

Предмет математической статистики.



Генеральная и выборочная совокупности.



Основные вопросы:

- *Основные задачи математической статистики.*
- *Основные понятия математической статистики.*



Определение

Математическая статистика – это раздел математики, который изучает методы обработки и классификации статистических данных для получения научно-обоснованных выводов и принятия решений.




Математическая статистика возникла в XVII веке и развивалась параллельно с теорией вероятностей.

Дальнейшее развитие (вторая половина XIX века – начало XX века) обязано, в первую очередь, П. Л. Чебышеву, А. А. Маркову, А. М. Ляпунову, а так же К. Гауссу, А. Кетле, Ф. Гальтону, К. Пирсону и другие. XX век – советские учёные : В. И. Романовский, Е. Е. Слуцкий, А. Н. Колмогоров. Английские: Стьюдент, Фишер, Смирнов. Американские: С. Нейман, Вальд.



Задачи математической статистики

- 1. *Оценка неизвестных параметров*** случайной величины (вероятности случайного события, математического ожидания случайной величины, дисперсии)
- 2. *Статистическая проверка гипотез***, т.е. проверка предположений, сделанных относительно некоторых случайных событий, случайных величин (о вероятности события, о законе распределения случайной величины)
- 3. *Принятие решений*** (сюда относятся задачи оптимального выбора момента настройки или замены действующей аппаратуры, например, определения срока замены двигателя самолета, отдельных деталей станков)



Генеральная и выборочная совокупность

Пусть требуется изучить совокупность однородных объектов относительно некоторого *качественного* или *количественного* признака, характеризующего эти объекты.




Определения выборочной и генеральной совокупности

Выборочной совокупностью или выборкой называют совокупность случайно отобранных объектов.

Генеральной совокупностью называют совокупность объектов из которых производится выборка.

Объемом совокупности называют число объектов этой совокупности. Например, если из 1000 деталей отбирается для обследования 100, то *объем генеральной совокупности $N=1000$, а объем выборки $n = 100$.*

- 
- При составлении выборки можно поступать двумя способами: после того как объект отобран и исследован, его можно вернуть или не возвращать в генеральную совокупность.
 - В связи с этим выборки подразделяются на **повторные** и **бесповторные**.
 - **Повторной** называют выборку, при которой отобранный объект (перед отбором следующего) возвращается в генеральную совокупность.
 - При **бесповторной** выборке отобранный объект в генеральную совокупность *не возвращается*.



Репрезентативность выборки.

Для того чтобы по данным выборки можно было достаточно уверенно судить об интересующем признаке генеральной совокупности, необходимо, чтобы объекты выборки правильно его представляли. Другими словами, выборка должна правильно представлять пропорции генеральной совокупности. Это требование коротко формулирует так: выборка должна быть *репрезентативной (представительной)*.



В силу закона больших чисел можно утверждать, больших что выборка будет **репрезентативной**:

- каждый объект выборки **отобран случайно** из генеральной совокупности;
- все объекты имеют **одинаковую вероятность** попасть в выборку.

Способ отбора

Простой

Типический

Механический

Серийный



Способы отбора объектов наблюдения

Простой случайный отбор

Объект извлекают по одному из Генеральной совокупности с помощью генератора случайных чисел

- **Бесповторный** – исключать из рассмотрения объекты, которые уже попали в статистическую выборку
- **Повторный** – допускать возможность повторения объектов в статистической выборке



Способы отбора объектов наблюдения

Типический отбор

Объекты отбирают из каждой «типической» части генеральной совокупности.

Используется, если обследуемый признак заметно колеблется в различных частях генеральной совокупности.

Пример:

Продукция изготавливается на нескольких машинах с различной степенью изношенности. Тогда отбор следует производить из продукции, выпущенной машинами определенного типа



Способы отбора объектов наблюдения

Механический отбор

Генеральную совокупность «механически» делят на группы, их количество равно объему выборки, затем из каждой группы отбирают по одному объекту наблюдения.

Пример:

Если необходимо выбрать 20% изготавливаемых деталей, то отбирают каждую 5-ю деталь, если 5% деталей, то отбирают каждую 20-ю деталь



Способы отбора объектов наблюдения

Серийный отбор

Объекты отбирают «сериями», которые обследуются полностью.

Используется, когда обследуемый признак колеблется незначительно между сериями.

Пример: Если все детали производятся на одинаковых станках-автоматах, то достаточно выбрать несколько станков для сплошного обследования произведенных деталей.

Комбинированный отбор

Часто используется сочетание нескольких способов отбора объектов наблюдения: **генеральная совокупность разделяется на серии, серии на группы, из групп отбираются объекты.**



Пример . Десять абитуриентов проходят тестирование по математике. Каждый из них может набрать от 0 до 5 баллов включительно. Пусть X_k — количество баллов, набранных k -м ($k = 1, 2, \dots, 10$) абитуриентом.

Тогда значения 0, 1, 2, 3, 4, 5 — все возможные количества баллов, набранных одним абитуриентом, — образуют генеральную совокупность.

Выборка $X_1, X_2, X_3, \dots, X_{10}$ — результат тестирования 10 абитуриентов.

Реализациями выборки могут быть следующие наборы чисел: $\{5, 3, 0, 1, 4, 2, 5, 4, 1, 5\}$ или $\{4, 4, 5, 3, 3, 1, 5, 5, 2, 5\}$ или $\{3, 4, 5, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 4\}$ и т. д.