Областной конкурс
«Информационно-коммуникационные технологии в профессиональном творчестве педагогов»

Номинация: «Применение современных информационных технологий при подготовке учащихся к ГИА и ЕГЭ»

Учебный мультимедиа-продукт:

Интерактивный тест-тренажер для подготовки к ЕГЭ по математике

Алтунина Нина Сергеевна

учитель математики

МБОУ «СОШ №14» г.Череповец, Вологодская область

Инструкция по выполнению работы

Данный тест-тренажер является интерактивным, т.е. вы можете проверить себя сразу после выполнения задания.

Порядок проверки:

- если к заданию приводятся варианты ответов (четыре ответа, из них верный только один), то надо нажать **номер выбранного ответа;** при правильном ответе появится **Верно**
  при неправильном - **Подумай** (можно попробовать исправить ошибку);
- если к заданию не приводятся варианты ответов, то после выполнения задания для проверки правильности его выполнения нажмите **Проверка** .

Для перехода к следующему заданию нажмите

Данный тест не ставит целью оценить ваши знания, постарайтесь быть честными, не открывайте ответы раньше, чем будет выполнено задание! Проверьте свои силы!

Желаю успеха!

1. Шариковая ручка стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 900 рублей после повышения цены на 10%?

Подумай

1 20

Верно

3 21

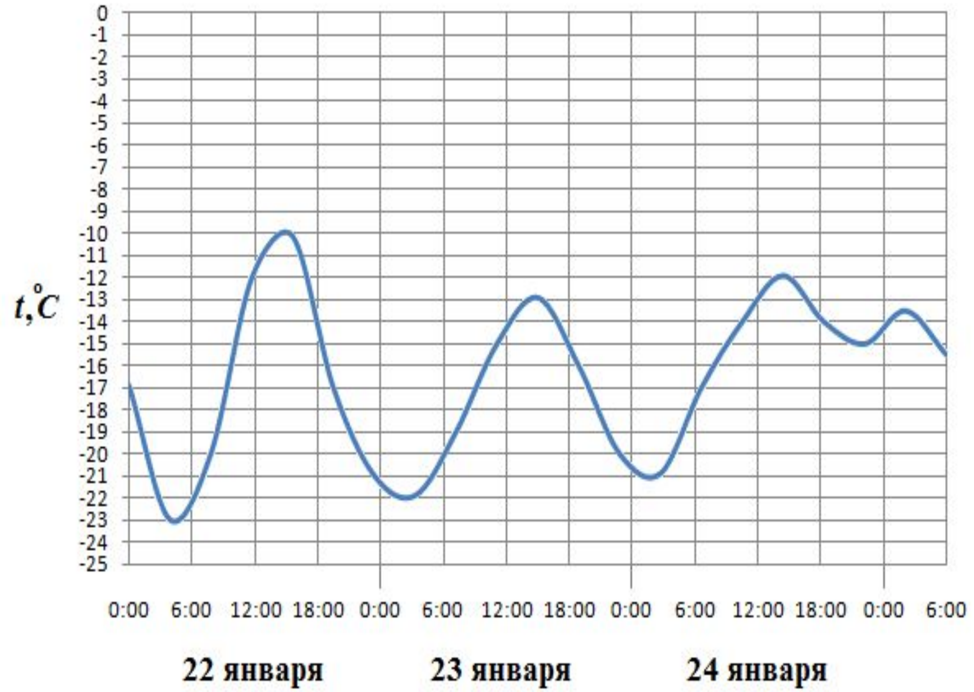
Подумай

2 19

Подумай

4 18

2. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 22 января. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Подумай

1 -23

Подумай

2 -17

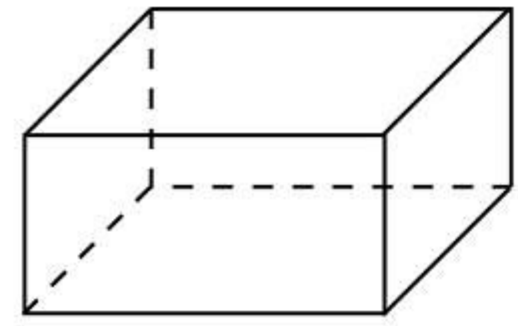
Подумай

3 10

Верно

4 -10

3. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2 и 6. Объем параллелепипеда равен 48. Найдите третье ребро параллелепипеда, выходящее из той же вершины.



Подумай

1 6

Подумай

2 8

Верно

3 4

Подумай

4 40

4. Для остекления музейных витрин требуется заказать 20 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла 0,25м^2 . В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей будет стоить самый дешевый заказ?

Фирма	Цена стекла за 1м^2	Резка стекла (руб. за одно стекло)	Дополнительные условия
А	300	17	
Б	320	13	
В	340	8	При заказе на сумму больше 2500 руб. резка бесплатно

Ответ: ____________

Проверка

$$1)20\cdot(0,25\cdot300+8)=1660$$

$$2)20(0,25*320+13)=1860$$

$$3)20(0,25*340+8)=1860$$

Ответ:1660

5. Найдите корень уравнения: $\log_2(15 + x) = \log_2 3$

Верно

1 -12

Подумай

2 12

Подумай

3 15

Подумай

4 3

6. В треугольнике ABC угол C равен 90º, sinA = $\frac{7}{25}$. Найти sinB.

Верно

1 $\frac{26}{25}$

Подумай

3 $\frac{16}{25}$

Подумай

2 $\frac{4}{25}$

Подумай

4 $\frac{18}{25}$

7. Найдите значение выражения: $(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})$

Подумай

1 11

Верно

3 4

Подумай

2 40

Подумай

4 16

8. Прямая у= 7х - 5 параллельна касательной к графику функции у = x^2 + 6х - 8 . Найдите абсциссу точки касания.

а) $6{,}5$ **б)** $0{,}5$ **в)** $\frac{1}{7}$ **г)** $2{,}5$

Подумай

1 а

Подумай

3 в

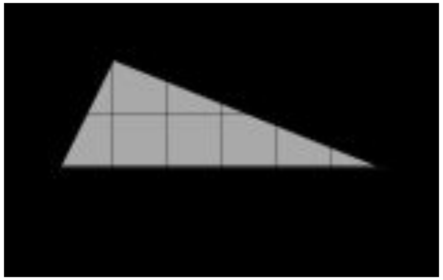
Верно

2 б

Подумай

4 г

9. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Проверка

Ответ: ______

$$S = 0,5 * \grave{a} * h$$

$$S = 0,5 \cdot 6 \cdot 2 = 6$$

$$S = 6$$

Ответ: 6

10. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

Проверка

Ответ: ______

Êîëè÷åñòâî èñõîäîâ, ïðè êîòîðûõ â ðåçóëüòàòå áðîñêà

èãðàëüíûõ êîñòåé âûïàäåò 8 î÷êîâ, ðàâíî 5 :

$2+6$; $3+5$; $4+4$; $5+3$; $6+2$. Êàæäûé èç êóáèêîâ ìîæåò âûïàñòü

øåñòüþ âàðèàíòàìè ,ïîýòîìó îáùåå ÷èñëî èñõîäîâ ðàâíà

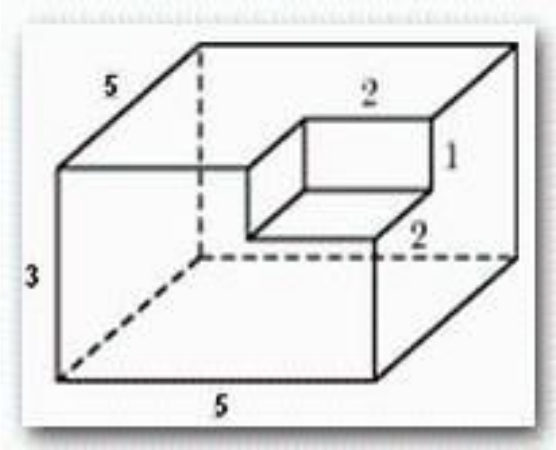
$6 \cdot 6 = 36$. Òîãäà âåðîÿòíîñòü òîãî, ÷òî â ñóììå âûïàäåò

8 î÷êîâ, ðàâíà $5 : 36 = 0,138.....$

Îòâåò : 0,14

Ответ: 0,14

11. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Подумай

1 55

Верно

2 110

Подумай

3 50

Подумай

4 90

12. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1{,}6 + 8t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее трех метров?

Проверка

Ответ: ______

Îïðåäåëèì ìîìåíòû âðåìåíè, êîãäà ìÿ÷ íàõîäèëñÿ íà âûñîòå ðîâíî òðè ìåòðà. Äëÿ ýòîãî ðåøèì óðàâíåíèå $h(t)=3$:

$$1{,}6+8t+5t^2=3$$

$$5t^2-8t+1{,}4=0,\quad t=0{,}2 \text{ è } t=1{,}4$$

Òàê êàê ìÿ÷ áðîøåí ñíèçó ââåðõ, ýòî îçíà÷àåò, ÷òî â ìîìåíò â ðåìåíè $t=0{,}2(\text{ñ.})$ ìÿ÷ íàõîäèëñÿ íà âûñîòå 3ì, äâèãàÿñü ñíèçó ââåðõ. À â ìîìåíò âðåìåíè $t=1{,}4(\text{ñ.})$ ìÿ÷ íàõîäèëñÿ íà ýòîé âûñîòå, äâèãàÿñü ñâåðõó âíèç. Ïîýòîìó îí íàõîäèëñÿ íà âûñîòå íå ìåíåå 3 ìåòðîâ $1{,}4 - 0{,}2 = 1{,}2$ ñåêóíäû.

Îòâåò :1,2

Ответ: 1,2

13. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 75 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что за час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 6 часов позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Проверка

Ответ: _____

	Скорость (км/ч)	Время (ч)	Расстояние (км)
велосипедист	x	75/x	75
автомобилист	x+40	75/(x+40)	75

Получаем уравнение 75/*x* - 0,75/(*x*+40)= 6; x^2 +40x -500 =0

$x = 10$ è õ $= -50$

Îòâåò : 10 êì/÷

Ответ: 10

14. Найти наименьшее значения функции $f(x)=2x^3-6x^2+1$ на отрезке [-1; 1].

Проверка

Ответ: ______

Найдите производную функции: $f'(x)=(2x^3-6x^2+1)'=(2x^3)'-(6x^2)'=6x^2-12x=6x(x-2)$. Производная $f'(x)$ определена на всей числовой прямой. Решим уравнение $f'(x)=0$. В этом случае такое уравнение равносильно системе уравнений

$6x=0$ и $x-2=0$. Решениями будут две точки $x=0$ и $x=2$. Однако $x=2\notin(-1; 1)$, поэтому критическая точка в этом промежутке одна: $x=0$. Найдите значение функции $f(x)$ в критической точке и на концах отрезка. $f(0)=2\times0^3-6\times0^2+1=1$, $f(-1)=2\times(-1)^3-6\times(-1)^2+1=-7$, $f(1)=2\times1^3-6\times1^2+1=-3$. Так как $-7<1$ и $-7<-3$, то функция $f(x)$ принимает минимальное значение в точке $x=-1$ и оно равно $f(-1)=-7$.

Ответ: -7

C1 Решите уравнение $(4\sin^2(x)-3)/(2\cos(x)+1)=0$

Проверка

Ответ: ______

Знаменатель не должен обращаться в ноль:

$2\cos(x)+1 \neq 0$

$\cos(x) \neq -1/2$

(1) $x \neq \pm 2\pi/3 + 2\pi n,\ n \in Z$

Числитель должен обращаться в ноль:

4sin2(x)-3 = 0

sin2(x) = 3/4

$\sin(x) = \pm \sqrt{3}/2$

отсюда

$x = \pm\pi/3 + \pi n,\ n \in Z$ или, что то же самое,

$\{x = \pm 2\pi/3 + 2\pi n;\ x = \pm\pi/3 + 2\pi n\},\ n \in Z.$

Принимая во внимание (1), получаем ответ:

$x = \pm\pi/3 + 2\pi n,\ n \in Z$

Ответ: $x = \pm\pi/3 + 2\pi n,\ n \in Z$

С2. В правильной шестиугольной пирамиде SABCDEF сторона основания AB=√3, боковое ребро SA = √7. Найдите расстояние от вершины A до плоскости BCS.

Проверка

Заметим, что AD параллельно BC, а значит, и всей плоскости BCS. Это значит, что все точки прямой AD равноудалены от плоскости BCS. Пусть SH — высота треугольника BCS, SO — перпендикуляр, опущенный из точки S к плоскости основания пирамиды, при этом точка O принадлежит AD. Искомым расстоянием будет длина высоты OM прямоугольного треугольника SOH.

1) Найдём OH из равностороннего треугольника OBC: OH = 3/2

2) Найдём SH из прямоугольного треугольника BHS: SH = 5/2

3) Найдём SO из прямоугольного треугольника SOH: SO = = 2

4) Искомое расстояние OM, зная все стороны прямоугольного треугольника SOH, можно, например, найти, записав выражение для его площади двумя разными способами:

S = SO*OH/2 = SH*OM/2, откуда

OM = SO*OH/SH = 4*3/5 = 6/5

Ответ: 6/5.

С3. Решить неравенство: $\log_2(3\cdot 2^{(x-1)} - 1) / x \geq 1$

Проверка

Ответ: ______

ОДЗ. 1. $x \neq 0$.

2. $3\cdot 2^{(x-1)} - 1 > 0$; $2^{(x-1)} > 1/3$; $x > \log_2(1/3)+1 = \log_2(2/3)$

Примерно вычисляем, что $\log_2(2/3)$ - это где-то между -1 и 0.

Решаем неравенство:

$(\log_2(3\cdot 2^{(x-1)}-1)/x \geq 0$; $(\log_2(3\cdot 2^{(x-1)}-1) = x$, $(\log_2(3\cdot 2^{(x-1)}-1) = \log_2(2^x)$;

$3\cdot 2^{(x-1)}-1 = 2^x$ $(3\cdot 2^{(x-1)}-1)/2^x = 1$

$3\cdot 2^{-1} - 1/2^x = 1$

$3/2 - 2^{-x} = 1$ Получаем: $2^{-x} = 1/2$ Итак: $x = 1$

В двух точках выражение меняет знак: 0 и 1

Прикидываем, какой у него знак будет, например, при $x=2$:

$(\log_2(5)-2)/2$ - это больше нуля.

Значит, при $x>1$ - "+« при $0<x<1$ - "-« при $x<0$ - "+"

Учитывая ОДЗ, получаем: $(\log_2(2/3), 0)$ и $[1$,бесконечность).

С4. Прямоугольный треугольник ABC имеет периметр 54. Окружность радиуса 6, центр которой лежит на катете BC, касается прямых AB и AC. Найти площадь треугольника ABC.

Проверка

Ответ: ______

Пусть AC = AH = x, BH = y, BO = z.

Тогда периметр треугольника равен $2x+y+z+6 = 54$. Выразим x, y и z через угол альфа (a): Из прямоугольного треугольника AHO:

$x = 6/tg(a/2)$. Из прямоугольного треугольника BHO:

$y = 6\cdot tg(a)$, $z = 6/\cos(a)$

Выражение для периметра становится таким:

$12/tg(a/2)+6*tg(a)+6/\cos(a)+6 = 54$; $1/\cos(a) + 2/tg(a/2) + tg(a) = 8$.

Тут удобно всё выразить через тангенс половинного угла:

$(1+(tg(a/2))^2)/(1-(tg(a/2))^2) + 2/tg(a/2) + 2\cdot tg(a/2)/(1-(tg(a/2))^2) = 8$.

Обозначим $t = tg(a/2)$, получим: $(1+t^2)/(1-t^2)+2/t+2t/(1-t^2) = 8$

Путём несложных преобразований приводим это к виду

$9t^2 - 9t + 2 = 0$ Получаем: (1) $t_1 = 1/3$ и (2) $t_2 = 2/3$

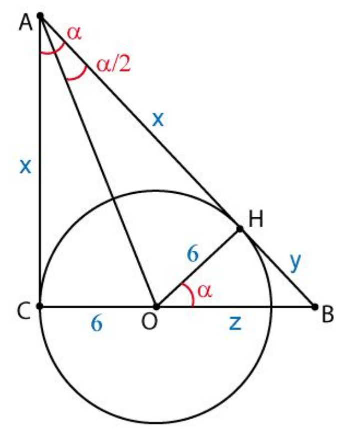
Выражаем обратно x и z. Итак, для случая (1) имеем:

$z = 6/\cos(a) = 6/((1-1/9)/(1+1/9)) = 7.5$; $x = 6/tg(a/2) = 6/(1/3) = 18$.

$S = x*(z+6)/2 = 121.5$ Для случая (2) имеем:

$z = 6/\cos(a) = 6/((1-4/9)/(1+4/9)) = 15.6$

$x = 6/tg(a/2) = 6/(2/3) = 9$. $S = x*(z+6)/2 = 97.2$ Ответ: 121.5, 97.2



Ответ: 121,5 и 97,2

C5. Найти все значения параметра a, при которых функция $f(x) = x^2 - |x-a^2| - 9x$ имеет хотя бы одну точку максимума.

Ответ: ______

Проверка

Раскроем модуль: При $x \le a^2$: $f(x) = x^2 - 8x - a^2$,

при $x > a^2$: $f(x) = x^2 - 10x + a^2$.

Производная левой части: $f'(x) = 2x - 8$

Производная правой части: $f'(x) = 2x - 10$

И левая, и правая части могут иметь только минимум. Значит, единственный максимум у функции f(x) может быть в том и только в том случае, если в точке $x=a^2$ левая часть возрастает (то есть $2x-8 > 0$), а правая — убывает (то есть $2x-10 < 0$).

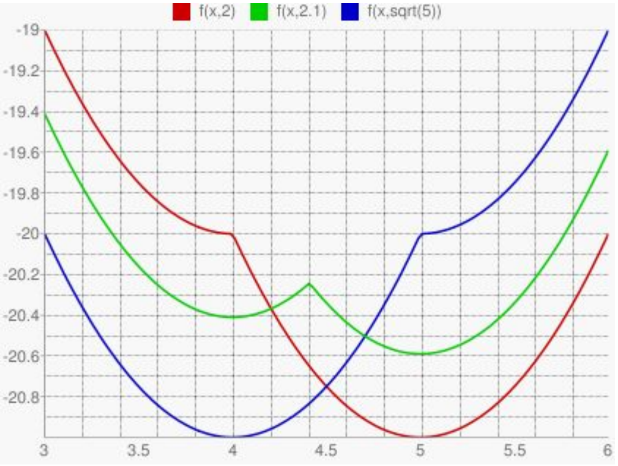
То есть, получаем систему:

$$\begin{cases} 2x-8 > 0 \\ 2x-10 < 0 \\ x = a^2 \end{cases}$$

откуда

$4 < a^2 < 5$; $a \in (-\sqrt{5}; -2) \cup (2; \sqrt{5})$

Ответ: $(-\sqrt{5}; -2)$ и $(2; \sqrt{5})$



С6. Найдите все натуральные числа, последняя десятичная цифра которых 0 и которые имеют ровно 15 различных натуральных делителей (включая единицу и само число).

Проверка

Ответ: ______

Любое натуральное число n представимо в виде

$n = p_1^{k1} \cdot p_2^{k2} \cdot ...$ и т.д.,

где p_1, p_2 и т. д. — простые числа, а k_1, k_2 и т.д. — целые неотрицательные числа.

Причём общее количество натуральных делителей числа n равно $(k_1+1)\cdot(k_2+1)\cdot$ и т.д.

Раз по условию задачи число n заканчивается на 0, то оно делится как минимум на два простых числа — 5 и 2, то есть представимо в виде

$n = 2^{k1} \cdot 5^{k2} \cdot ...$ и т.д., где $k_1 > 0$ и $k_2 > 0$,

то есть число натуральных делителей числа n должно раскладываться как минимум на два натуральных сомножителя, отличных от единицы.

Число 15 при таком условии раскладывается на множители всего двумя способами: 3·5 либо 5·3

Отсюда:

1) $n = 2^{(3-1)} \cdot 5^{(5-1)} = 2500$

2) $n = 2^{(5-1)} \cdot 5^{(3-1)} = 400$

Ответ: 400 и 2500

Источники основного содержания

- Открытый банк заданий по математике:
  http://mathege.ru/or/ege/Main
- http://pedsovet.su/load
- http://reshuege.ru/

Завершить работу