Теория вероятности

Основные понятия

- **Теория** вероятностей изучает *вероятностные закономерности* массовых однородны *случайных событий*.
- **Теория вероятности** – это математическая наука, изучающая закономерности, присущие массовым, случайным явлениям.

События. Виды событий

События

достоверные **невозможные** **случайные**

Достоверными называются события, которые в результате испытания обязательно произойдут.

Невозможным называют событие, которое заведомо не произойдёт в результате испытания.

Событие называется случайным, если в результате испытания оно может, как произойти, так и не произойти, при этом должен иметь место *принципиальный критерий случайности*: случайное событие – есть следствие случайных факторов, воздействие которых предугадать невозможно или крайне затруднительно.

Любой результат испытания называется ***исходом***.

События(любые) **обозначают** большими латинскими буквами

$$A, B, C, D, E, F, \dots,$$

либо теми же буквами с подстрочными индексами:

$$A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, \dots$$

Например:

$A_о$ – в результате броска монеты выпадет «орёл»;

B_5 – в результате броска игральной кости (кубика) выпадет 5 очков;

$C_т$ – из колоды будет извлечена карта трефовой масти *(по умолчанию колода считается полной)*.

Два или большее количество событий называют **равновозможными**, если ни одно из них не является более возможным, чем другие.

События называют ***несовместными***, если в одном и том же испытании появление одного из событий **исключает** появление других событий.

Простейшим примером несовместных событий является пара ***противоположных*** событий.

Событие, противоположное данному, обычно обозначается той же латинской буквой с чёрточкой вверху. Например:

A_o – в результате броска монеты выпадет орёл;

$\overline{A}_{\hat{\imath}}$ – в результате броска монеты выпадет решка.

Множество несовместных событий образуют ***полную группу событий***, если в результате <u>отдельно взятого испытания</u> **обязательно появится одно из этих событий**.

Например, для игрального кубика характерно рассмотрение следующего набора:

B_1 – в результате броска игрального кубика выпадет 1 очко;

B_2 – … 2 очка;

B_3 – … 3 очка;

B_4 – … 4 очка;

B_5 – … 5 очков;

B_6 – … 6 очков.

Элементарное событие «нельзя разложить на другие события».

События называются **совместными**, если <u>в отдельно взятом испытании</u> появление одного из них **не исключает** появление другого.

Например:

$C_т$ – из колоды карт будет извлечена трефа;

D_7 – из колоды карт будет извлечена семёрка.

Алгебра событий

Элементы комбинаторики

ВАЖНЕЙШЕЕ ПРАВИЛО

Операция сложения событий означает логическую связку **ИЛИ**.

Операция умножения событий – логическую связку **И**.

Комбинаторика

Комбинаторика – раздел математики, в котором изучаются задачи выбора элементов из данного множества и расположения из в группы по заданным правилам.

В узком смысле комбинаторика – это подсчет различных комбинаций, которые можно составить из некоторого множества дискретных объектов.

Самые распространенные виды комбинаций:

– Перестановки;
– Выборка из множества (сочетания);
– Распределения (размещения).

Основные формулы комбинаторики

Перестановки, сочетания и размещение без повторений

Перестановки

Сколькими способами можно переставить n объектов?

$$\mathrm{P}_{\mathrm{n}} = n!$$

Сочетания

Сколькими способами можно выбрать m объектов из n?

$$\mathrm{C}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{m}} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Размещения

Сколькими способами можно выбрать m объектов (из n объектов) и в каждой выборке переставить их местами?

$$\mathrm{A}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{m}} = \frac{n!}{(n-m)!}$$

$$\mathrm{A}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{m}} = C_n^m \cdot P_m$$

Перестановки, сочетания и размещение с повторениями

Перестановки

Количество способов, которыми можно переставить n объектов, среди которых 1-й объект повторяется n_1 раз, 2-й повторяется n_2 раза, 3-й объект – n_3 раза, …, k-ый объект – n_k раз.

$$\overline{P_n} = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_k!}$$

$$\mathrm{n}_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k = \mathrm{n}$$

Сочетания

Для выбора предложено n множеств, каждое из которых состоит из одинаковых объектов. Сколькими способами можно выбрать m объектов?

$$\overline{P_n} = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \cdots \cdot n_k!}$$

Размещения

Дано множество, состоящее из n объектов, при этом любой объект можно выбирать неоднократно. Сколькими способами можно выбрать m объектов, если важен порядок их расположения в выборке?

$$\overline{A}_n^m = n^m$$