

Показательные уравнения



Алгебра 10 класс

**Т. Н. Оленникова,
учитель математики
ГБОУ школа №413
г. Санкт-Петербург**

Схема выполнения равносильных преобразований показательных уравнений

$$a > 0, a^{f(x)} = a^{g(x)} :$$

1) если $a \neq 1$,

$$\text{то } f(x) = g(x)$$

2) если $a = 1$,

то x – любое число

из ОДЗ.

Простейшие показательные уравнения

$$1) 2^{x+1} = 2^3$$

$$x+1 = 3$$

$$x = 2$$

Ответ: $x = 2$

$$2) 5^{x-3} = 1$$

$$5^{x-3} = 5^0$$

$$x-3 = 0$$

$$x = 3$$

Ответ: $x = 3$

Решите уравнения

3) $3^{x+4} = -3$

Корней нет

(т.к. $3^t > 0$

для всех t

Ответ: корней нет

Решите:

1) $100^x = 10$

2) $6^x = 36$

3) $3^{x+2} = 27$

4) $625^x = -25$

4. Вынесение общего множителя

$$7^x + 7^{x+2} = 350$$

$$7^x (1 + 7^2) = 350$$

$$7^x = \frac{350}{50}$$

$$7^x = 7$$

$$x = 1$$

Ответ : $x = 1$

5. Приведение к одному основанию

$$\frac{100^{x-1}}{\sqrt[3]{10^x}} = 2^x \cdot 5^x$$

$$\frac{10^{2(x-1)}}{10^{\frac{x}{3}}} = (2 \cdot 5)^x$$

$$10^{2(x-1) - \frac{x}{3}} = 10^x$$

$$2(x-1) - \frac{x}{3} = x, \quad = 3$$

Ответ: $x = 3$

6. Замена переменной

$$25^x + 5^{x+1} - 6 = 0$$

$$5^{2x} + 5 \cdot 5^x - 6 = 0 \quad \text{Пусть } 5^x = y, \quad y > 0 \quad (*)$$

$$y^2 + 5y - 6 = 0$$

$$\text{не удовлетв} - 6 - \quad . \quad (*)$$

$$5^x = 1$$

$$x = 0$$

Ответ : $x = 0$

Решите уравнения

$$1) 4 \cdot 2^x = 1$$

$$\text{Ответы: } 1) x = -2$$

$$2) 2^{3x} 3^x = 576$$

$$2) x = 2$$

$$3) 3^{x+1} - 2 \cdot 3^{-2} = 25$$

$$3) x = 2$$

$$4) 9^x - 4 \cdot 3 - 45 = 0$$

$$4) x = 2$$

$$5) 4^{x+1} + 7 \cdot 2 - 2 = 0$$

$$5) x = -2$$

Решите уравнения

□ 1) $4^x \cdot 3^{2x} = 36$

□ 2) $49^{x+1} = \left(\frac{1}{7}\right)^x$

□ 3) $36 \cdot 216^{3x+1} = 1$

□ 4) $9 \cdot 81^{1-2x} = 27^{2-x}$

□ 5) $625^x = -5$

Решите уравнения

□ 6) $3^{x+2} - 5 \cdot 3^x = 36$

□ 7) $7^{x+2} - 14 \cdot 7^x = 5$

□ 8) $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = 31$

□ 9) $4^{x+1} + 7 \cdot 2^x - 2 = 0$

□ 10) $3 \cdot 25^x - 8 \cdot 15^x + 5 \cdot 9^x = 0$

Решите уравнения

□ 11) $10^x + 4^{x+1} = 8^x + 4 \cdot 5^x$

□ 12) $32^{3(x^2-8)} = 8^{19(2-x^2)}$

□ 13) $(2^{3x^2-23} - 16) \sqrt[6]{4x+11} = 0$

□ 14) $3^x + 4^x = 5^x$

□ 15) $(7^{3x^2-1} - 49) \sqrt[6]{-4x-3} = 0$