

Тема урока

Функции. Область определения и множество значений. График функции, построение графиков функций, заданных различными способами. Преобразование графиков .

Цель урока

Изучить понятие «функция», область определения и множество значений.
Рассмотреть способы задания функций, графики функций и их преобразование.

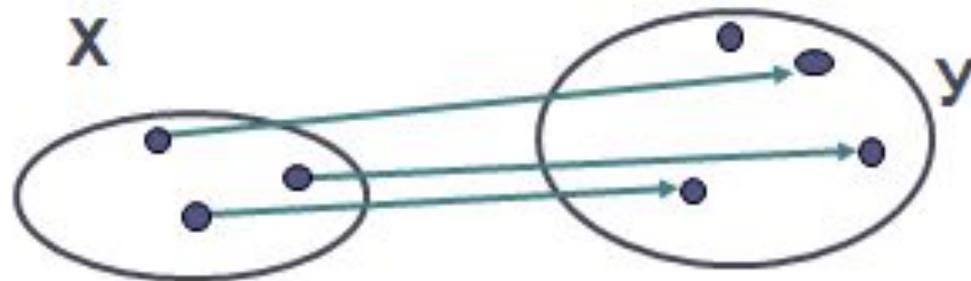
Функция. Основные определения

Пусть X и Y - два множества. Обозначим через x произвольный элемент из X , а через y - произвольный элемент из Y : $x \in X$, $y \in Y$

Определение 1. Отношение между элементами двух множеств X и Y , при котором каждому элементу x первого множества соответствует **единственный** элемент y второго множества, называется функцией. Говорят, что задана *функциональная зависимость*

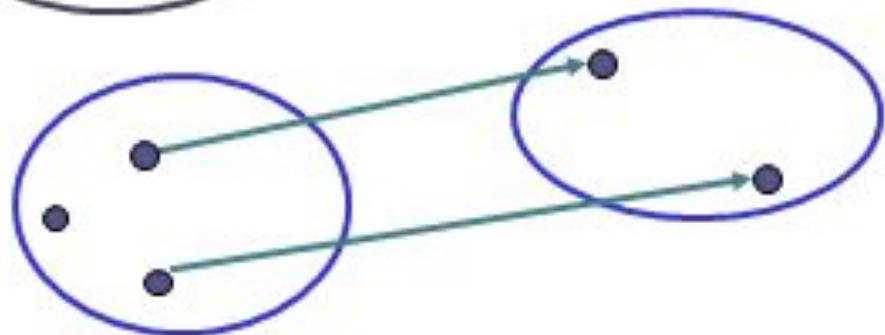
$$y = F(x)$$

Является ли данное соответствие функцией ?



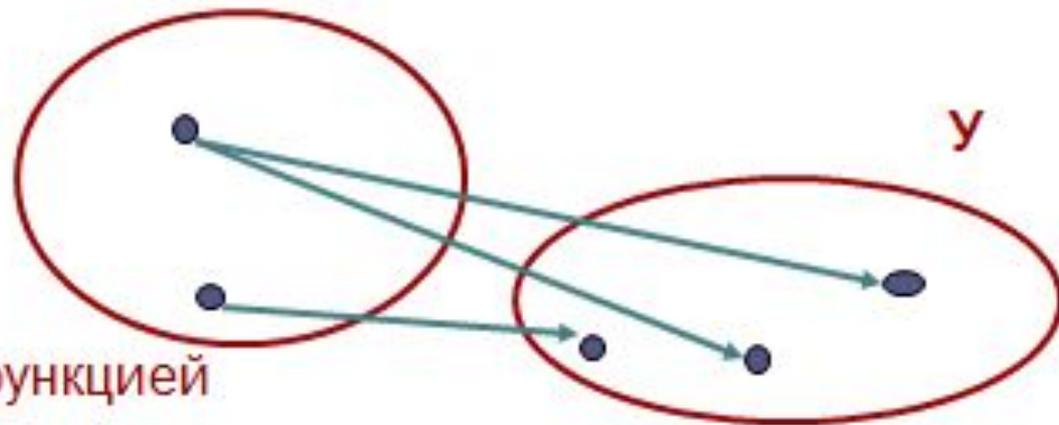
Функция

X



Не является функцией

X



Не является функцией

Определение числовой функции

Функцией называется однозначное соответствие между двумя непустыми числовыми множествами (X и Y), при котором каждому элементу множества $x \in X$ ставится в соответствие элемент $y \in Y$.

x – *аргумент* (независимая переменная)

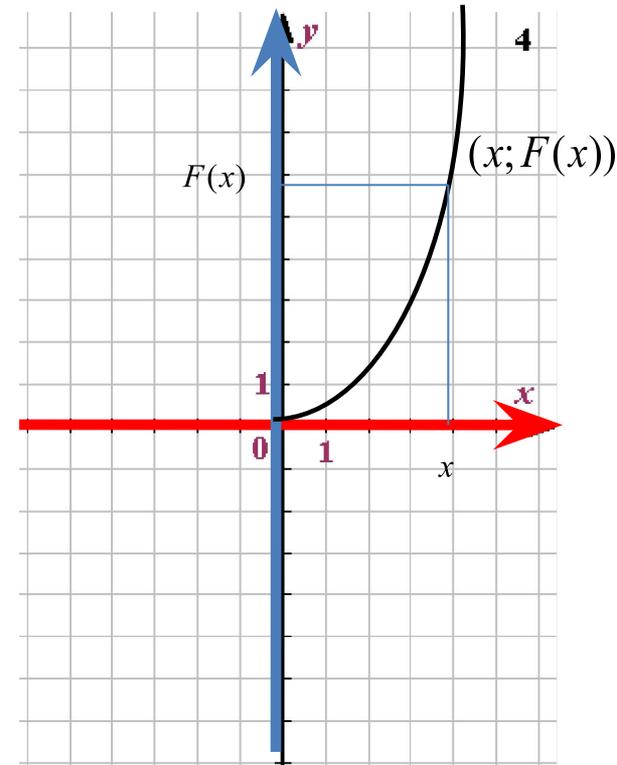
y – *функция* (зависимая переменная)

Область определения функции – это множество X , на котором задаётся функция, $D(f(x))$

Область значений – это множество всех значений, которые может принимать данная функция, $E(f(x))$

График функции

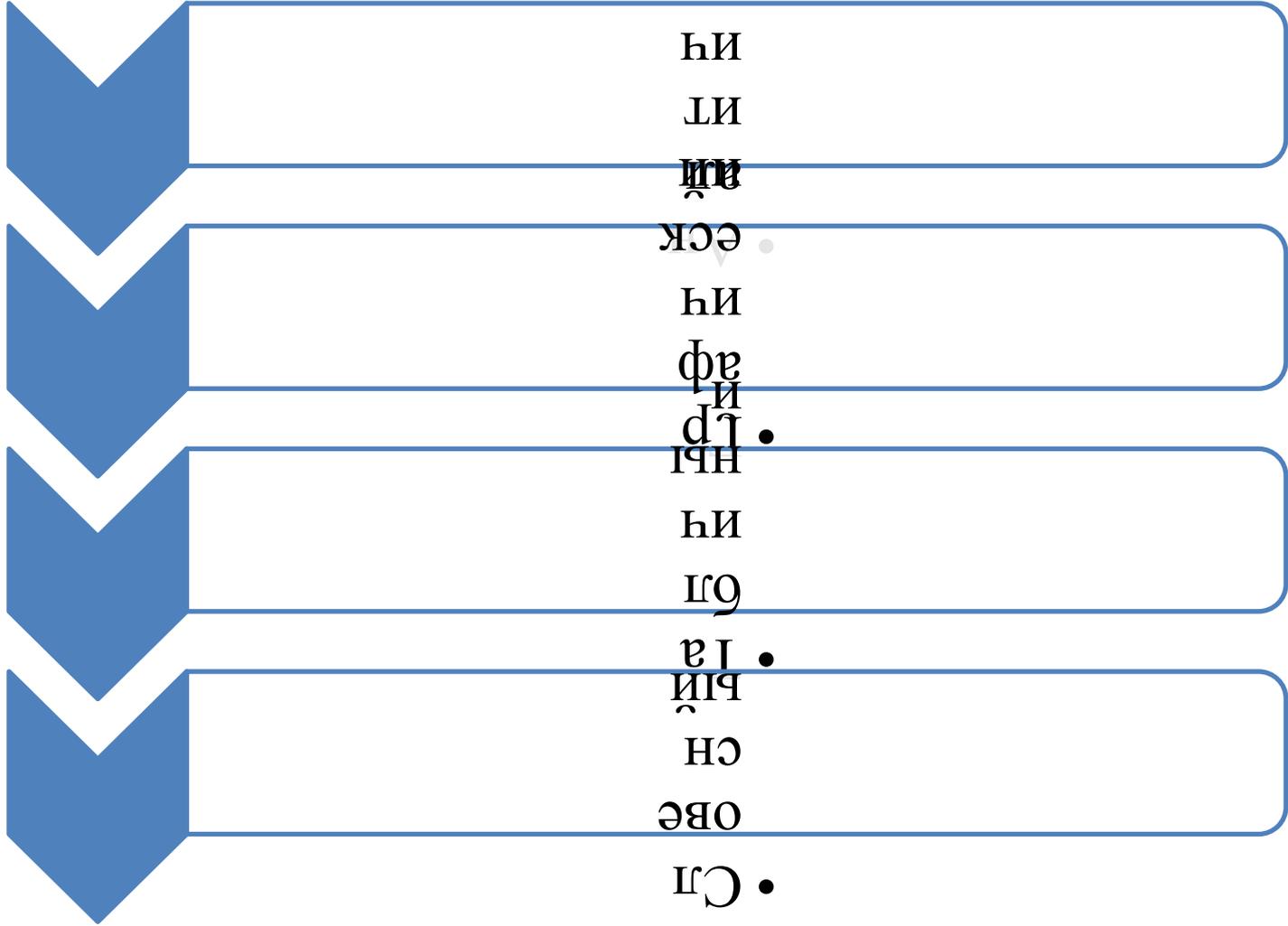
Определение 2. Графиком функции $y = F(x)$ называется множество всех точек координатной плоскости с координатами $(x; F(x))$



Что значит задать функцию?

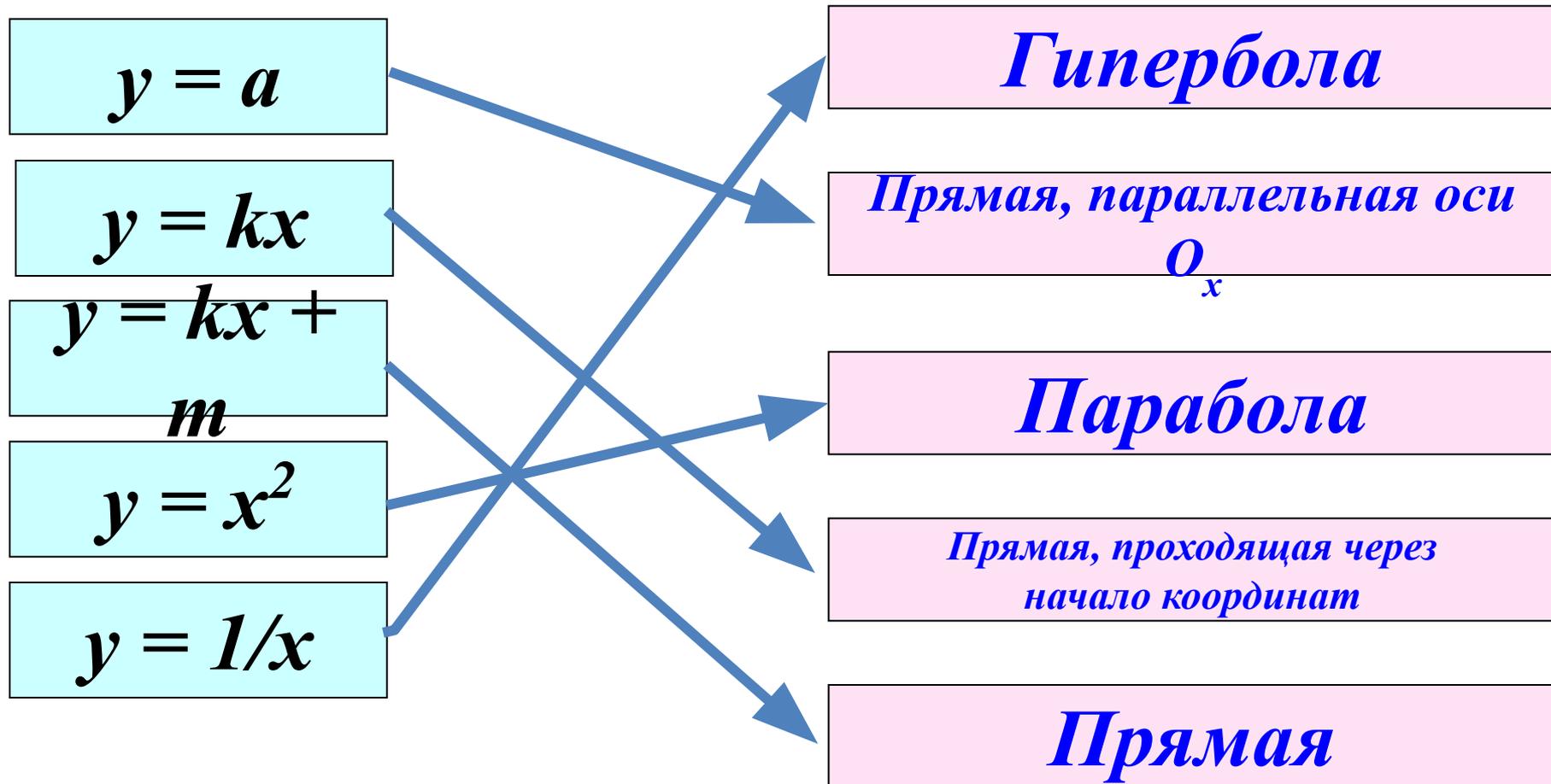
Указать **правило**, которое позволяет произвольно выбранному значению x из $D(f)$ найти соответствующее значение y .

Способы задания функций



Аналитический способ задания функции

Если правило связано с **формулой** или **несколькими формулами** – то такой способ задания функции называется **аналитическим**.

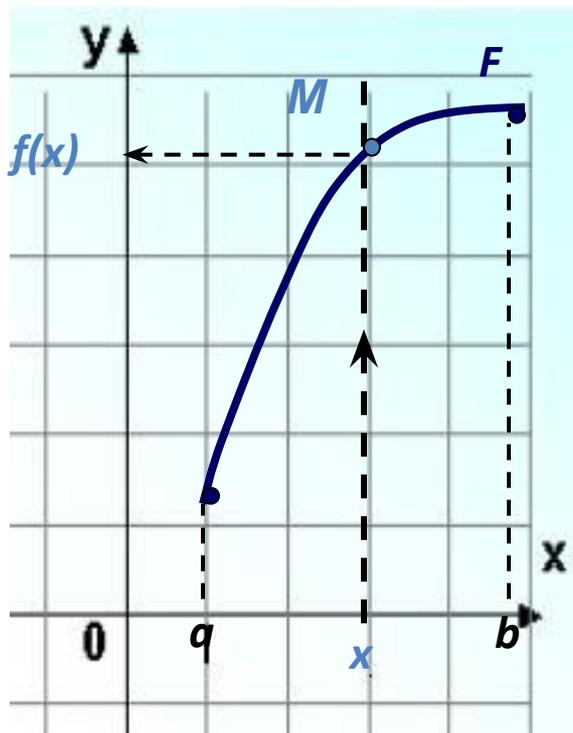


Любая ли формула задает функцию?

$$y^2 + x = 9 \quad \text{нет.} \quad y = \pm\sqrt{9 - x}$$

$$y = 2x^2 + 3 \quad \text{да}$$

Графический способ задания функции



F – график функции

Указать **правило**, по которому прямая, проходящая через любую точку x из области определения параллельно оси ординат, пересекает график в **одной** точке $f(x)$.

Табличный способ задания функции

ТАБЛИЦА КВАДРАТОВ ДВУЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Словесный способ задания функции

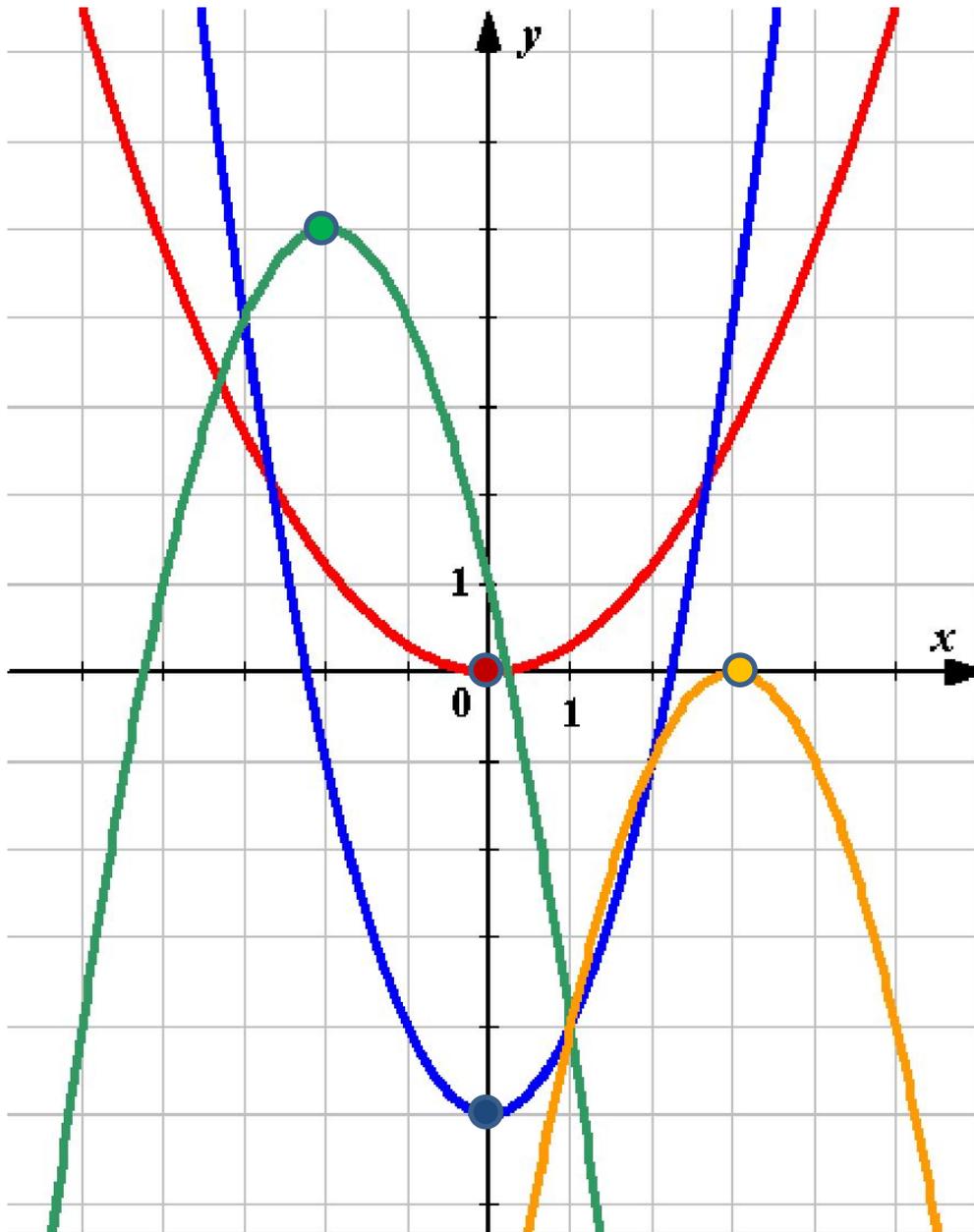
– когда правило задания функции описывается **СЛОВАМИ**.

Функция $y = f(x)$ задана на множестве **однозначных натуральных чисел** с помощью следующего правила: каждому числу x ставится в соответствие удвоенное его значение.

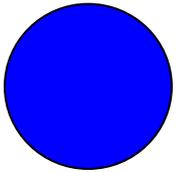
Функция $y = f(x)$ задана на множестве **однозначных натуральных чисел** с помощью следующего правила: каждому числу x ставится в соответствие удвоенное его значение.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
f(x)	2	4	6	8	10	12	14	16	18

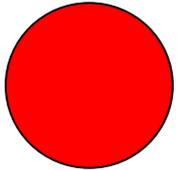
Найдите соответствия:



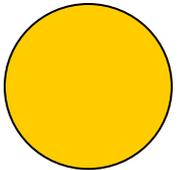
1) $y = x^2 - 5$



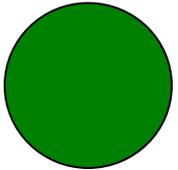
2) $y = 0,3x^2$



3) $y = -(x - 3)^2$



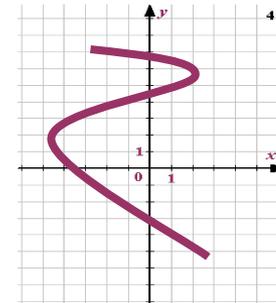
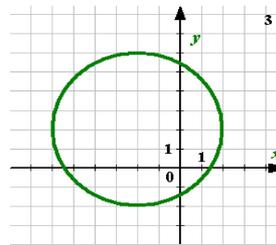
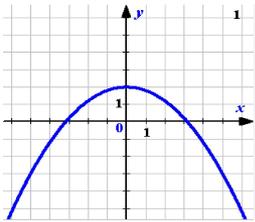
4) $y = -(x + 2)^2 + 5$



Самостоятельная работа

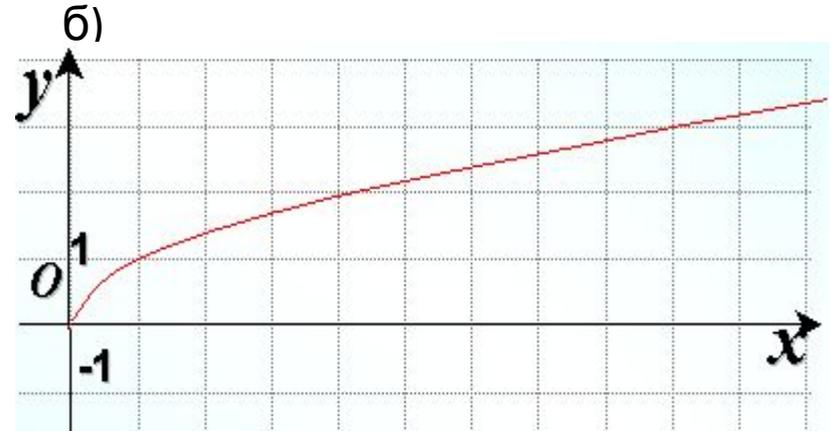
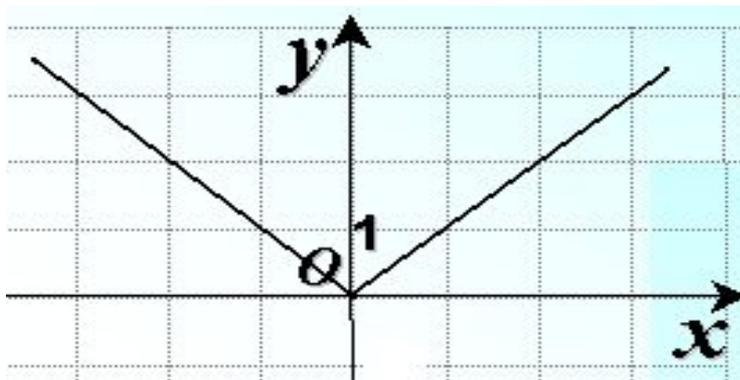


1) Какие из данных графиков являются графиками каких-либо функций?



2) Верно ли, что $D(f) = E(f)$?

а)



Ответы к самостоятельной работе

1) Да, нет, нет

2) а) Нет

$$D(f) = (-\infty; +\infty)$$

$$E(f) = [0; \infty)$$

б) Да

$$D(f) = [0; +\infty)$$

$$E(f) = [0; +\infty)$$

Преобразование графиков

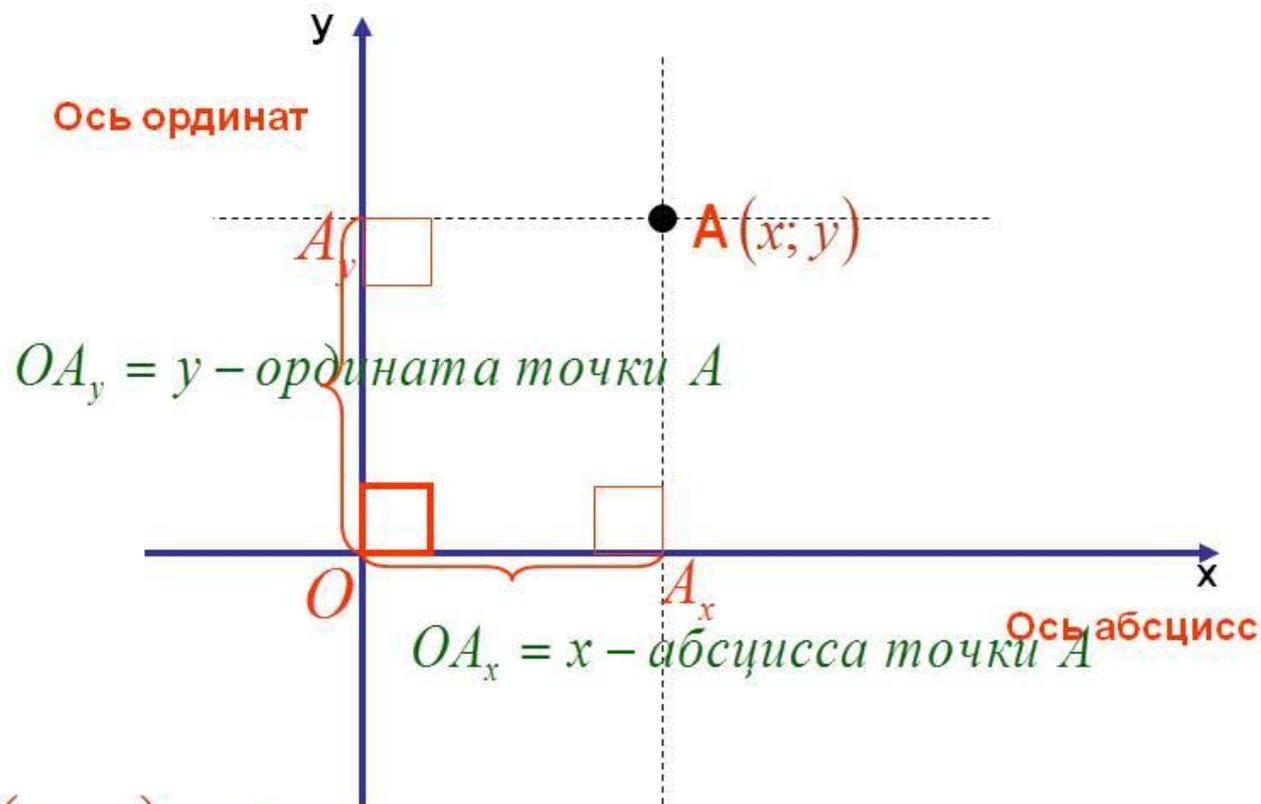
1. Параллельный перенос на вектор $(0:b)$ вдоль оси ординат
2. Растяжение вдоль оси Oy (ординат) с коэффициентом k
3. Параллельный перенос вдоль оси абсцисс на вектор $(a:0)$
4. Растяжение вдоль оси Ox с коэффициентом k
5. Отображение

Параллельный перенос на вектор $(0;b)$ вдоль оси

ординат

- Правило: Для построения графика функции $f(x)+b$, где b -постоянное число, надо перенести график f на вектор $(0;b)$ вдоль оси ординат.

Определение декартовых координат

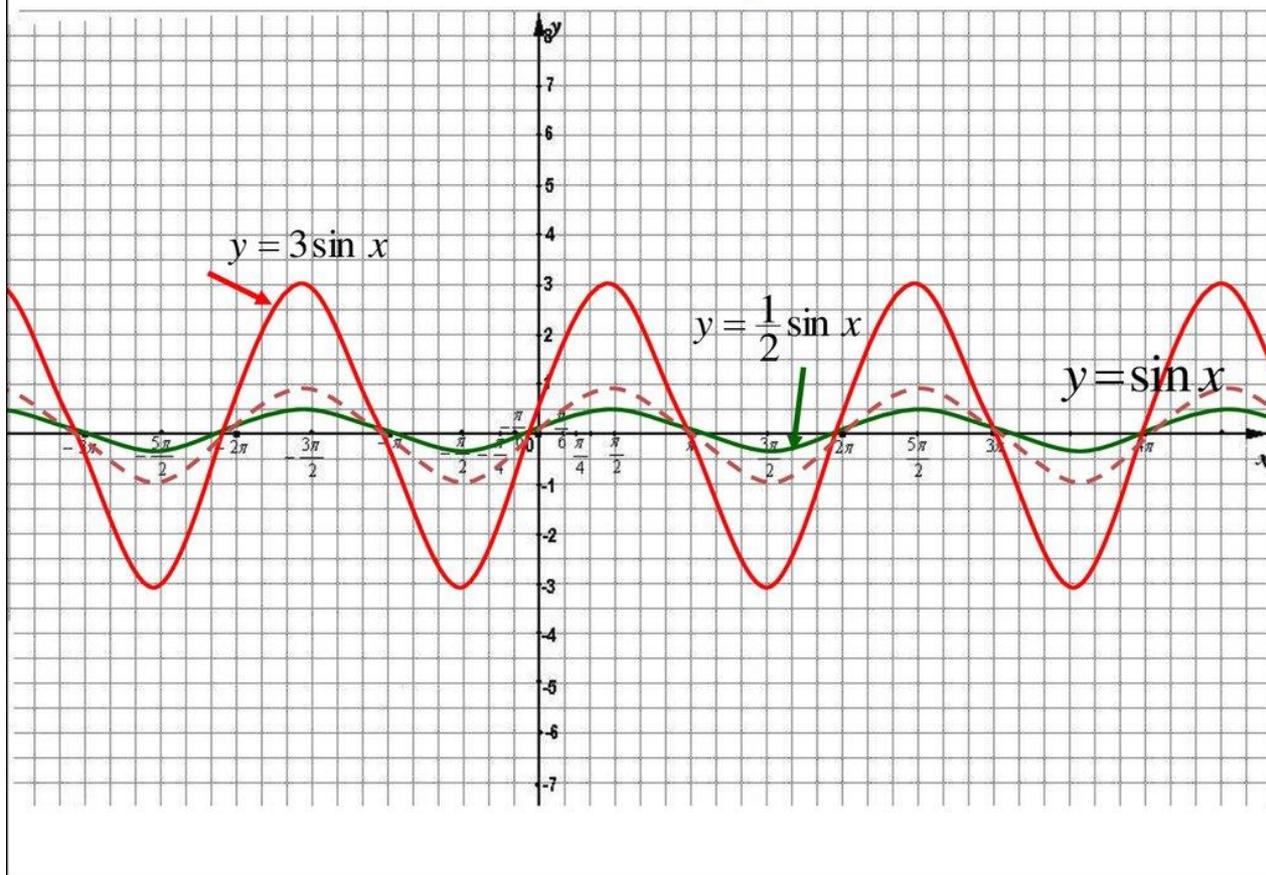


$(x; y)$ – декартовы
координаты точки **A**

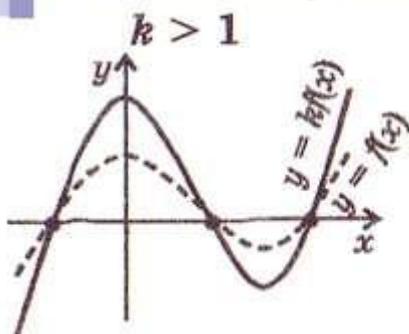
Растяжение вдоль оси Oy с коэффициентом k

- Для построения графика функции $y=kf(x)$ надо растянуть график функции $y=f(x)$ в k раз вдоль оси ординат

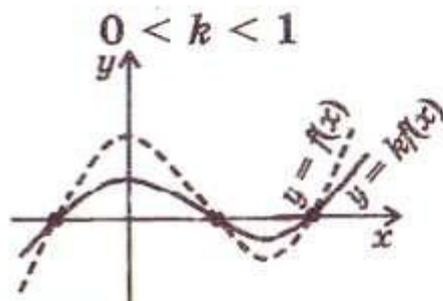
Растяжение (сжатие) в k раз вдоль оси OY



6) Сжатие и растяжение вдоль оси y $f(x) \rightarrow kf(x)$, где $k > 0$

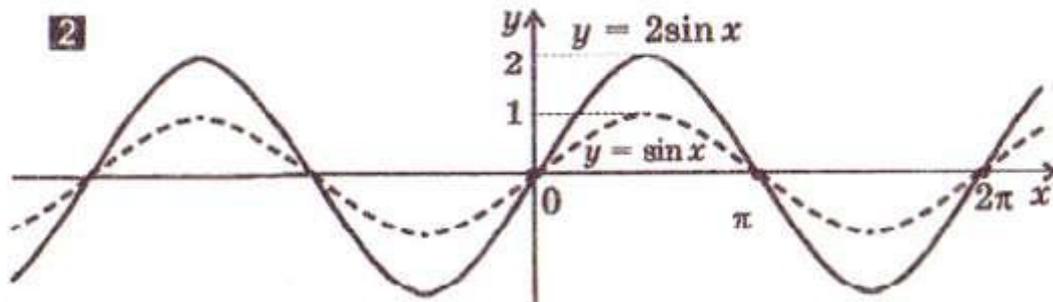
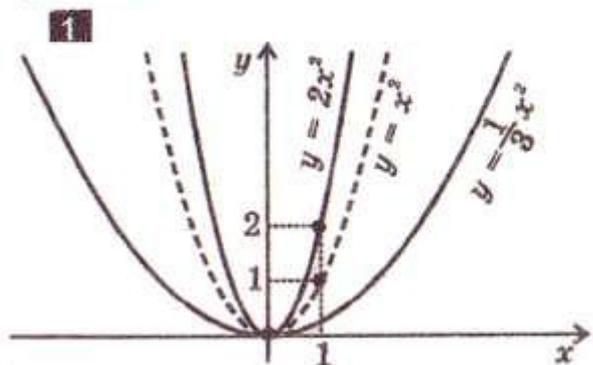


$k > 1$ График функции $y = kf(x)$ получается растяжением графика функции $y = f(x)$ вдоль оси y в k раз.



$0 < k < 1$ График функции $y = kf(x)$ получается сжатием графика функции $y = f(x)$ вдоль оси y в $1/k$ раз.

Примеры:

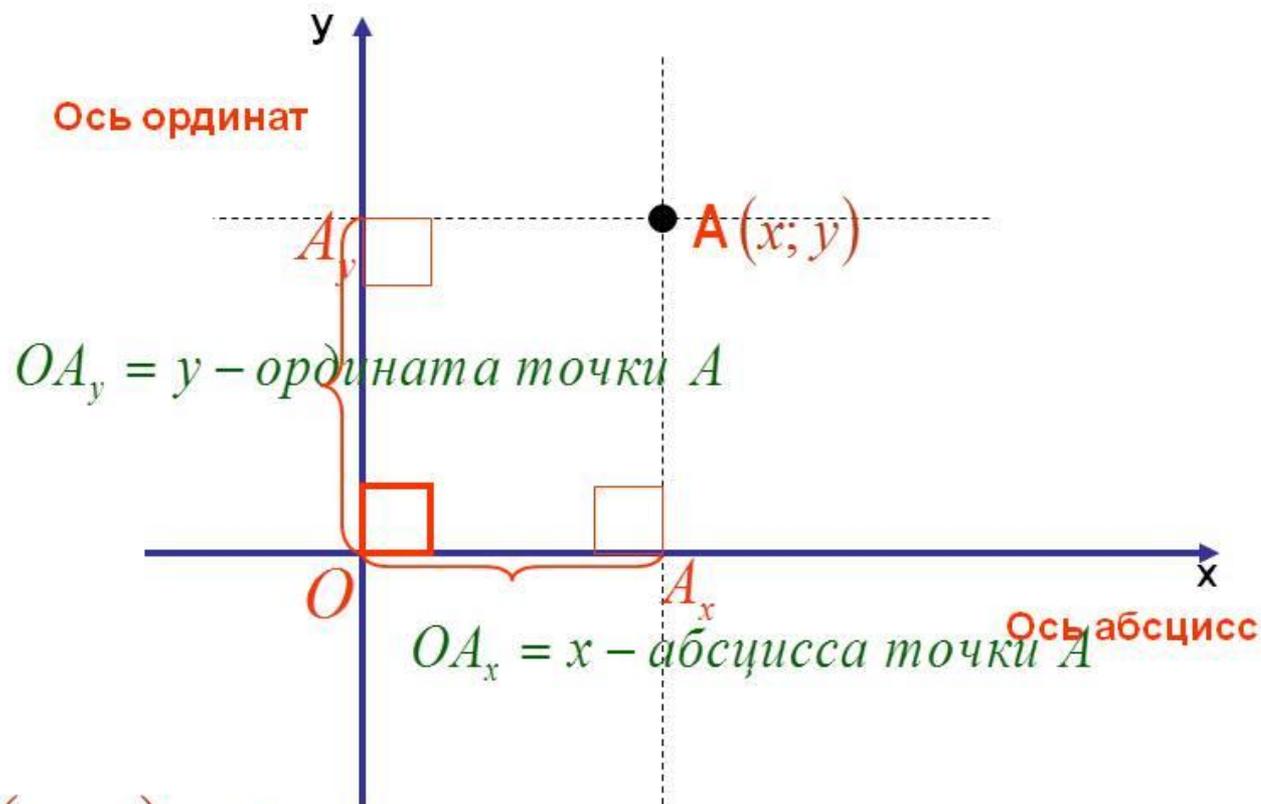


Замечание. Точки пересечения графика с осью x остаются неизменными.

Параллельный перенос вдоль оси абсцисс на вектор $(a;0)$

- График функции $y=f(x-a)$ получается из графика переносом (вдоль оси абсцисс) на вектор $(a;0)$
- *Замечание 1. При $(x-a)$ перенос на право вдоль оси абсцисс*
- *Замечание 2. При $(x+a)$ перенос влево вдоль оси абсцисс*

Определение декартовых координат



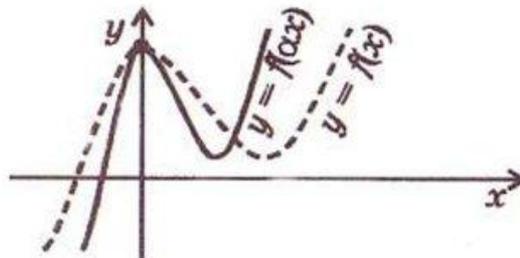
$(x; y)$ – декартовы
координаты точки A

Растяжение вдоль оси Ox с коэффициентом k

- Для построения графика функции $y=f(x/k)$ надо подвергнуть график функции f растяжению с коэффициентом k вдоль оси абсцисс

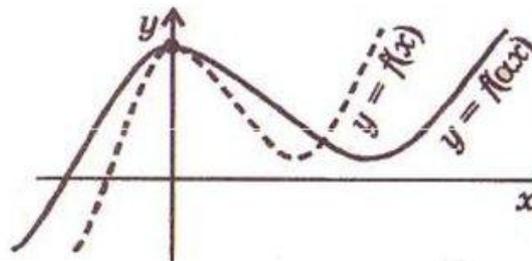
5) Сжатие и растяжение вдоль оси x $f(x) \rightarrow f(\alpha x)$, где $\alpha > 0$

$$\alpha > 1$$



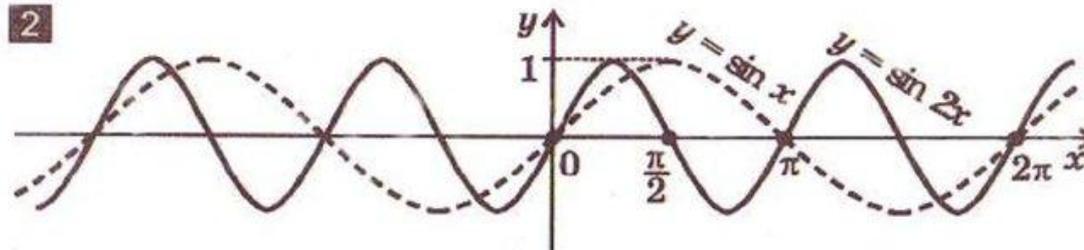
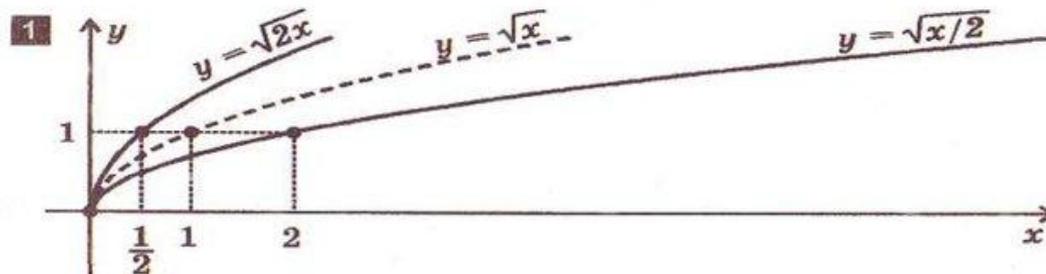
$\alpha > 1$ График функции $y=f(\alpha x)$ получается сжатием графика функции $y=f(x)$ вдоль оси x в α раз.

$$0 < \alpha < 1$$



$0 < \alpha < 1$ График функции $y=f(\alpha x)$ получается растяжением графика функции $y=f(x)$ вдоль оси x в $1/\alpha$ раз.

Примеры:

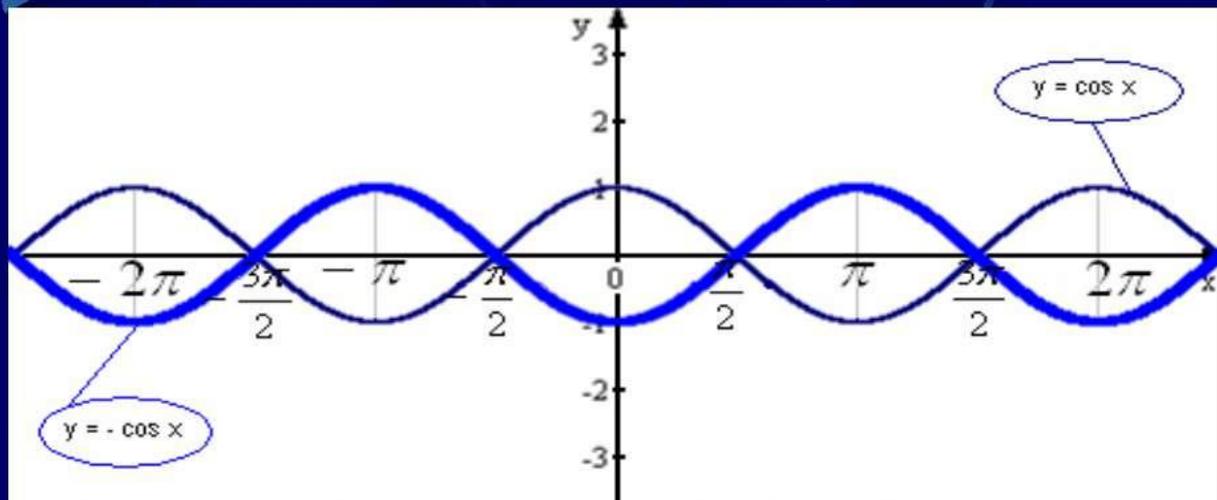


Замечание. Точки с пересечения графика с осью y остаются неизменными.

Отображение

$$y = -\cos x$$

- Симметричное отражение графика функции $y = \cos x$ относительно оси абсцисс.



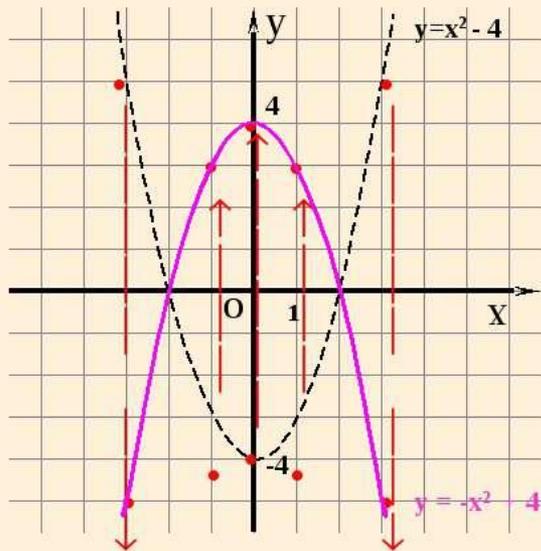
Наумова Ирина Михайловна

$$f(x) \longrightarrow -f(x)$$

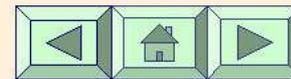
Симметричное отображение графика исходной функции относительно оси OX .

Рассмотрим пример:

Построить график функции $y = -x^2 + 4$

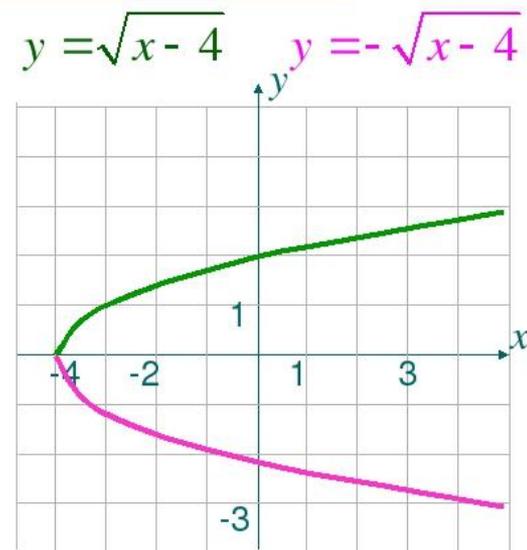
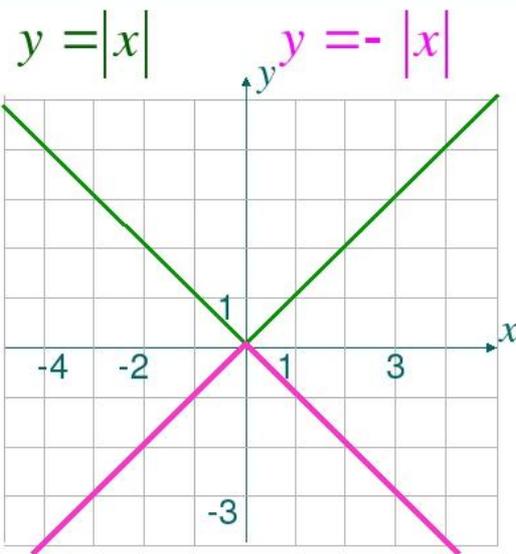


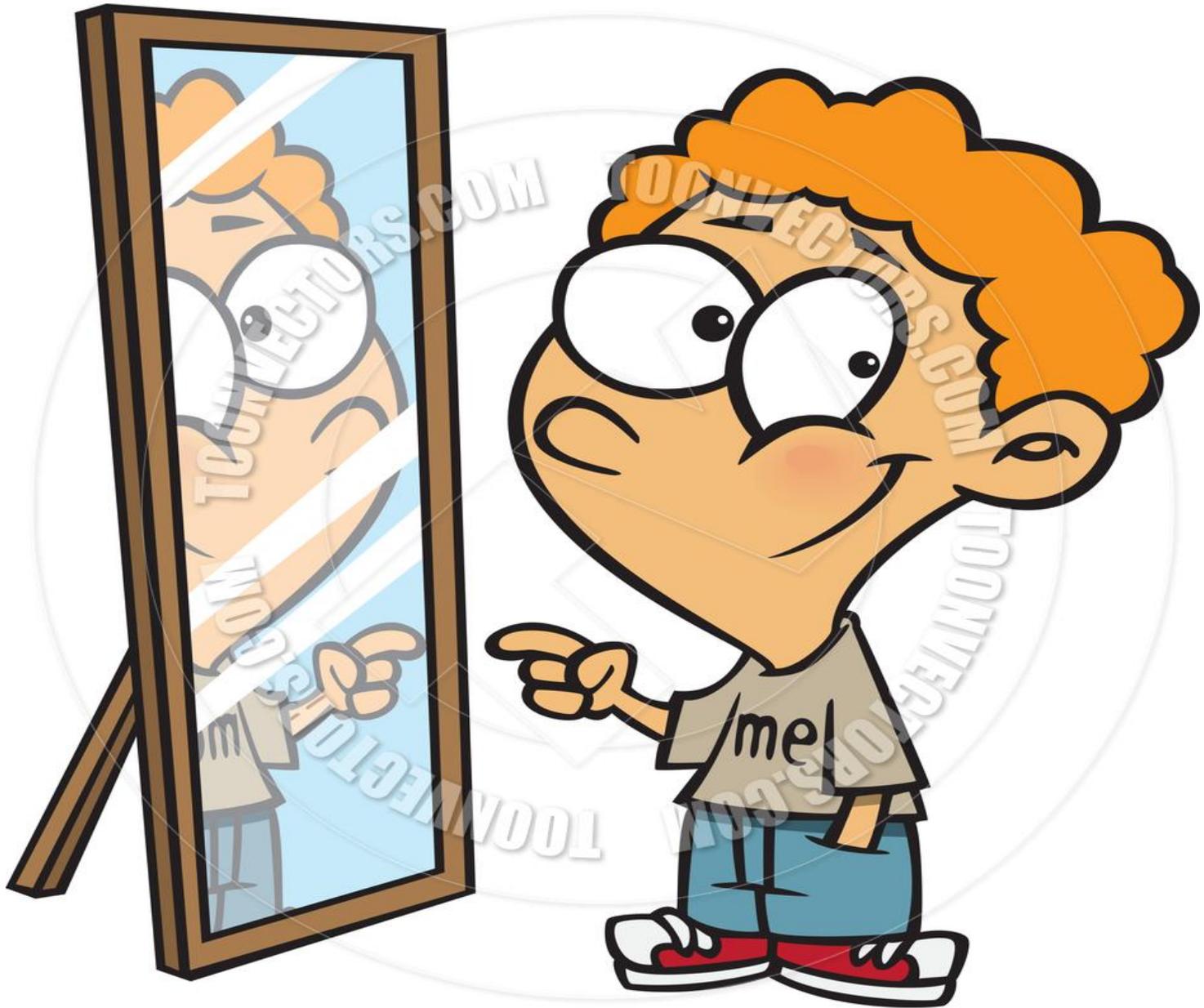
- 1) $y = x^2 - 4$ –исходная функция;
- 2) Симметрично отображаем каждую точку графика функции $y = x^2 - 4$ относительно оси OX , при этом точки пересечения графика с осью OX остаются на месте;
- 3) Через полученные точки проводим параболу;
- 4) График функции $y = -x^2 + 4$ построен.





Построить графики функций симметричным отображением вдоль оси абсцисс





ИТОГИ УРОКА

СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ФУНКЦИЙ:

1. Аналитический

2. Графический

3. Табличный

4.

Словесный

Чтобы задать функцию надо

1.

Знать $D(f)$.

2.

Указать **правило**, которое позволяет произвольно выбранному значению x из $D(f)$ найти соответствующее значение y .