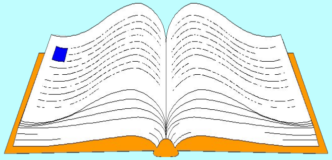
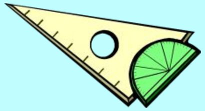
РЕШЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

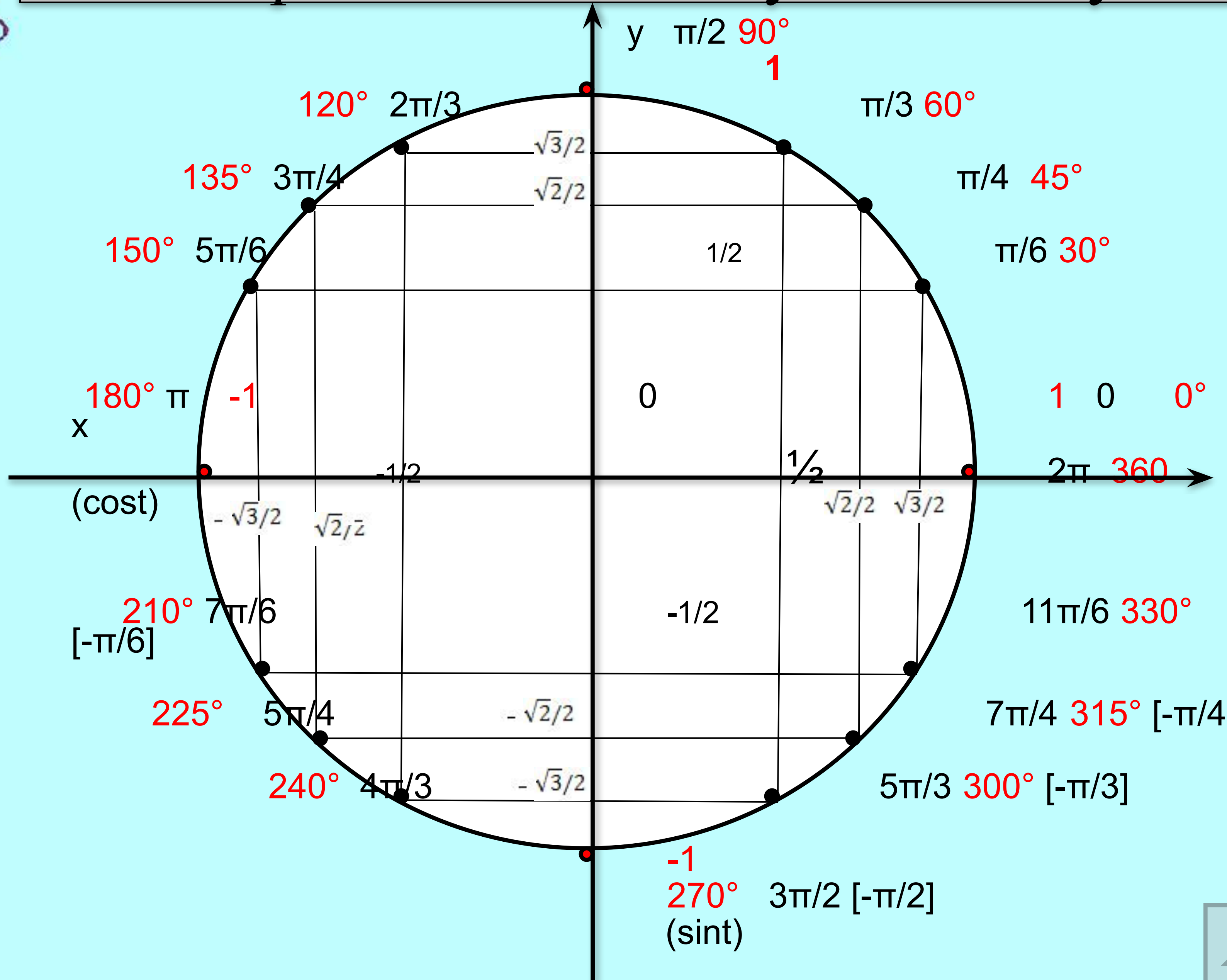
$$asinx + bcosx = 0$$

$$asin^2x + c \cdot sinxcosx + bcos^2x = 0$$

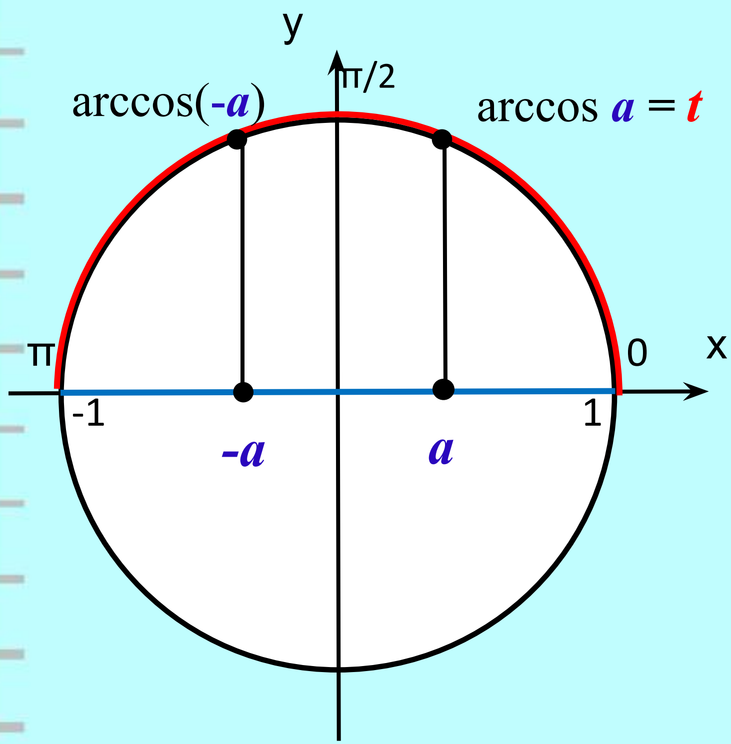




Повторим значения синуса и косинуса



Арккосинус



Арккосинусом числа ***a*** называется такое число (угол) ***t*** из [0;π], что **cos *t* = *a*.**

Причём, | ***a*** |≤ **1**.

arccos(- ***a***) = π- arccos ***a***

Примеры:

1)arccos(-1) **= π**

2)arccos($\frac{\sqrt{3}}{2}$) $= \frac{\pi}{6}$

$\frac{}{3} = \pi + 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$, отку-

да $x = 3\pi + 6\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. ◁

Упражнения

Вычислить (568—569).

568 1) $\arccos 0$; 2) $\arccos 1$; 3) $\arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$;

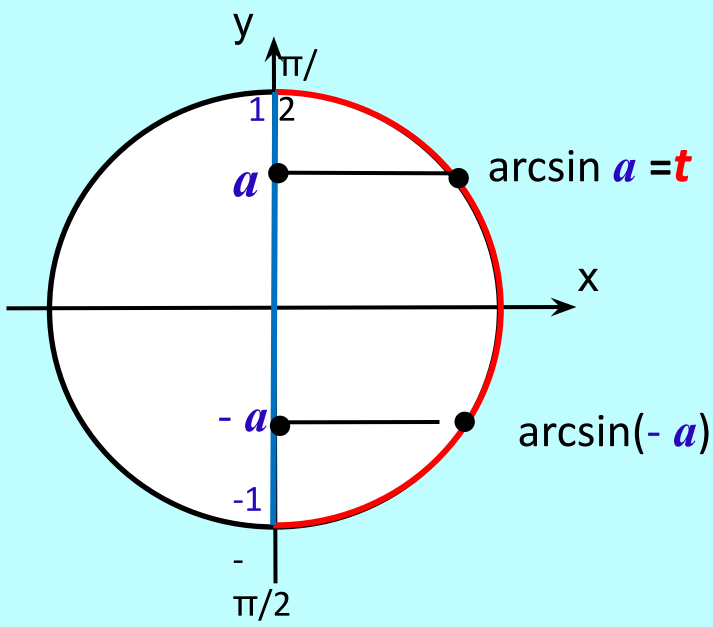
4) $\arccos \frac{1}{2}$; 5) $\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; 6) $\arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

569 1) $2 \arccos 0 + 3 \arccos 1$; 2) $3 \arccos (-1) - 2 \arccos 0$;

3) $12 \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} - 3 \arccos \left(-\frac{1}{2}\right)$;

4) $4 \arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 6 \arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Арксинус



Арксинусом числа ***a*** называется такое число (угол) ***t*** из **[-π/2;π/2]**, что ***sin t* = *a*.**
Причём, | ***a*** |≤ **1**.

arcsin(- ***a***)= - arcsin ***a***

Примеры:

$1)\ arcsin\frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$

$2) arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\frac{\pi}{4}$

$3) arcsin0 = 0$

4

Упражнения

Вычислить (586—587).

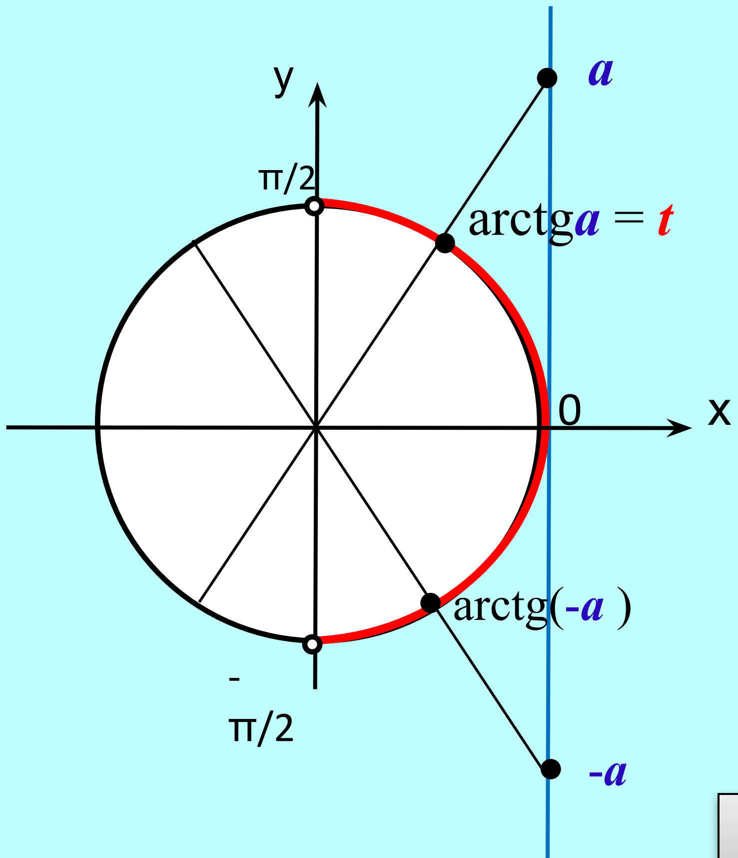
586 1) $\arcsin 0$; 2) $\arcsin 1$; 3) $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$;

4) $\arcsin \frac{1}{2}$; 5) $\arcsin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; 6) $\arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

587 1) $\arcsin 1 - \arcsin(-1)$; 2) $\arcsin \frac{1}{\sqrt{2}} + \arcsin \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$;

3) $\arcsin \frac{1}{2} + \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $\arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \arcsin \left(-\frac{1}{2}\right)$.

Арктангенс



Арктангенсом числа ***a*** называется такое число (угол) ***t*** из (-π/2;π/2), что ***tg t* = *a* .**
Причём, ***a* Є R.**

arctg(-***a***) = - arctg ***a***

Примеры:

1) arctg√3/3 = π/6

2) arctg(-1) = -π/4

чисел через значения арк-
тангенсов положительных чисел. Например:

$$\operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) = -\operatorname{arctg}\sqrt{3} = -\frac{\pi}{3},$$

$$\operatorname{arctg}(-1) = -\operatorname{arctg} 1 = -\frac{\pi}{4}.$$

Упражнения

Вычислить (607—608).

1) $\operatorname{arctg} 0$; 2) $\operatorname{arctg}(-1)$; 3) $\operatorname{arctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$; 4) $\operatorname{arctg}\sqrt{3}$.

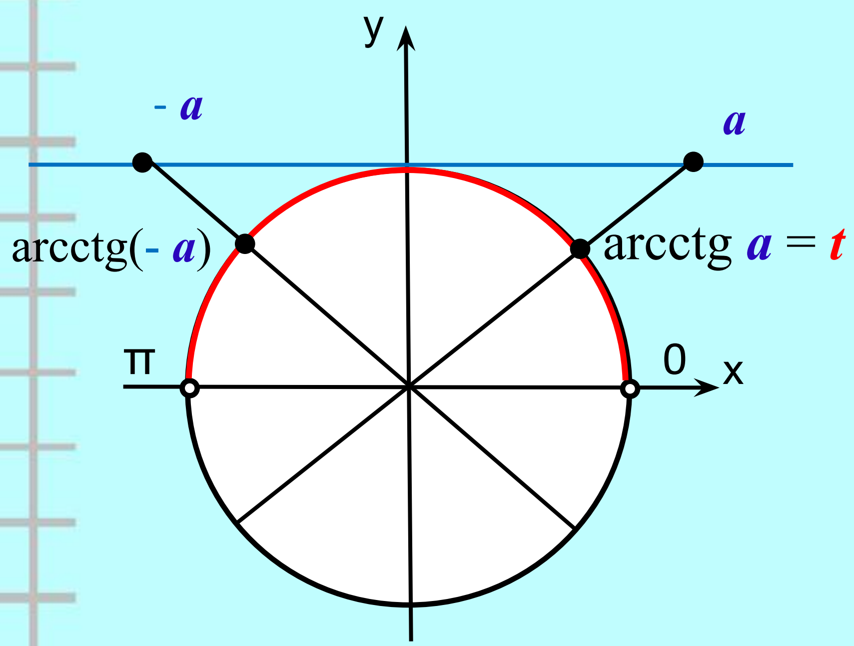
1) $6 \operatorname{arctg}\sqrt{3} - 4 \arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$;

2) $2 \operatorname{arctg} 1 + 3 \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$;

3) $5 \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) - 3 \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Сравн

Арккотангенс



Арккотангенсом числа ***a*** называется такое число (угол) **t** из (0;π), что c***tg t*** = ***a*.** Причём, ***a*** ЄR .

arcctg(- ***a***) = π – arcctg ***a***

Примеры:

1) arcctg(-1) = 3π/4

2) arcctg√3 = π/6

При каких значениях X имеет смысл выражение:

1.arcsin(2x+1)

1) $-1 \leq \mathbf{2x+1} \leq 1$

$-2 \leq \mathbf{2x} \leq 0$

$-1 \leq \mathbf{x} \leq 0$

Ответ: [-1;0]

2.arccos(5-2x)

2) $-1 \leq \mathbf{5-2x} \leq 1$

$-6 \leq \mathbf{-2x} \leq -4$

$2 \leq \mathbf{x} \leq 3$

Ответ: [2;3]

3.arccos(x²-1)

$-1 \leq \mathbf{x^2-1} \leq 1$

$0 \leq \mathbf{x^2} \leq 2$

Ответ:

$$\left[-\sqrt{2}; \sqrt{2}\right]$$

4.arcsin(4x²-3x)

$-1 \leq 4x^2-3x \leq 1$

$$\begin{cases} 4x^2-3x \geq -1 \\ 4x^2-3x \leq 1 \end{cases}$$

$4x^2-3x-1 \leq 0$

Ответ:

$$\left[-\frac{1}{4}; 1\right]$$

Повторение

1 вариант

- $\sin(-\pi/3)$
- $\cos 2\pi/3$
- $\operatorname{tg} \pi/6$
- $\operatorname{ctg} \pi/4$
- $\cos(-\pi/6)$
- $\sin 3\pi/4$
- $\arcsin \sqrt{2}/2$
- $\arccos 1$
- $\arcsin(-1/2)$
- $\arccos(-\sqrt{3}/2)$
- $\operatorname{arctg} \sqrt{3}$

2 вариант

- $\cos(-\pi/4)$
- $\sin \pi/3$
- $\operatorname{ctg} \pi/6$
- $\operatorname{tg} \pi/4$
- $\sin(-\pi/6)$
- $\cos 5\pi/6$
- $\arccos \sqrt{2}/2$
- $\arcsin 1$
- $\arccos(-1/2)$
- $\arcsin(-\sqrt{3}/2)$
- $\operatorname{arctg} \sqrt{3}/3$

Формулы корней простейших тригонометрических уравнений

1. $\cos t = a$, где $|a| \le 1$

$$\left[\begin{array}{l} t = \arccos \mathbf{a} + 2\pi k, k \in Z \\ t = -\arccos \mathbf{a} + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$$

или

$$t = \pm\arccos \mathbf{a} + 2\pi k, k \in Z$$

Частные случаи

1) <u>cost=0</u>
$t = \pi/2+\pi k,\ k \in Z$

2) <u>cost=1</u>
$t = 2\pi k,\ k \in Z$

3) <u>cost = -1</u>
$t = \pi+2\pi k,\ k \in Z$

Решить уравнения:

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos x = \frac{3}{4}$$

$$\cos x = -0.3$$

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

Формулы корней простейших тригонометрических уравнений

2. sint = *a*, *где* | *a* |≤ 1

$$\left[\begin{array}{l} t = \arcsin \boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z \\ t = \pi - \arcsin \boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$$

или

$$t = (-1)^k \arcsin \boldsymbol{a} + \pi k, k \in Z$$

Частные случаи

1) <u>sint=0</u>

$t = \pi k$, $k \in Z$

2) <u>sint=1</u>

$t = \pi/2 + 2\pi k$, $k \in Z$

3) <u>sint = - 1</u>

$t = - \pi/2 + 2\pi k$, $k \in Z$

Решить уравнения:

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin x = \frac{2}{7}$$

$$\sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin x = -\frac{1}{4}$$

Формулы корней простейших тригонометрических уравнений

3. $\mathbf{tg}\,\mathbf{t} = \boldsymbol{a}, \ \boldsymbol{a} \in \mathbf{R}$

$t = \text{arctg}\, \boldsymbol{a} + \pi k, \ k \in Z$

4. $\mathbf{ctg}\,\mathbf{t} = \boldsymbol{a}, \ \boldsymbol{a} \in \mathbf{R}$

$t = \text{arcctg}\, \boldsymbol{a} + \pi k, \ k \in Z$

Решить уравнения:

$$tgx = -\sqrt{3}$$

$$tgx = \sqrt{3}$$

$$tgx = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$tgx = -1$$

$$tgx = 4$$

$$tgx = -5$$

Примеры:

1) $\cos t = -\frac{1}{2}$;

$t = \pm\arccos(-1/2) + 2\pi k,\ k \in Z$

$t = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in Z$

2) $\sin t = 0$;

Частный случай:
$t = \pi k,\ k \in Z$

3) $\operatorname{tg} t = 1$;

$t = \operatorname{arctg} 1 + \pi k,\ k \in Z$

$t = \frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in Z.$

4) $\operatorname{ctg} t = -\sqrt{3}$

$t = \operatorname{arcctg}(-\sqrt{3}) + \pi k,\ k \in Z$

$t = \frac{5\pi}{6} + \pi k,\ k \in Z.$

Решение простейших уравнений

1) $tg2x = -1$

$2x = arctg\,(-1) + \pi k,\ k\in Z$

$2x = -\pi/4 + \pi k,\ k\in Z$

$x = -\pi/8 + \pi k/2,\ k\in Z$

Ответ: $-\pi/8 + \pi k/2,\ k\in Z$.

2) **$\cos(x+\pi/3) = ½$**

$x+\pi/3 = \pm\arccos 1/2 + 2\pi k,\ k\in Z$

$x+\pi/3 = \pm\pi/3 + 2\pi k,\ k\in Z$

$x = -\pi/3 \pm \pi/3 + 2\pi k,\ k\in Z$

Ответ: $-\pi/3 \pm \pi/3 + 2\pi k,\ k\in Z$

3) **$\sin(\pi - x/3) = 0$**

упростим по формулам приведения

$\sin(x/3) = 0$

частный случай

$x/3 = \pi k,\ k\in Z$

$x = 3\pi k,\ k\in Z$.

Ответ: $3\pi k,\ k\in Z$.

Решить уравнения:

$$\cos 4x = 1$$

$$\cos 2x = -1$$

$$\sqrt{2}\cos\frac{x}{4} = -1$$

$$\sin 3x = 1$$

$$\sin 2x = -1$$

$$\sqrt{2}\sin\frac{x}{3} = -1$$

Решить уравнения:

$$2\cos\frac{x}{3} = \sqrt{3}$$

$$2\sin\frac{x}{2} = \sqrt{3}$$

$$tg\,3x = 0$$

$$\cos(x + \frac{\pi}{3}) = 0$$

$$\sin(x + \frac{3\pi}{4}) = 0$$

$$1 + tg\,\frac{x}{3} = 0$$

$$\cos(2x + \frac{\pi}{4}) = 0$$

$$\sin(2x + \frac{\pi}{2}) = 0$$

$$\sqrt{3} + tg\,\frac{x}{6} = 0$$