



AP

Methods and Systems for Decision-Making Support

Л-4.2

**Основные *Шкалы* измерения критериев,
используемые в МКАР**



To Scales, used in MCDA

Необходимость шкал:

- измерение значений критериев
- их сравнение

(для анализируемых альтернатив)



Шкала измерения: Определение

Многокритериальная задача:

$A = \{A_1, \dots, A_n\} = \{A_i, i=1, \dots, n\}$ – альтернативы

$C = \{C_1, \dots, C_m\} = \{C_j, j=1, \dots, m\}$ – критерии

$C_j: A \rightarrow X_j; X_j(A_i)$ – значение альтернативы

A_i в множестве X_j (*измерение*), обладающем определенными свойствами s_j ;

$S_j = (X_j, s_j)$ – *шкала* для оценки альтернатив

A по критерию C_j



Шкалы

оценки могут быть числовыми (стоимость в руб.), словесными (высокое качество...), символные (***, 3 звезды гостиницы) и др.

Критерии могут быть разбиты на

2 основных класса:

- *количественные*; И
- *качественные*



Шкалы

Количественный критерий

значения критерия можно сравнивать, указывая на сколько или во сколько раз одно значение больше другого.

Качественный критерий

указанные сравнения невозможны/бессмысленны



Шкалы

Требование к шкалам, используемым в МКАР:
возможность упорядочения значений:

$$C_j(a) < , \dots \leq , = C_j(b)$$

с направлением предпочтения: больше – лучше, OR наоборот

Допустимое преобразование F критерия C_j :
если функция $F(C_j)$ оказывается критерием,
задающим/измеряющим то же свойство.

С каждым критерием м.быть связано множество
допустимых преобразований F : говорят, что измерения
критерия проводится в шкале типа F

Номинальная шкала (шкала наименований)

используется для идентификации элементов множества. На этой шкале определены две операции - «равно» и «не равно»

Примеры: использование слов-названий (имена, диагноз заболевания, географические названия/положения), символы (гербы, эмблемы), номера (телефонные, автомобильные, спортивные).

Допустимые преобразования: значения определяются с точностью до *взаимно-однозначных* (как правило, специально заданных) *преобразований*: $x \rightarrow F(x)$



Номинальная шкала

Проводить операции над значениями в Н.

Ш. невозможно:

(можно ли проводить операции над №
телефонов, машин и др..!?)

Можно выполнять только одну операцию -
проверку их совпадения или
несовпадения.



Порядковая шкала (шкала рангов)

для сравнительной оценки значений, когда определяется только порядок предпочтения – ранжирование, ранги.

Допустимые преобразования: монотонно возрастающие функции $x \rightarrow F(x)$.

Значения в порядковых шкалах можно сравнивать на предмет: равно, больше или меньше



Порядковая шкала

Примеры:

- 12-бальная шкала магнитуд землетрясений по Рихтеру (амер. сейсмолог Ч.Рихтер, 1935): оценка энергии сейсмических волн в зависимости от последствий;
 - 12-бальная шкала силы ветра по Бофорту (англ. гидрограф и картограф, адмирал Ф.Бофорт, 1806): 0 –штиль, 4- умеренный ветер, 6- сильный ветер, 10-шторм, 12 –ураган;
 - шкала твердости минералов о Моосу (немецкий минералог Ф. Моос, 1811) – 10 градаций (1 –тальк, 2- гипс, 3- кальций, 7- кварц, 8- топаз, 9- корунд, 10- алмаз);
 - бальные шкалы оценки знаний (5; 2 – зач, незач; 4- экзамены, 10- в школах Европы, 100 –бальные...)
- В медицине порядковыми шкалами являются - шкала стадий гипертонической болезни (по Мясникову), шкала степеней сердечной недостаточности (по Стражеско-Василенко-Лангу), шкала степени выраженности коронарной недостаточности (по Фогельсону), и т.д.



Порядковая шкала

Порядковые шкалы можно разбить на:

- шкалы *простого порядка*: любая пара объектов (a, b) ($a \neq b$) может быть упорядочена по предпочтению: $a > b$, $a < b$;
- шкалы *слабого порядка*: если не все пары можно строго упорядочить: $a \leq b$ (два 3-их места, и т.п.);
- шкалы *частичного порядка*: имеются несравнимые пары объектов (нельзя сказать, какая альтернатива лучше/хуже; какая еда лучше, что лучше – стихотв или музыка...).



Шкала интервалов

В отличие от шкалы порядка, позволяет не только ранжировать элементы множества, но и задает известные интервалы (=сохраняет отношения интервалов) между элементами.

Допустимые преобразования: линейные преобразования вида:

$$y = F(x) = ax + b$$

$a > 0$ - изменение масштаба, b - сдвиг.



Шкала интервалов

Шкала *интервалов* – т.к. “сохраняет” длины интервалов между разными значениями с учетом масштаба, т.е. - отношения (длин) интервалов сохраняются:

$$(y_1 - y_2) / (y_3 - y_4) = [(ax_1 + b) - (ax_2 + b)] / [(ax_3 + b) - (ax_4 + b)]$$

Частный случай шкалы интервалов – *шкала разностей*: $a = 1$ (сохраняет длины интервалов)



Шкала интервалов

Пример: температурные шкалы: Цельсия, Фаренгейта, Кельвина

С - Шкала предложена Андерсом Цельсием в 1742 г.

F - Предложена Г. Фаренгейтом в 1724 году.

K - Понятие абсолютной температуры было введено У. Томсоном (Кельвином), 1848.

Пересчёт температуры между основными шкалами:

$$[^{\circ}\text{F}] = [^{\circ}\text{C}] \times 9/5 + 32$$

$$[^{\circ}\text{C}] = ([^{\circ}\text{F}] - 32) \times 5/9$$

$$[^{\circ}\text{K}] = [^{\circ}\text{C}] + 273.15$$

$$[^{\circ}\text{C}] = [^{\circ}\text{K}] - 273.15$$



Шкала Отношений

допустимые преобразования: линейные функции
вида: $y = a x$ (сохранение отношений)

Шкала отношений обладает точкой нулевого отсчета (в отличие от интервальной шкалы).

Примеры: измерения массы тела, длины, деньги...

Если нам неизвестны единицы измерения, то для описания закономерностей можно использовать *отношение* величин - инвариант для шкалы отношений.

Искусственная шкала отношений: шкала отношений Саати



Абсолютная шкала

Только для *абсолютной* шкалы результаты измерений - числа в обычном смысле слова.

Примеры: число людей в комнате, число машин на стоянке, числовая ось, значения вероятностей событий (!? %). Для абсолютной шкалы допустимым является только тождественное преобразование.

Допустимые преобразования: только тождественная ф-я $F(x)=x$



Другие шкалы

Выделяют иногда и др. шкалы:

- нечеткие шкалы (лингвистические переменные),
- нелинейные шкалы (нелинейные преобразования),
- шкалы гиперпорядка (сохранение порядка интервалов),