

К.Ю. Поляков

ЕГЭ по информатике: 2016 и далее...

Структурные изменения в 2015-2016

- 1) удаление части А
- 2) сокращение количества задач
- 3) объединение простых задач (4, 6, 7, 9)

Цель: оставить больше времени на решение сложных задач.

- 4) язык Python



Вариабельность!

В1: двоичная система счисления

Сколько единиц в двоичной записи шестнадцатеричного числа $12F0_{16}$.

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & F & 0 \\ \hline 1_2 & 10_2 & 1111_2 & \\ 1 + 1 + 4 = & \mathbf{6} & & \end{array}$$

Укажите наименьшее число, двоичная запись которого содержит ровно **три значащих нуля и три единицы**.
Ответ запишите в десятичной системе счисления

$$100011_2 = \mathbf{35}$$

В1: двоичная система счисления

Сколько единиц в двоичной записи десятичного числа **1025**?

1) «в лоб» – переводить...

2) $1025 = 1024 + 1$

$$1024 = 1000000000_2$$

$$1025 = 1000000000\mathbf{1}_2$$

Ответ: **2**

511?

$$511 = 512 - 1$$

$$= 1000000000_2 - 1 = 111111111_2$$

Ответ: **9**

В1: двоичная система счисления

Сколько единиц в двоичной записи десятичного числа **999**?

1) «в лоб» – переводить...

$$2) 999 = 1023 - 16 - 8$$

$$1023 = 1024 - 1 = 1111111111_2$$

минус две единицы: **8**

519?

$$519 = 512 + 7$$

$$512 = 100000000_2 \quad 7 = 111_2$$

плюс три единицы: **4**

В1: системы счисления

Какое из указанных ниже чисел может быть записано в двоичной системе счисления в виде $1xxx10$, где x может означать как 0, так и 1?

1) ~~74~~

2) 38

3) ~~60~~

4) ~~47~~

1) $100010_2 = 34 \leq N \leq 111110_2 = 62$

2) $1xxx10 \Rightarrow$ делится на 2

3) $1xxx10 \Rightarrow$ не делится на 4

В2: логические функции

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	F
	0						1	0
1			0					1
			1				1	1



Все варианты – простые И или ИЛИ!

- 1) «в лоб» – подставлять в формулы...
- 2) если все «ИЛИ» \Rightarrow один ноль
 проверяем строку, где $F = 0 \Rightarrow$
 x_2 без инверсии, x_8 с инверсией
- 3) если все «И» \Rightarrow одна единица

В2: логические функции

Задана таблица функции $\neg z \wedge x \vee x \wedge y$.

Определите, в каких столбцах x , y и z .

z	y	x	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$\bar{z} \cdot x + x \cdot y$$

$$x \cdot (\bar{z} + y)$$

$$x = 0 \Rightarrow F = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ F = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

Ответ: **zyx**

В2: логические функции

Задана таблица функции $x \wedge \neg y \vee z \wedge \neg x \vee y \wedge z$.
 Определите, в каких столбцах x , y и z .

z	x	y	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$x \cdot \bar{y} + z \cdot \bar{x} + y \cdot z$$

$$z = 0 \Rightarrow F = x \cdot \bar{y}$$

$$z = 1 \Rightarrow F = x \cdot \bar{y} + \bar{x} + y$$

$$= (x + \bar{x}) \cdot (\bar{y} + \bar{x}) + y$$

$$= \bar{y} + \bar{x} + y = 1$$

$$\begin{cases} z = 0 \\ F = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

Ответ: **zxy**

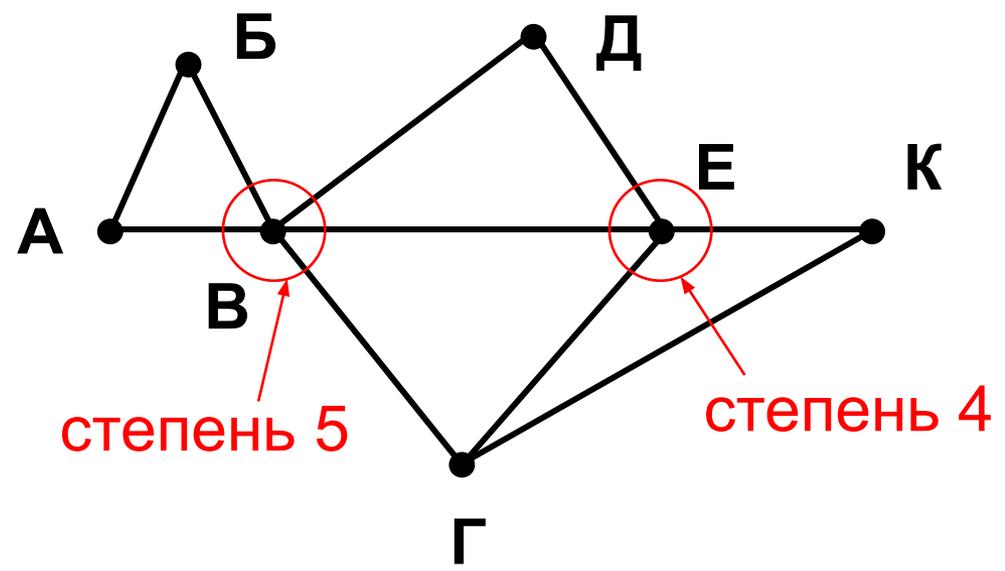
В3: весовые матрицы графов

	A	B	C	D	E	F	Z
A		4	6				30
B			3				
C				11			27
D					4	7	10
E						4	8
F					5		2
Z	29						

- 1) матрица несимметричная (орграф)
- 2) две дороги с односторонним движением
- 3) «сколько есть дорог проходящих через N пунктов?»
- 4) «... не менее, чем через N пунктов?»

В3: весовые матрицы графов

	1	2	3	4	5	6	7
1		45		10			
2	45			40		55	
3					15	60	
4	10	40				20	35
5			15			55	
6		55	60	20	55		45
7				35		45	



степени
вершин

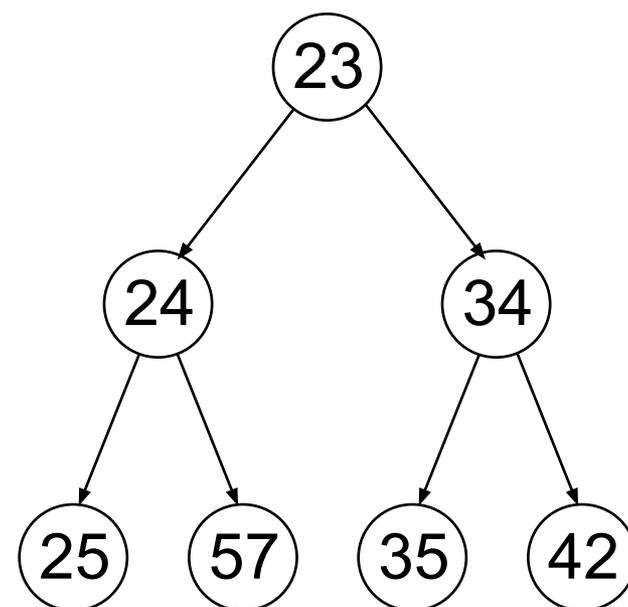
Ответ: 20

В4-1: табличные базы данных

- 1) сколько потомков (детей, внуков, правнуков...) у X?
- 2) сколько предков X есть в таблице?
- 3) найдите дедушку по материнской линии

ID	Фамилия_И.О.	Пол
14	Леоненко Н.А.	Ж
23	Геладзе И.П.	М
24	Геладзе П.И.	М
25	Геладзе П.П.	М
34	Леоненко А.И.	Ж
35	Леоненко В.С.	Ж
33	Леоненко С.С.	М
42	Вильямс О.С.	Ж
44	Гнейс А.С.	Ж
45	Гнейс В.А.	М
47	Вильямс П.О.	М
57	Паоло А.П.	Ж
64	Моор П.А.	Ж
...

ID_Родителя	ID_Ребёнка
23	24
44	24
24	25
64	25
23	34
44	34
34	35
33	35
14	33
34	42
33	42
24	57
64	57
...	...



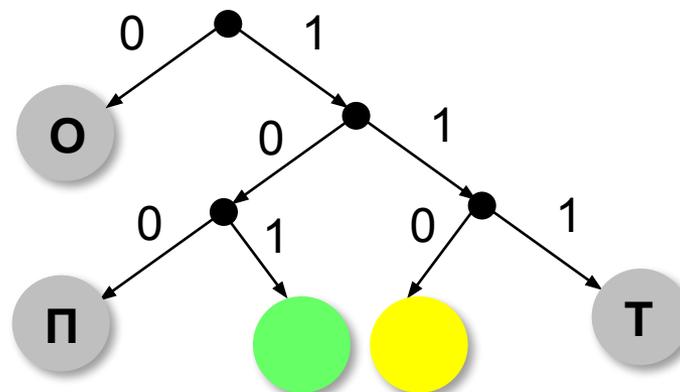
В5: кодирование и декодирование

Сообщения, содержат буквы П, О, С, Т; используется двоичный код, допускающий однозначное декодирование. Кодовые слова:

Т: **111**, О: **0**, П: **100**.

Укажите кратчайшее кодовое слово для буквы С, при котором код будет допускать однозначное декодирование. Если таких кодов несколько, укажите код с наименьшим числовым значением.

1
 0х 10 11
 0хх 101
 110



В5: кодирование и декодирование

Сообщения содержат три гласные буквы: А, Е, И – и пять согласных букв: Б, В, Г, Д, К. Буквы кодируются префиксным кодом. Известно, что все кодовые слова для согласных имеют **одну и ту же длину**, и

А – **1**, Е – **01**, И – **001**.

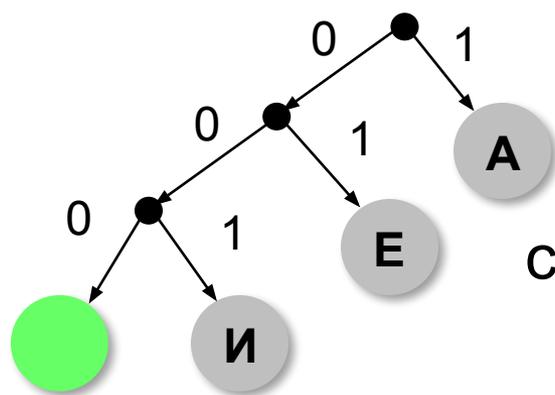
Какова наименьшая возможная длина кодовых слов для согласных букв?

5 согласных букв $\Rightarrow \geq 3$ бита

4 бита

5 бит

6 бит



4: **1xx**

2: **01x**

1: **001**

свободны: **000**

1

000x

2

000xx

4

000xxx

8

В6-1: автомат

чётность восстановлена!

Вход: натуральное число N .

1. В конец двоичной записи дописывается бит чётности (сумма цифр mod 2).
2. К полученной строке дописывается ещё бит чётности. Укажите **наименьшее** число, для которого в результате выполнения этого алгоритма получится число больше **125**.



На шаге 2 добавляется $0 \Rightarrow \times 2!$

Должны получить чётное = 126 или 128

После **div 2** должна сохраниться чётность!

$126 / 2 = 63 = 11111_2$: – 6 единиц, чётность

Ответ: **31**

В10: комбинаторика

Сколько есть 5-буквенных слов, в которых есть только буквы П, И, Р, причём буква П появляется ровно 1 раз.

П**** $2^4 = 16$ слов

П** Ответ: $16 \cdot 5 = 80$.

****П****

*****П***

******П**

В12: адресация в сетях

IP-адрес 224.128.112.142

Адрес сети 224.128.64.0.

Чему равен третий слева байт маски?

* . * . 112 . *

* . * . 64 . 0

не забываем про
старшие единицы!

$$\begin{array}{rcl}
 \text{маска :} & 11|000000 & = 192 \\
 112 & = 01|110000 & \\
 64 & = 01|000000 &
 \end{array}$$



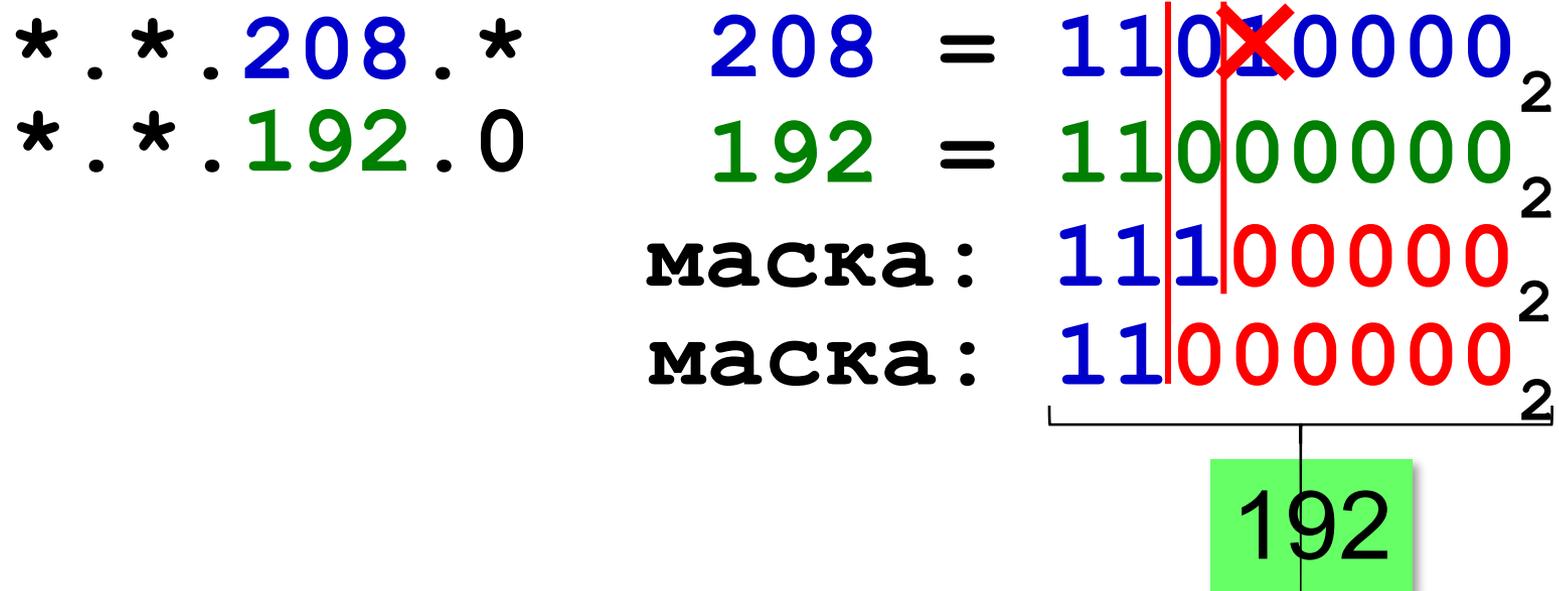
Поразрядная конъюнкция!

В12: адресация в сетях

IP-адрес 111.81.208.27

Адрес сети 111.81.192.0.

Каково минимальное значение третьего слева байта маски?



В14: Чертёжник

сместиться на $(-3, -3)$ 1) наименьшее $N > 1$
 ПОВТОРИ N РАЗ 2) наибольшее N

сместиться на (a, b) 3) все возможные N

сместиться на $(7, 24)$ 4) сумма всех N

КОНЕЦ ПОВТОРИ

сместиться на $(-22, -7)$

$$-3 + N \cdot x - 22 = 0$$

$$N \cdot x = 25$$

$$-3 + N \cdot y - 7 = 0$$

$$N \cdot y = 10$$

$N = \text{общий делитель}(25, 10)$

В14: Редактор

- 1) заменить(*v*, *w*)
- 2) нашлось(*v*)

ПОКА нашлось (222) ИЛИ нашлось (888)

ЕСЛИ нашлось (222)

ТО заменить (222, 8)

ИНАЧЕ заменить (888, 2)

Каков результат обработки строки 888888...8 ?

8888888888...8

2 2 2

8



За 4 шага
убрали
8 восьмёрок!

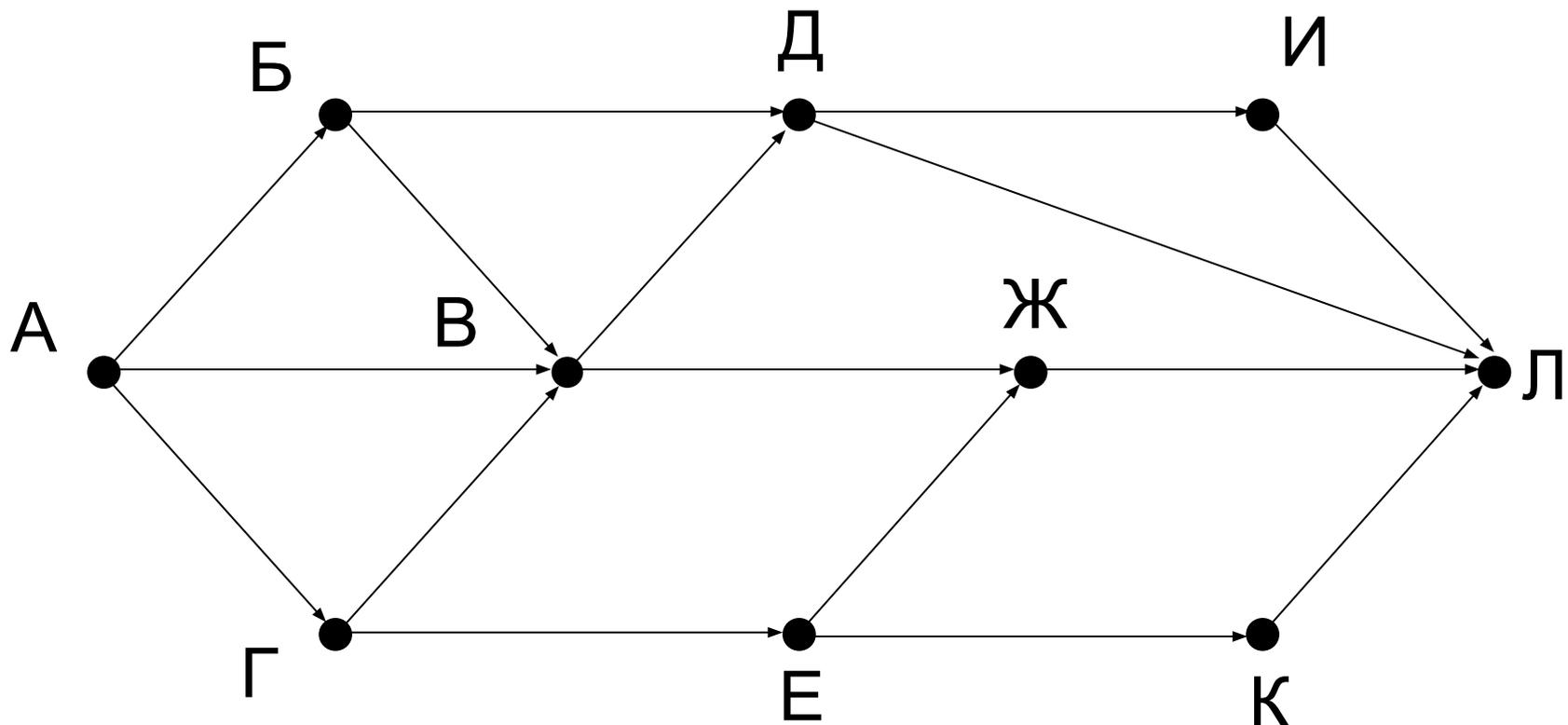
68

$$68 - 8 \cdot 8 = 4$$

8888 → 28

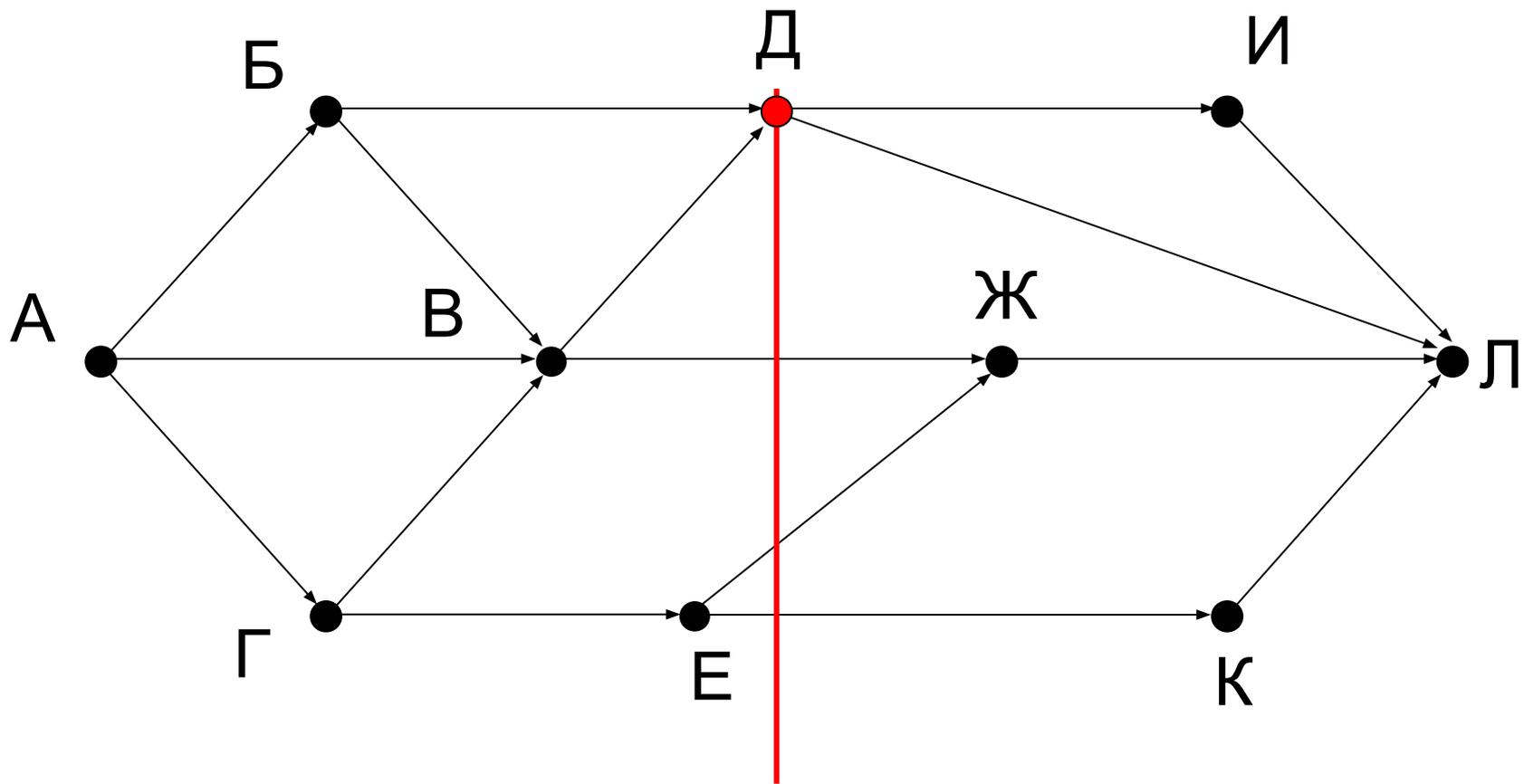
В15: количество путей в графах

Сколько существует различных путей из города А в город Л, **не проходящих** через В?



В15: количество путей в графах

Сколько существует различных путей из города А в город Л, **проходящих** через Д?



В16: системы счисления

Сколько единиц содержится в двоичной (троичной, ...) записи числа X ?

$$10^N = \underbrace{100\dots0}_{N}$$

$$10^N - 1 = \underbrace{99\dots9}_{N}$$

$$2^N = \underbrace{100\dots0}_2^N$$

$$2^N - 1 = \underbrace{11\dots1}_N$$

$$3^N = \underbrace{100\dots0}_3^N$$

$$3^N - 1 = \underbrace{22\dots2}_N$$

В16: системы счисления

$$2^N - 2^M = 2^M \cdot (2^{N-M} - 1)$$

$$= \underbrace{100\dots0}_2 \cdot \underbrace{11\dots1}_2$$

M

N-M

$$= \underbrace{11\dots1}_{N-M} \underbrace{100\dots0}_M$$

N-M

M

В16: системы счисления

Сколько единиц содержится в двоичной записи числа $(2^{4400}-1) \cdot (4^{2200}+2)$?

$$\begin{aligned}(2^{4400}-1) \cdot (4^{2200}+2) &= (2^{4400}-1) \cdot (2^{4400}+1+1) \\ &= (2^{4400}-1) \cdot (2^{4400}+1) + 2^{4400}-1 \\ &= 2^{8800} - 1 + 2^{4400} - 1 \\ &= \underbrace{2^{8800} - 1}_{1} + \underbrace{2^{4400} - 2^1}_{4399} \\ &= 1 + 4399 = 4400\end{aligned}$$

В16: системы счисления

Сколько единиц содержится в двоичной записи значения числа $8^{148} - 4^{123} + 2^{654} - 17$?

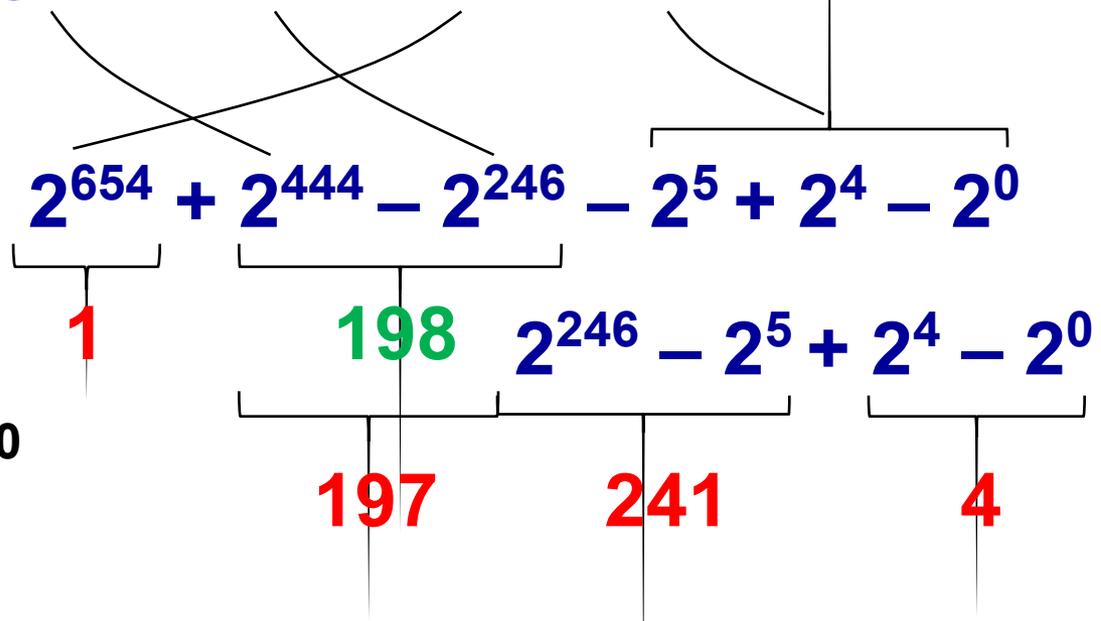
$$8^{148} = 2^{444}$$

$$4^{123} = 2^{246}$$

$$2^{654}$$

$$17 = 32 - 15$$

$$= 2^5 - 2^4 + 2^0$$



$$1 + 197 + 241 + 4 = 443$$

В16: системы счисления

Сколько единиц содержится в двоичной записи значения числа $8^{148} - 4^{123} + 2^{654} - 17$?

$$8^{148} = 2^{444}$$

$$4^{123} = 2^{246}$$

$$2^{654}$$

$$17 = 16 + 1 \\ = 2^4 + 2^0$$

$$\begin{array}{r}
 2^{654} + 2^{444} - 2^{246} - 2^4 - 2^0 \\
 \underbrace{\phantom{2^{654} + 2^{444} - 2^{246} - 2^4 - 2^0}}_1 \\
 2^{444} - \phantom{2^{246} - 2^4 - 2^0} \\
 \underbrace{\phantom{2^{444} - 2^{246} - 2^4 - 2^0}}_{444 - 2}
 \end{array}$$

$$1 + 444 - 2 = 443$$

В16: системы счисления

Сколько двоек содержится в троичной записи значения числа $9^{118} + 3^{123} - 27$?

$$9^{118} = 3^{236}$$

$$27 = 3^3$$

$$\underbrace{3^{236}}_1 + \underbrace{3^{123} - 3^3}_{120 \text{ двоек}}$$

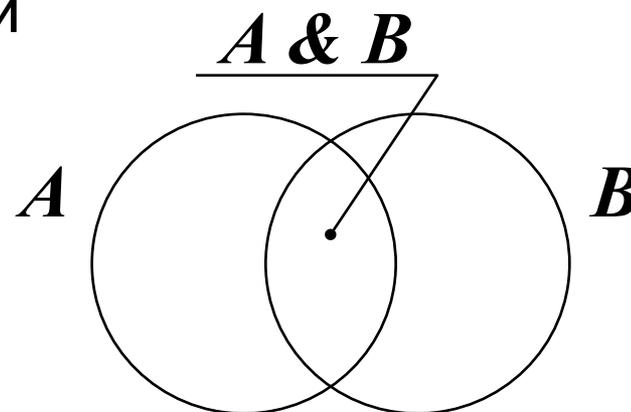
В17: запросы в поисковых системах

Запрос	Страниц
США Япония Китай	450
Япония Китай	260
(США & Япония) (США & Китай)	50
США	?

A = США

B = Япония | Китай

Запрос	Страниц
A B	450
B	260
A & B	50
A	?



$$N_{A|B} = N_A + N_B - N_{A \& B}$$

$$N_A = 450 - 260 + 50 = \mathbf{240}$$

V18: логические операции, множества

$P = [37; 60]$ и $Q = [40; 77]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , что выражение

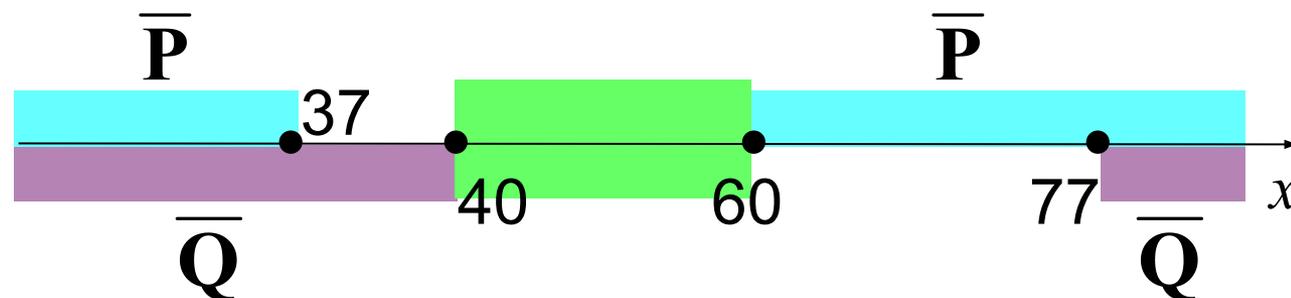
$$(x \in P) \rightarrow (((x \in Q) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in P))$$

тождественно истинно, то есть равно 1 при любом значении переменной x .

$$P = (x \in P), \quad Q = (x \in Q), \quad A = (x \in A)$$

$$P \rightarrow (Q \cdot \bar{A} \rightarrow \bar{P}) \quad \bar{P} + (Q \cdot \bar{A} \rightarrow \bar{P})$$

$$\bar{P} + \overline{Q \cdot \bar{A}} + \bar{P} = \bar{P} + \overline{Q \cdot \bar{A}} \quad \bar{P} + \bar{Q} + A$$



20

V18: логические операции, множества

Множество A : натуральные числа. Выражение

$$(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}) \rightarrow (((x \in \{4, 8, 12, 116\}) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}))$$

истинно при любом значении x . Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества A .

$$\mathbf{P} = x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\},$$

$$\mathbf{Q} = x \in \{4, 8, 12, 116\}, \quad \mathbf{A} = x \in A$$

$$\mathbf{P} \rightarrow (\mathbf{Q} \cdot \overline{\mathbf{A}} \rightarrow \overline{\mathbf{P}}) \Rightarrow \overline{\mathbf{P}} + \overline{\mathbf{Q}} + \mathbf{A}$$

$$\mathbf{A}_{\min} = \overline{\overline{\mathbf{P}} + \overline{\mathbf{Q}}} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{Q} = \{4, 8, 12\}$$

$$\Sigma = 24$$

V18: логические операции, множества

"&" – побитовая конъюнкция (И). Выражение

$$(x \& 49 \triangleleft 0) \rightarrow ((x \& 33 = 0) \rightarrow (x \& A \triangleleft 0))$$

истинно при любом натуральном x . Определите наименьшее возможное значение A .

$$\mathbf{P} = x \& 49 \triangleleft 0, \quad \mathbf{Q} = x \& 33 \triangleleft 0,$$

$$\mathbf{A} = x \& A \triangleleft 0$$

$$\mathbf{P} \rightarrow (\overline{\mathbf{Q}} \rightarrow \mathbf{A}) \Rightarrow \overline{\mathbf{P}} + (\overline{\mathbf{Q}} \rightarrow \mathbf{A}) = \overline{\mathbf{P}} + \mathbf{Q} + \mathbf{A}$$

$$\Rightarrow \overline{\overline{\mathbf{P} \cdot \overline{\mathbf{Q}}}} + \mathbf{A} = (\mathbf{P} \cdot \overline{\mathbf{Q}}) \rightarrow \mathbf{A}$$

V18: логические операции, множества

"&" – побитовая конъюнкция (И). Выражение

$$(x \& 49 \triangleleft 0) \rightarrow ((x \& 33 = 0) \rightarrow (x \& A \triangleleft 0))$$

истинно при любом натуральном x . Определите наименьшее возможное значение A .

$x \& 49$

номер бита 5 4 3 2 1 0

$$49 = 110001$$

$$X = abcdef$$

$$X \& 49 = ab000f$$

$x \& 49 = 0 \Rightarrow$ все биты {5, 4, 0} нулевые

$x \& 49 \triangleleft 0 \Rightarrow$ среди битов {5, 4, 0} есть ненулевые

V18: логические операции, множества

"&" – побитовая конъюнкция (И). Выражение

$$(x \& 49 \triangleleft 0) \rightarrow ((x \& 33 = 0) \rightarrow (x \& A \triangleleft 0))$$

истинно при любом натуральном x . Определите наименьшее возможное значение A .

$$(P \cdot \bar{Q}) \rightarrow A$$

$P: x \& 49 \triangleleft 0 \Rightarrow$ среди битов $\{5, 4, 0\}$ есть ненулевые

$\bar{Q}: x \& 33 = 0 \Rightarrow$ все биты $\{5, 0\}$ нулевые

номер бита 5 4 3 2 1 0

$$33 = 100001$$



Что из этого следует?



Бит 4 ненулевой!

$$A_{\min} = 2^4 = 16$$

V18: логические операции, множества

"&" – побитовая конъюнкция (И). Выражение

$$(x \& A \triangleleft 0) \rightarrow ((x \& 20 = 0) \rightarrow (x \& 5 \triangleleft 0))$$

истинно при любом натуральном x . Определите наибольшее возможное значение A .

$$\mathbf{P} = x \& 20 \triangleleft 0, \quad \mathbf{Q} = x \& 5 \triangleleft 0,$$

$$\mathbf{A} = x \& A \triangleleft 0$$

$$\mathbf{A} \rightarrow (\overline{\mathbf{P}} \rightarrow \mathbf{Q}) \Rightarrow \overline{\mathbf{A}} + (\overline{\mathbf{P}} \rightarrow \mathbf{Q}) = \overline{\mathbf{A}} + \mathbf{P} + \mathbf{Q}$$

$$\Rightarrow \overline{\overline{\mathbf{P}} \cdot \overline{\mathbf{Q}}} + \overline{\mathbf{A}} = (\overline{\mathbf{P}} \cdot \overline{\mathbf{Q}}) \rightarrow \overline{\mathbf{A}}$$

V18: логические операции, множества

"&" – побитовая конъюнкция (И). Выражение

$$(x \& A \triangleleft 0) \rightarrow ((x \& 20 = 0) \rightarrow (x \& 5 \triangleleft 0))$$

истинно при любом натуральном x . Определите наибольшее возможное значение A .

$$(\bar{P} \cdot \bar{Q}) \rightarrow \bar{A}$$

\bar{P} : $x \& 20 = 0 \Rightarrow$ все биты {4, 2} нулевые

\bar{Q} : $x \& 5 = 0 \Rightarrow$ все биты {2, 0} нулевые



Биты {4, 2, 0} в x нулевые!

Они обнулят биты числа при &!

$$A_{\max} = 2^4 + 2^2 + 2^0 = 21$$

В19: обработка массивов

Массив с индексами от 0 до 9.

```
c := 0;
for i := 1 to 9 do
  if A[i-1] < A[i] then begin
    c := c + 1;
    t := A[i];
    A[i] := A[i-1];
    A[i-1] := t
  end;
```

перестановка пары
при сортировке
пузырьком

Какое значение будет иметь переменная «с»?

В19: обработка массивов

	6	9	7	2	1	5	0	3	4	8
1)	9	6	7	2	1	5	0	3	4	8
2)	9	7	6	2	1	5	0	3	4	8
3)	9	7	6	2	5	1	0	3	4	8
4)	9	7	6	2	5	1	3	0	4	8
5)	9	7	6	2	5	1	3	4	0	8
6)	9	7	6	2	5	1	3	4	8	0

c = 6

В19: обработка массивов

Массив с индексами от 0 до 9.

```
c := 0;
for i := 1 to 9 do
  if A[i] < A[0] then begin
    c := c + 1;
    t := A[i];
    A[i] := A[0];
    A[0] := t
  end;
```

} — перестановка пары

Какое значение будет иметь переменная «с»?

4 7 3 8 5 0 1 2 9 6

4 7 **3** 8 5 0 1 2 9 6

4 7 3 8 5 **0** 1 2 9 6

c = 2

В19: обработка массивов

Массив с индексами от 0 до 10.

```
s:=0;
```

```
n:=10;
```

```
for i:=0 to n-1 do begin
```

```
  s:=s+A[i]-A[i+1]
```

```
end;
```

В массиве находились **трёхзначные** натуральные числа.
Какое **наибольшее** значение может иметь «s»?

$$s := A[0] - A[1] + A[1] - A[2] + A[2] - \dots \\ + A[7] - A[8] + A[8] - A[9] + A[9] - A[10]$$

$$\max = 999 - 100 = 899$$

В19: обработка массивов

Массив с индексами от 0 до 10.

```
s:=0;  
n:=10;  
for i:=0 to n-2 do begin  
    s:=s+A[i]-A[i+2]  
end;
```

В массиве находились **трёхзначные** натуральные числа.
Какое **наибольшее** значение может иметь «s»?

$$s := A[0] - A[2] + A[1] - A[3] + A[2] - \dots \\ + A[6] - A[8] + A[7] - A[9] + A[8] - A[10]$$

$$\max = 999 + 999 - 100 - 100 = 1798$$

В20: циклы и условия («узнай алгоритм»)

Укажите наименьшее пятизначное число x , при котором будет напечатано сначала 6, а потом 3.

```
a := 0;
```

```
b := 10;
```

```
readln(x);
```

```
while x > 0 do begin
```

```
  y := x mod 10;
```

```
  x := x div 10;
```

```
  if y > a then a := y;
```

```
  if y < b then b := y;
```

```
end;
```

```
writeln(a); { максимальная цифра }
```

```
writeln(b); { минимальная цифра }
```



Минимум и максимум!

33336

В20: циклы и условия

Укажите наименьшее число x , большее 100, при котором будет напечатано 26.

```

var x, L, M: integer;
begin
  readln(x);
  L := x; M := 65;
  if L mod 2 = 0 then
    M := 52;
  while L <> M do
    if L > M then
      L := L - M
    else
      M := M - L;
  writeln(M);
end.

```

x не чётное: НОД(x , 65) = 26

x чётное: НОД(x , 52) = 26

x делится на 26,
не делится на 52!

~~104~~ НОД(104, 52) = 52

Ответ: **130**



Алгоритм Евклида!

B21: циклы и процедуры

Найдите число различных значений k , при которых программа выдаёт тот же ответ, что и при $k = 36$.

```
function f(n: longint) : longint;
```

```
begin
```

```
  f := n * (n - 1) + 10
```

```
end;
```

```
...
```

```
readln(k);
```

```
i := 0;
```

```
while f(i) < k do
```

```
  i := i + 1;
```

```
writeln(i);
```

i	f(i)
1	10
2	12
3	16
4	22
5	30
6	40

36

Останов: $k \leq f(i)$

31 ... 40

10

?

Для $k = 30$?

23 ... 30

8

V21: циклы и процедуры

Найдите число различных значений k , при которых программа выдаёт тот же ответ, что и при $k = 36$.

```
function f(n: longint): longint;
```

```
begin
```

```
  f := n * (n - 1) + 10
```

```
end;
```

```
...
```

```
readln(k);
```

```
i := 0;
```

```
while f(i) < k do
```

```
  i := i + 1;
```

```
writeln(i);
```

Останов:

$$f(i-1) < k \leq f(i)$$

$$(i-1) * (i-2) + 10 < k \leq i * (i-1) + 10$$

$$i^2 - 3i + 12 < k \leq i^2 - i + 10$$

$$i=6: 30 < k \leq 40$$

$$31 \dots 40$$

Ответ: 10

B21: циклы и процедуры

Найдите наименьшее значение k , при котором программа выдаёт тот же ответ, что и при $k = 10$.

```
def f(n):
    return n*n*n
def g(n):
    return 2*n+3
k = int(input())
i = 1
while f(i) < g(k):
    i+=1
print (i)
```

Останов:

$$f(i-1) < g(k) \leq f(i)$$

$$(i-1)^3 < 2k+3 \leq i^3$$

$$k=10: (i-1)^3 < 23 \leq i^3$$

$$i=3$$

$$8 < 2k+3 \leq 27$$

$$3 \dots 12$$

Ответ: 3

В22: программы для исполнителей

- 1) прибавь 1
- 2) умножь на 2

Сколько существует программ, для которых из числа 2 получается число 29 и при этом траектория вычислений содержит число 14 и не содержит числа 25?

Рекуррентная формула:
$$K_N = \begin{cases} K_{N-1} & N \text{ нечётное} \\ K_{N-1} + K_{N/2} & N \text{ чётное} \end{cases}$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	1	1	2	2	3	3	5	5	7	7	10	10	13

14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	0	0	0	13	13

новый старт

сюда нельзя

С24: исправление ошибок

Считывается натуральное число x , нужно найти **количество значащих цифр** в его двоичной записи.

```
readln(x);  
c := 0;  
while x > 0 do begin  
    c := c + x mod 2;  
    x := x div 10  
end;  
writeln(c)
```



Что считает?



Когда работает верно?

Только для $x=1$

- 1) неверное начальное значение
- 2) неверное условие цикла
- 3) неверное изменение переменных
- 4) неверный вывод

C24: исправление ошибок

Нужно написать программу, которая выводит на экран максимальную цифру числа, кратную 3. Если в числе нет цифр, кратных 3, требуется на экран вывести «NO».

-1

```
readln(N);  
maxDigit := N mod 10;
```

```
while N > 0 do begin
```

```
  digit := N mod 10;
```

```
  if digit mod 3 = 0 then  
    if digit > maxDigit then
```

```
      maxDigit := digit;
```

```
  N := N div 10;
```

```
end;
```

-1

```
if maxDigit = 0 then writeln('NO');
```

```
else writeln(maxDigit);
```



Когда работает верно?

1) последняя цифра делится на 3
2) последняя цифра меньше, чем
нужный результат

С27: сложная задача на программирование

Для заданной последовательности неотрицательных целых чисел необходимо найти **максимальное произведение** двух её элементов, номера которых различаются не менее чем **на 8**. Количество элементов последовательности не превышает **10000**.

Задача А (2 балла). $O(N^2)$ по времени, $O(N)$ по памяти.

Задача Б (3 балла). $O(N)$ по времени, $O(N)$ по памяти.

Задача В (4 балла). $O(N)$ по времени, $O(1)$ по памяти.

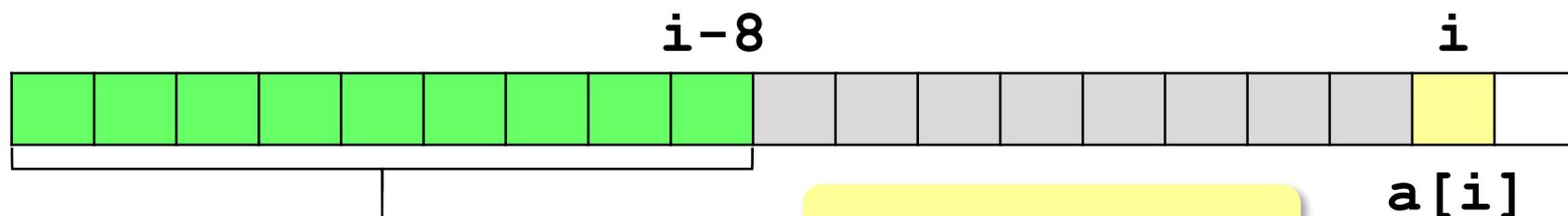
C27: сложная задача на программирование

Задача А (2 балла). Данные хранятся в массиве.

```
var N: integer;
    a: array[1..10000] of integer;
    i, j, max: integer;
begin
  readln(N);
  for i:=1 to N do read(a[i]);
  max:= -1;
  for i:= 9 to N do
    for j:= 1 to i-8 do
      if (a[j]*a[i] > max) then
        max := a[j]*a[i];
  writeln(max)
end.
```

C27: сложная задача на программирование

Задача Б (3 балла). Данные в массиве, время $O(N)$.



$$\max_j a[j] \cdot a[i] = \left(\max_j a[j] \right) \cdot a[i]$$

```
max := 0;
```

```
m := 0;
```

```
for i := 9 to N do begin
```

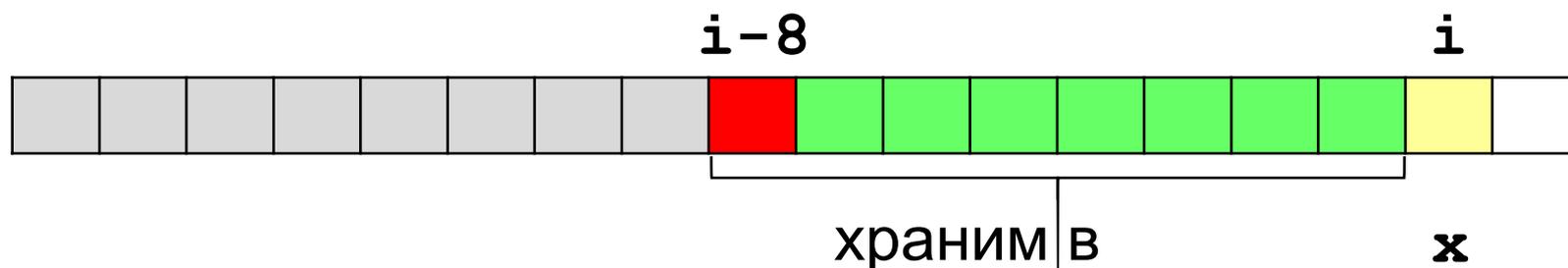
```
    if a[i-8] > m then m := a[i-8];
```

```
    if m*a[i] > max then max := m*a[i];
```

```
end;
```

C27: сложная задача на программирование

Задача Б (4 балла). Память $O(1)$, время $O(N)$.



```
var a: array[1..8] of Integer;
```

Начальное заполнение массива:

```
for i:=1 to 8 do read(a[i]);
```

Продвижение:

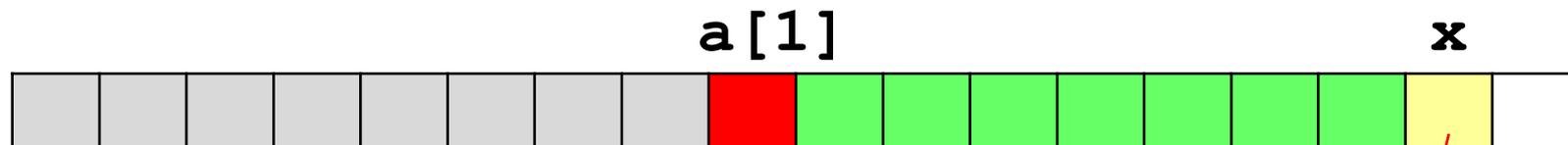
```
for i:=1 to 7 do
  a[i]:=a[i+1];
a[8]:= x;
```



Это очередь!

С27: сложная задача на программирование

Задача Б (4 балла). Память $O(1)$, время $O(N)$.



```

const d = 8; { сдвиг }
... { уже прочитали первые d штук }
max := 0;
m := 0;
for i := d+1 to N do begin
  read(x);
  if a[1] > m then m := a[1];
  if m*x > max then max := m*x;
  for j := 1 to d-1 do
    a[j] := a[j+1];
  a[d] := x;
end;

```

C27: сложная задача на программирование

Задача Б (4 балла). Без сдвига (очередь-кольцо).

i	0																	N-1
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

	0		k				7											
a	9	10	11	12	5	6	7	8										

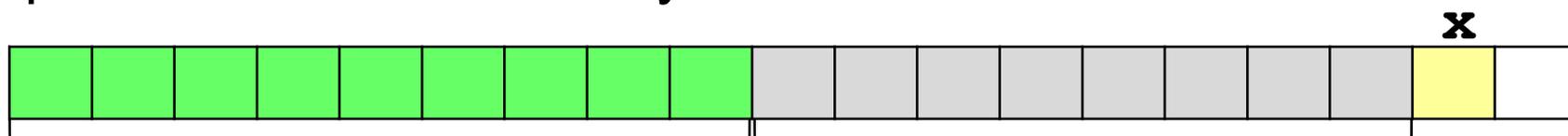
$a[i \bmod d] := data[i];$

```
for i:=0 to d-1 do read(a[i]);
```

```
for i:=d to N-1 do begin
  read(x);
  k:= i mod d;
  if a[k] > m then m := a[k];
  if m*x > max then max := m*x;
  a[k] := x;
end;
```

С27: сложная задача на программирование

Вычислить максимальное **чётное** произведение двух показаний, между моментами передачи которых прошло не менее 8 минут.



поддерживаем

- 1) максимальное из всех
- 2) максимальное чётное

храним в массиве

(очередь)

$\text{чётное} \leftarrow \overset{\mathbf{x}}{\text{чётное}} * \text{любое}$
 $\text{чётное} \leftarrow \text{любое} * \text{чётное}$



C27: сложная задача на программирование

```
for i:=d to N-1 do begin
  read(x);
  k:= i mod d;
  if a[k] > m then m := a[k];
  if ((a[k] mod 2 = 0) and
      (a[k] > mEven)) then mEven:= a[k];
  if x mod 2 = 1 then begin
    if mEven*x > max then
      max := mEven*x;
  end
  else
    if m*x > max then max := m*x;
  a[k] :=x;
end;
```

максимальное
чётное

получено
нечётное

получено
чётное

Выводы



Вариабельность!

Конец фильма

ПОЛЯКОВ Константин Юрьевич
д.т.н., учитель информатики
ГБОУ СОШ № 163, г. Санкт-Петербург
kpolyakov@mail.ru