Повторные испытания. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа

КАЛАБУХОВА Галина Валентиновна
К.социол.н., доцент

Вопросы темы

- Повторение испытаний.
- Формула Бернулли.
- Локальная теорема Лапласа.
- Интегральная теорема Лапласа.
- Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях

Повторение испытаний

Определение

Если производится несколько испытаний, причем вероятность события ***A*** в каждом испытании не зависит от исходов других испытаний, то такие испытания называют ***независимыми относительно события А.***

Определение

Пусть производится *n* независимых испытаний, в каждом из которых событие *A* может появиться либо не появиться. Далее будем рассматривать лишь такие независимые испытания, в которых событие *A* имеет одну и ту же вероятность.

Условимся считать, что вероятность события ***A*** в каждом испытании одна и та же, а именно равна ***p*.** Следовательно, вероятность ненаступления события *A* в каждом испытании также постоянна и равна $\boldsymbol{q = 1 - p}$.

Формула Бернулли

Следствие

Вероятность совместного появления нескольких событий, независимых в совокупности равна произведению вероятностей этих событий:

$$P(A_1, A_2 \ldots A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \ldots \cdot P(A_n).$$

Пример

Имеется 3 ящика, содержащих по 10 деталей. В первом ящике 8, во втором 7 и в третьем 9 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают по одной детали. Найти вероятность того, что все три вынутые детали окажутся стандартными.

Пример

РЕШЕНИЕ.

Пример

РЕШЕНИЕ.

Вероятность того, что из первого ящика вынута стандартная деталь (событие A),

Пример

РЕШЕНИЕ.

Вероятность того, что из первого ящика вынута стандартная деталь (событие *A*),

$$P(A) = 8/10 =$$

Пример

РЕШЕНИЕ.

Вероятность того, что из первого ящика вынута стандартная деталь (событие A),

$$P(A) = 8/10 = 0{,}8.$$

Пример

РЕШЕНИЕ.

Вероятность того, что из первого ящика вынута стандартная деталь (событие A),

$$P(A) = 8/10 = 0{,}8.$$

Вероятность того, что из второго ящика вынута стандартная деталь (событие B),

Пример

РЕШЕНИЕ.

Вероятность того, что из первого ящика вынута стандартная деталь (событие A),

$$P(A) = 8/10 = 0{,}8.$$

Вероятность того, что из второго ящика вынута стандартная деталь (событие B),

$$P(B) = 7/10 =$$

Пример

РЕШЕНИЕ.

Вероятность того, что из первого ящика вынута стандартная деталь (событие A),

$$P(A) = 8/10 = 0{,}8.$$

Вероятность того, что из второго ящика вынута стандартная деталь (событие B),

$$P(B) = 7/10 = 0{,}7.$$

Пример

РЕШЕНИЕ.

Вероятность того, что из первого ящика вынута стандартная деталь (событие *A*),

$$P(A) = 8/10 = 0,8.$$

Вероятность того, что из второго ящика вынута стандартная деталь (событие *B*),

$$P(B) = 7/10 = 0,7.$$

Вероятность того, что из третьего ящика вынута стандартная деталь (событие С),

Пример

РЕШЕНИЕ.

Вероятность того, что из первого ящика вынута стандартная деталь (событие *A*),

$$P(A) = 8/10 = 0{,}8.$$

Вероятность того, что из второго ящика вынута стандартная деталь (событие *B*),

$$P(B) = 7/10 = 0{,}7.$$

Вероятность того, что из третьего ящика вынута стандартная деталь (событие С),

$$P(C) = 9/10 =$$

Пример

РЕШЕНИЕ.

Вероятность того, что из первого ящика вынута стандартная деталь (событие *A*),

$$P(A) = 8/10 = 0{,}8.$$

Вероятность того, что из второго ящика вынута стандартная деталь (событие *B*),

$$P(B) = 7/10 = 0{,}7.$$

Вероятность того, что из третьего ящика вынута стандартная деталь (событие С),

$$P(C) = 9/10 = 0{,}9.$$

Пример

РЕШЕНИЕ.

Вероятность того, что из первого ящика вынута стандартная деталь (событие *A*),

$$P(A) = 8/10 = 0,8.$$

Вероятность того, что из второго ящика вынута стандартная деталь (событие *B*),

$$P(B) = 7/10 = 0,7.$$

Вероятность того, что из третьего ящика вынута стандартная деталь (событие С),

$$P(C) = 9/10 = 0,9.$$

Так как события *A*, *B* и *C* независимые в совокупности, то искомая вероятность (по теореме умножения) равна

Пример

РЕШЕНИЕ.

Вероятность того, что из первого ящика вынута стандартная деталь (событие A),

$$P(A) = 8/10 = 0{,}8.$$

Вероятность того, что из второго ящика вынута стандартная деталь (событие B),

$$P(B) = 7/10 = 0{,}7.$$

Вероятность того, что из третьего ящика вынута стандартная деталь (событие С),

$$P(C) = 9/10 = 0{,}9.$$

Так как события A, B и C независимые в совокупности, то искомая вероятность (по теореме умножения) равна

$$P(ABC) = P(A)P(B)P(C) =$$

Пример

РЕШЕНИЕ.

Вероятность того, что из первого ящика вынута стандартная деталь (событие A),

$$P(A) = 8/10 = 0{,}8.$$

Вероятность того, что из второго ящика вынута стандартная деталь (событие B),

$$P(B) = 7/10 = 0{,}7.$$

Вероятность того, что из третьего ящика вынута стандартная деталь (событие С),

$$P(C) = 9/10 = 0{,}9.$$

Так как события A, B и C независимые в совокупности, то искомая вероятность (по теореме умножения) равна

$$P(ABC) = P(A)P(B)P(C) = 0{,}8 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}9 =$$

Пример

РЕШЕНИЕ.

Вероятность того, что из первого ящика вынута стандартная деталь (событие A),

$$P(A) = 8/10 = 0{,}8.$$

Вероятность того, что из второго ящика вынута стандартная деталь (событие B),

$$P(B) = 7/10 = 0{,}7.$$

Вероятность того, что из третьего ящика вынута стандартная деталь (событие С),

$$P(C) = 9/10 = 0{,}9.$$

Так как события A, B и C независимые в совокупности, то искомая вероятность (по теореме умножения) равна

$$P(ABC) = P(A)P(B)P(C) = 0{,}8 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}9 = 0{,}504.$$

Задача

Вычислить вероятность того, что при n испытаниях событие A осуществится ровно k раз и, следовательно, не осуществится $(n — k)$ раз.

Примечание. Не требуется, чтобы событие A повторилось ровно k раз в определенной последовательности

Искомую вероятность обозначим $P_n(k)$.

Формула Бернулли

$$P_n(k) = C^k{}_n p^k q^{n\text{-}k}$$

или

$$P_n(k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}$$

Пример

Вероятность того, что расход электроэнергии в продолжение одних суток не превысит установленной нормы, равна $p=0,75$. Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход электроэнергии в течение 4 суток не превысит нормы

Пример

РЕШЕНИЕ.

Вероятность нормального расхода электроэнергии в продолжение каждых из 6 суток постоянна и равна $p = 0{,}75$.

Пример

РЕШЕНИЕ.

Вероятность нормального расхода электроэнергии в продолжение каждых из 6 суток постоянна и равна $p = 0,75$. Следовательно, вероятность перерасхода электроэнергии в каждые сутки также постоянна и равна

Пример

РЕШЕНИЕ.

Вероятность нормального расхода электроэнергии в продолжение каждых из 6 суток постоянна и равна $p = 0{,}75$. Следовательно, вероятность перерасхода электроэнергии в каждые сутки также постоянна и равна

$$q = 1 - p =$$

Пример

РЕШЕНИЕ.

Вероятность нормального расхода электроэнергии в продолжение каждых из 6 суток постоянна и равна $p = 0{,}75$. Следовательно, вероятность перерасхода электроэнергии в каждые сутки также постоянна и равна

$$q = 1 - p = 1 - 0{,}75 =$$

Пример

РЕШЕНИЕ.

Вероятность нормального расхода электроэнергии в продолжение каждых из 6 суток постоянна и равна $p = 0{,}75$. Следовательно, вероятность перерасхода электроэнергии в каждые сутки также постоянна и равна

$$q = 1 - p = 1 — 0{,}75 = 0{,}25.$$