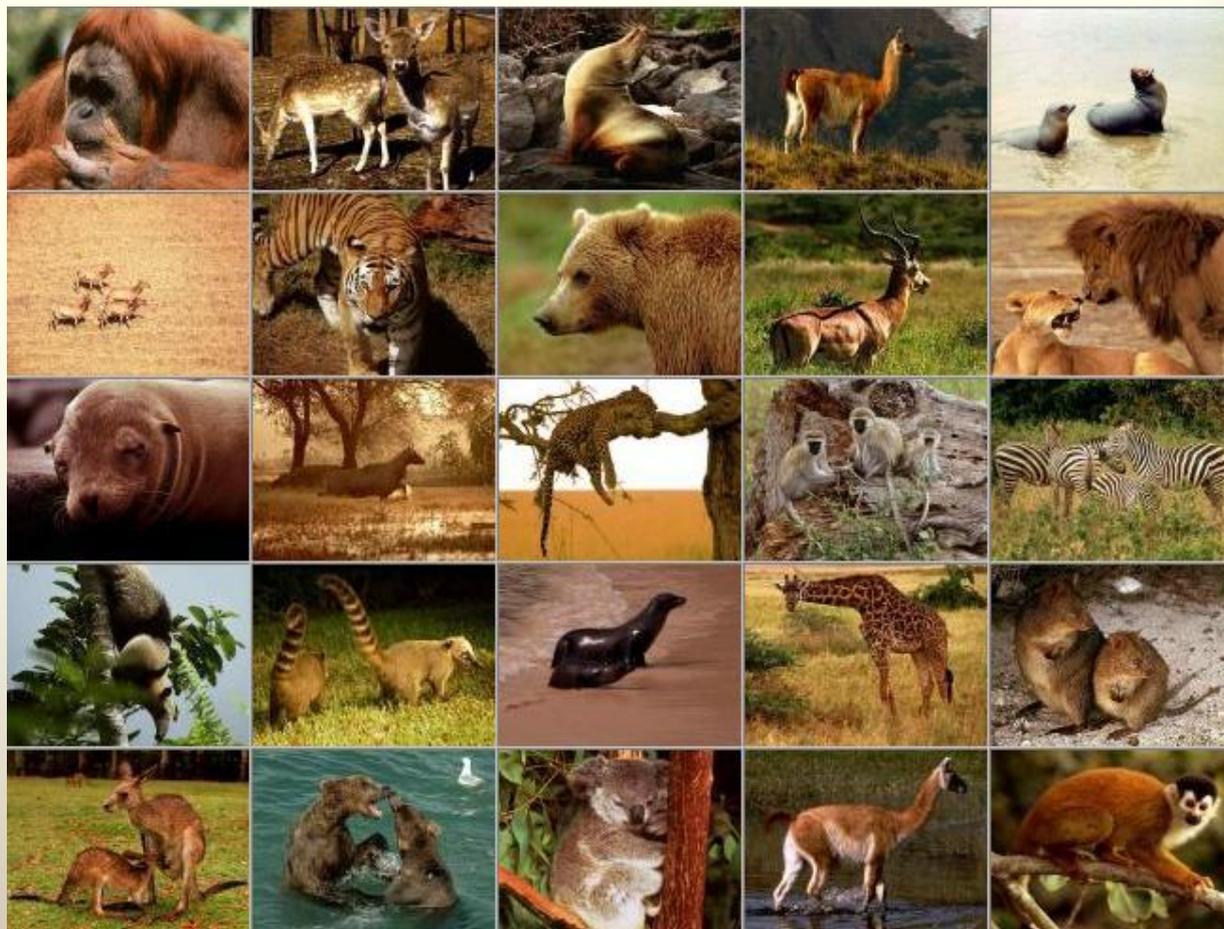
# БЛИЦ-ОПРОС

1 2  
4 5

# БЛИЦ-ОТПРОС

0011 0010 1010 1101 0001 01

Какие  
названия  
применяются  
для  
обозначения  
множеств  
животных?



45

## БЛИЦ-ОПРОС

Какие  
названия  
применяются  
для  
обозначения  
множеств  
военно-  
служащих?



45

## БЛИЦ-ОПРОС

0011 0010 1010 1101 0001 010

Как  
называется  
множество  
цветов,  
стоящих в  
вазе?

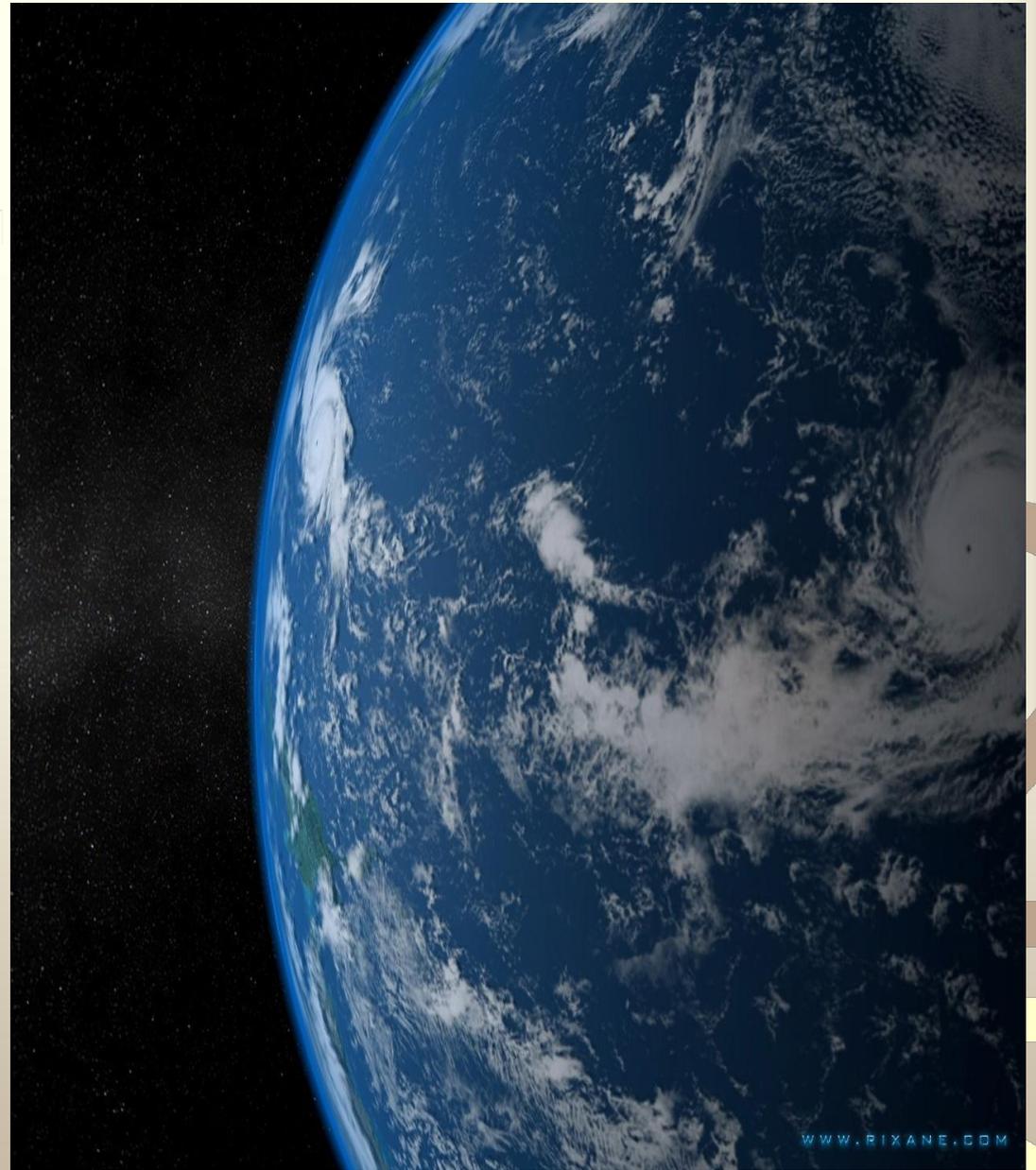


45

## БЛИЦ-ОПРОС

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1010

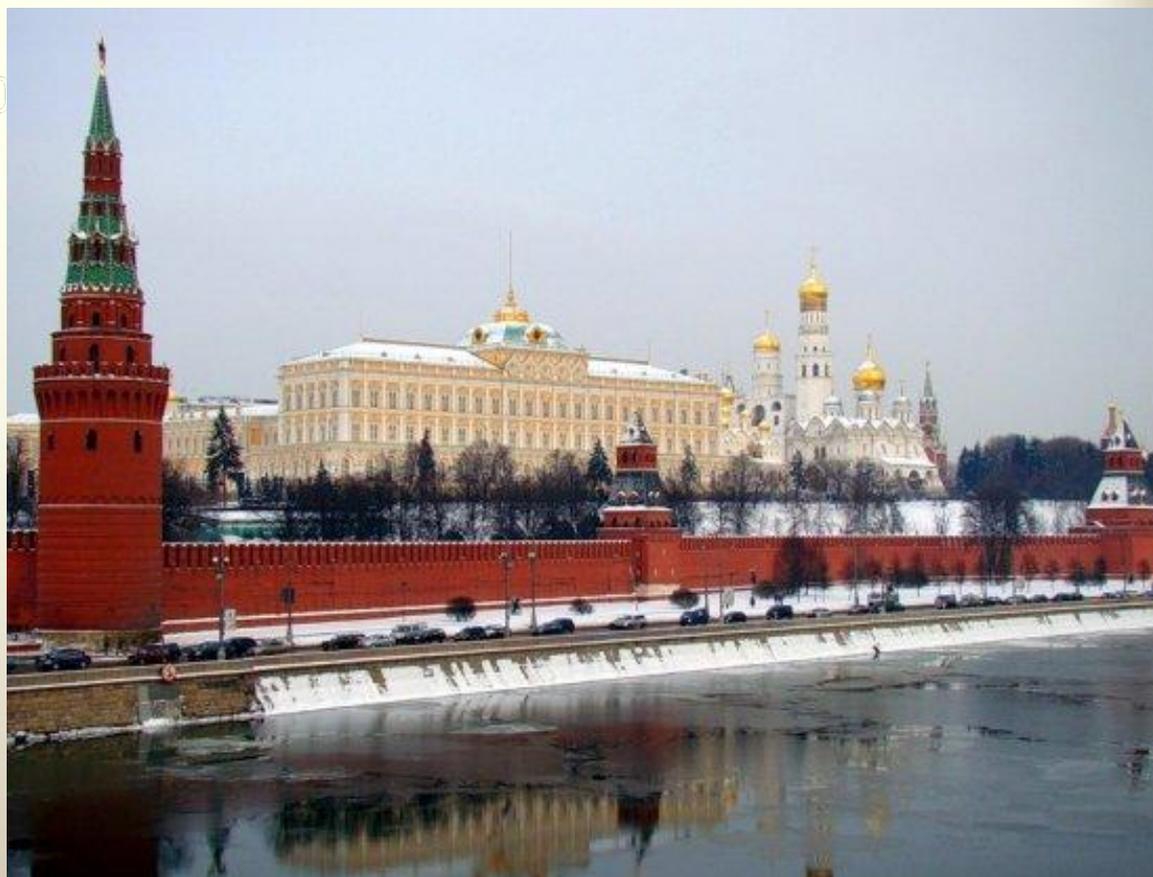
Как называется  
множество точек  
земной  
поверхности,  
равноудаленных  
от обоих  
полюсов?



## БЛИЦ-ОПРОС

0011 0010 1010 1101 0001 0100 10

Как называется  
множество  
населённых  
людьми мест?



45

# БЛИЦ-ОПРОС

0011 0010 1010 1101 0001 0100

Как называется  
множество  
картин?



45

## БЛИЦ-ОПРОС

0011 0010 1010 1101 0001 0100

Как называется  
множество  
документов?



45

## БЛИЦ-ОПРОС

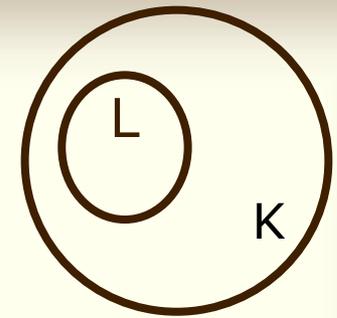
0011 0010 1010 1101 0001 010

Какие  
названия  
применяют  
для  
обозначения  
множеств  
кораблей?



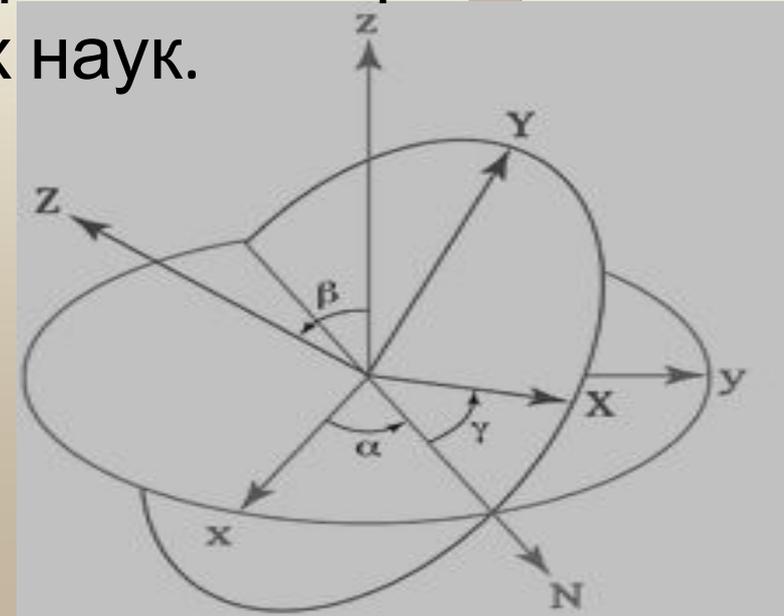
45

# Решение задачи с помощью кругов Эйлера



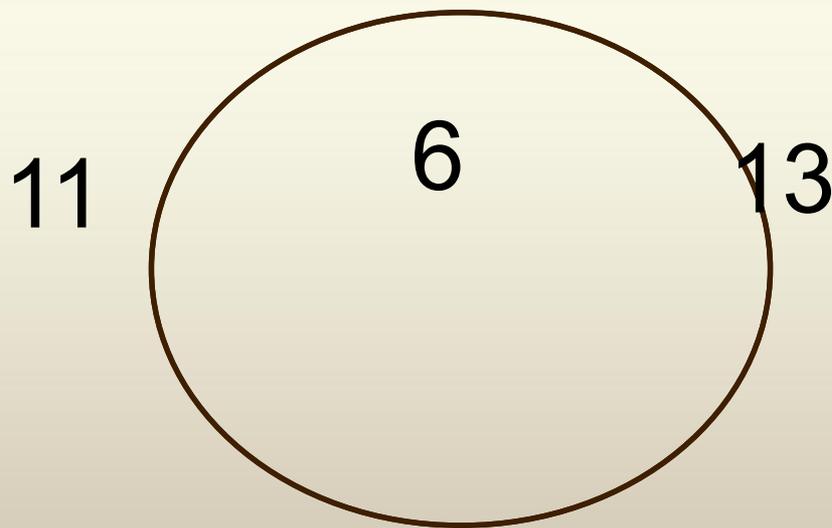
Леона́рд Э́йлер — швейцарский, немецкий и российский математик, внёсший значительный вклад в развитие математики, а также механики, физики, астрономии и ряда прикладных наук.

1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	34	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
5	44	25	56	9	40	21	60
28	53	8	41	24	57	12	37
43	6	55	26	39	10	59	22
54	27	42	7	58	23	38	11



В классе 30 человек, каждый из которых поёт или танцует. Известно, что поют 17 человек, а танцевать умеют 19 человек. Сколько человек поёт и танцует одновременно?

Всего 30



поют 17

танцуют 19

$$17+19=36, \text{ всего } 30$$

$$36-30=6$$

12  
4  
5

# Решение

Пусть  $A$  - это множество учеников, умеющих петь.

Количество элементов в нём по условию равно  $n = 17$ .

Пусть  $B$  - множество учеников, умеющих танцевать.

Количество элементов в нём -  $m = 18$ . Множество

совпадает со всем классом, т.к. каждый ученик в

классе поёт или танцует.  $A \cap B$  - это множество тех

учеников класса, которые поют и танцуют

одновременно. Пусть их количество равно  $k$ .

Согласно формуле доказанной выше

$$n + m - k = 17 + 19 - k = 30 \quad k = 6.$$

Ответ: 6 учеников в классе поют и танцуют

одновременно.

На фирме работают 67 человек. Из них 47 знают английский язык, 35 - немецкий язык, а 23 - оба языка. Сколько человек в фирме не знают ни английского, ни немецкого языков?

Английский 47

Всего 67

Немецкий 35

$$47 - 23 = 24$$

$$35 - 23 = 12$$

24

12

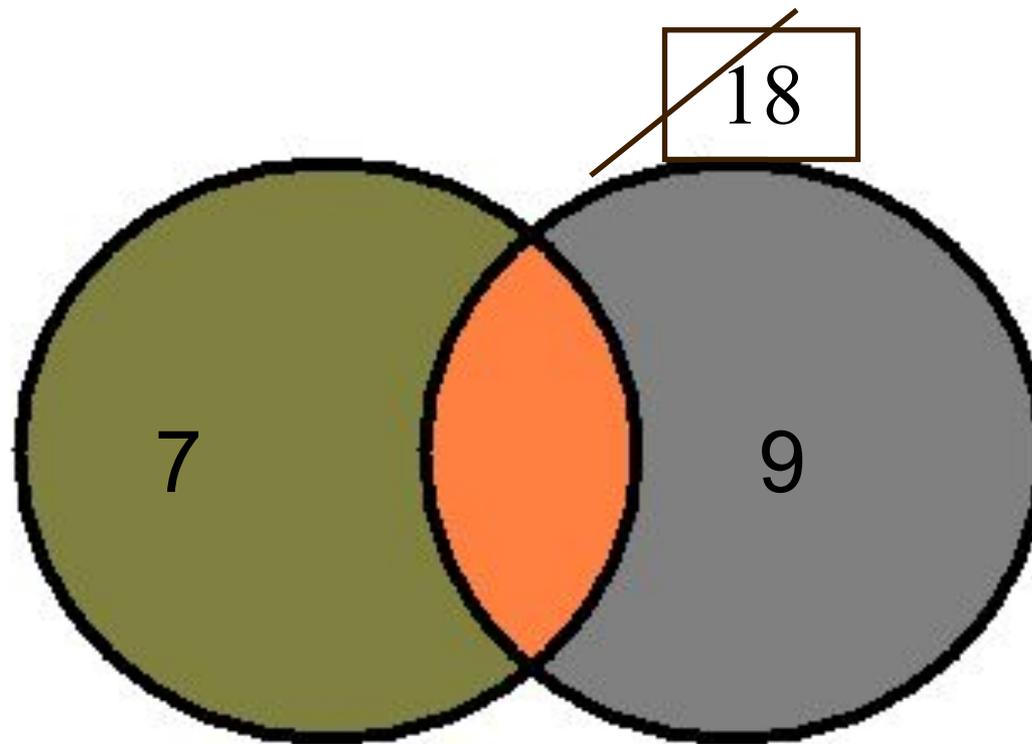
23

$$24 + 12 + 23 = 59$$

$$67 - 59 = 8$$

12  
4  
5

Каждый учащийся в классе изучает английский или французский язык. Английский язык изучают 25 учащихся, французский — 27 учащихся, а два языка — 18 учащихся. Сколько учащихся в классе?



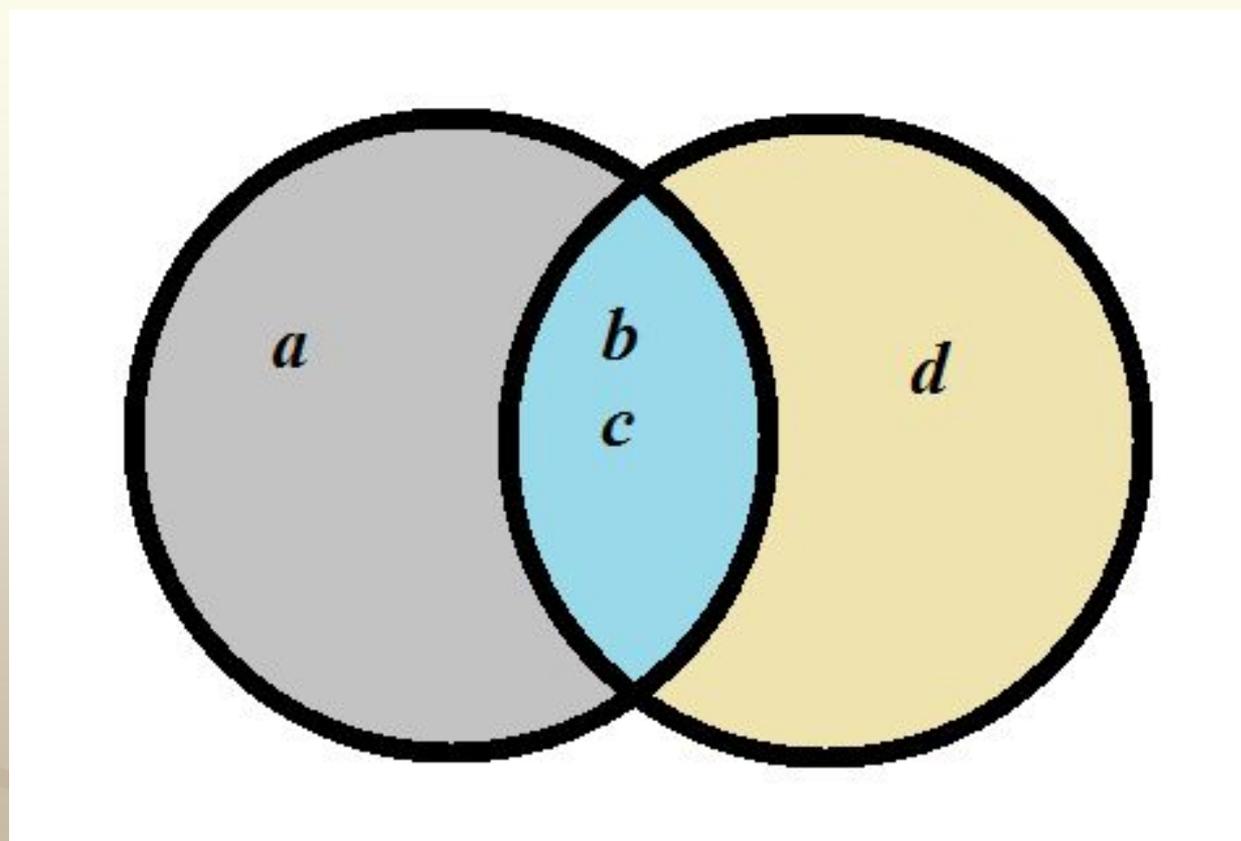
Английский

Только англ  
 $25 - 18 = 7$

Французский  
и немецкий  
 $= 9$

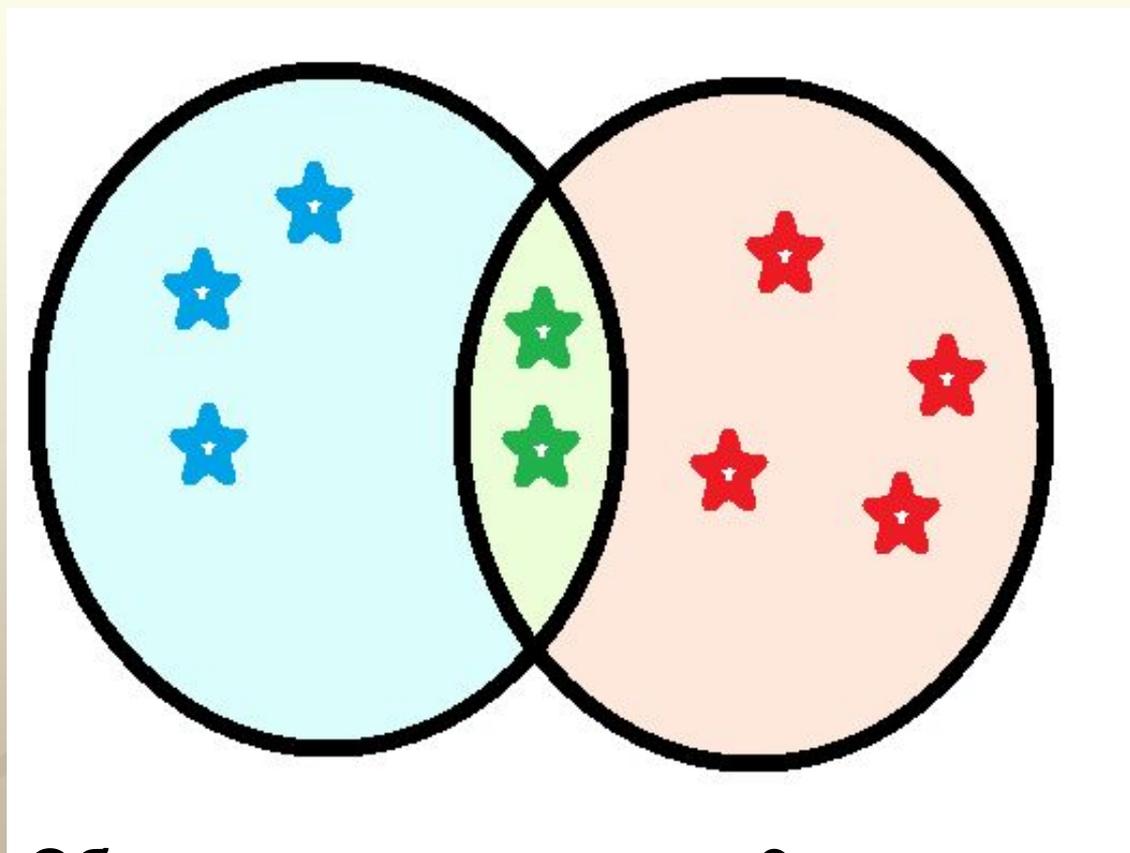
Ответ: в классе 34 ученика

Расположите 4 элемента в двух множествах так, чтобы в каждом из них было по 3 элемента.



42  
5

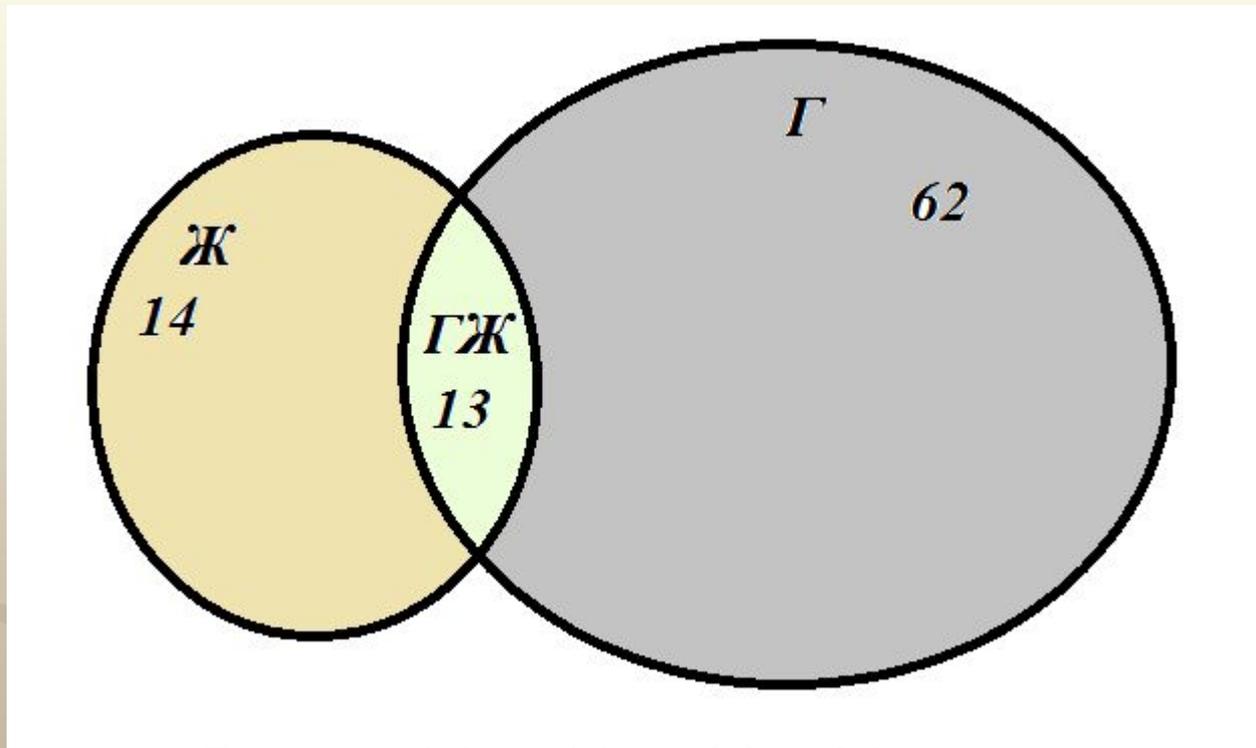
Множества  $A$  и  $B$  содержат соответственно 5 и 6 элементов, а множество  $A \cap B$  – 2 элемента. Сколько элементов в множестве  $A \cup B$ ?



Объединение содержит 9 элементов

125

Каждая семья, живущая в нашем доме, выписывает или газету, или журнал, или и то и другое вместе. 75 семей выписывают газету, а 27 семей выписывают журнал и лишь 13 семей выписывают и журнал, и газету. Сколько семей живет в нашем доме?



$$\text{Всего: } 14 + 13 + 62 = 89$$