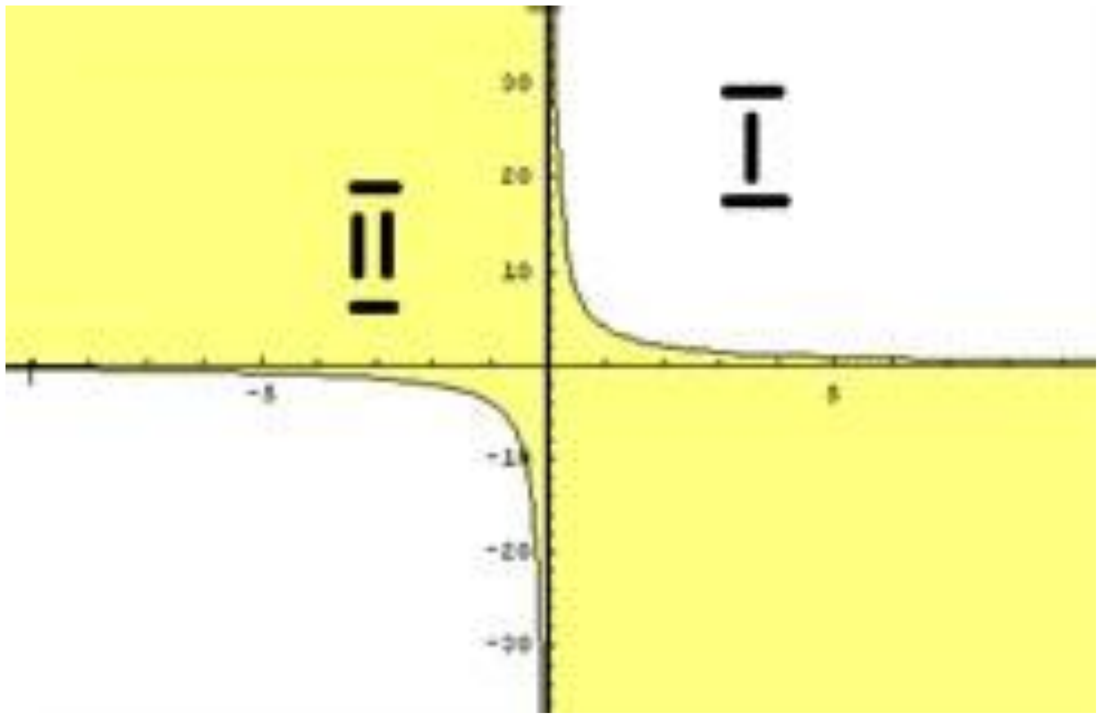
Системы неравенств с двумя переменными в задачах линейного программирования.

Автор: Нечаева Ольга Владимировна
учитель математики
МОУ гимназии 4 г. Волгограда

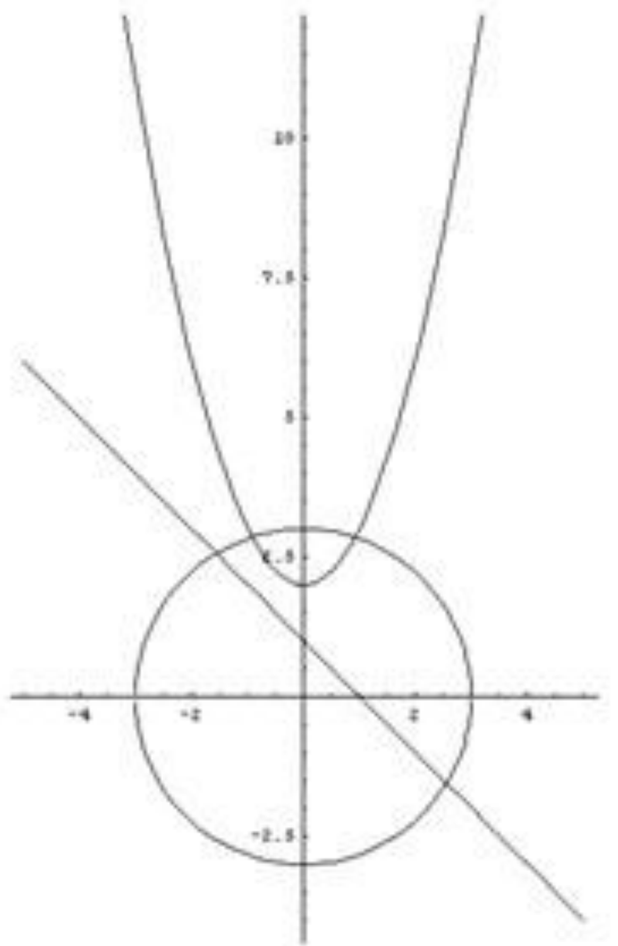
Цели урока:

- Обобщить и систематизировать знания по теме «Решение систем неравенств с двумя переменными»
- Узнать где применяются системы неравенств.
- Учиться применять полученные знания при решении задач практического содержания.
- Формировать учебное сотрудничество.

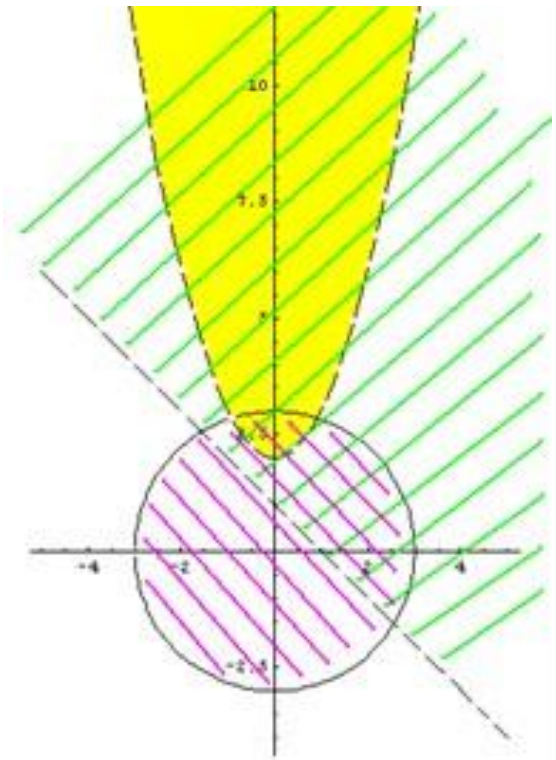
I. Устная работа

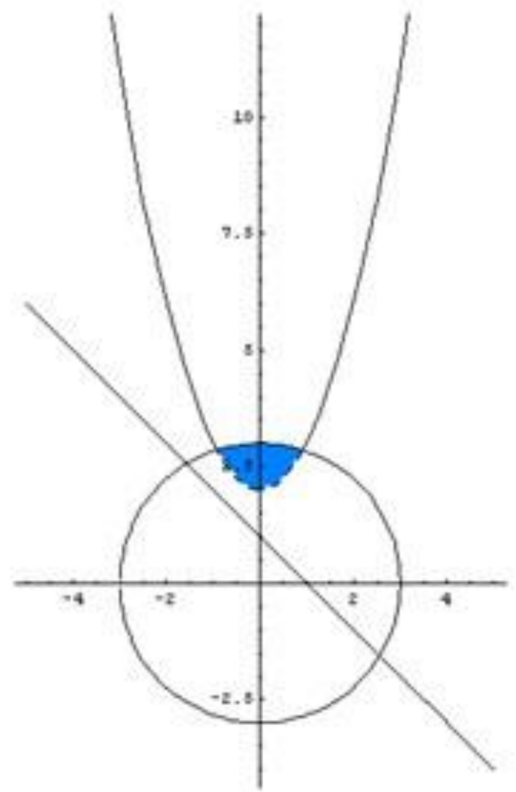


1. Устная работа



1. Устная работа





Составление плана решения системы неравенств с двумя переменными

- Преобразуем неравенства с двумя переменными к виду узнаваемых функций y (≥ = ≤) f (x)
- Построим в одной системе координат графики получившихся уравнений.
- Выбираем те области, которые обращают соответствующее неравенство в верное числовое неравенство.
- Пересечение <u>всех</u> областей и будет являться решением системы.

Линейное программирование

Сущность линейного программирования состоит в нахождении точек наибольшего или наименьшего значения некоторой функции при определенном наборе ограничений, налагаемых на аргументы и образующих **систему ограничений**, которая имеет, как правило, бесконечное множество решений (**область решений**). Каждая совокупность значений переменных (аргументов функции **F**), которые удовлетворяют системе ограничений, называется **допустимым планом** задачи линейного программирования. Функция **F**, максимум или минимум которой определяется, называется **целевой функцией** задачи. Допустимый план, на котором достигается максимум или минимум функции **F**, называется **оптимальным планом** задачи.

Линейное программирование

- Математические модели очень большого числа экономических задач линейны относительно искомых переменных – отсюда название линейное программирование;
- Экстремальные задачи – задачи на нахождение наибольшего значения (максимум прибыли) или наименьшего значения (минимум затрат) некоторой функции
- Многие задачи линейного программирования, будучи решенными, нашли уже сейчас широкое практическое применение в организации производства.

Разминка

- на координатной плоскости изображено множество решений системы неравенств

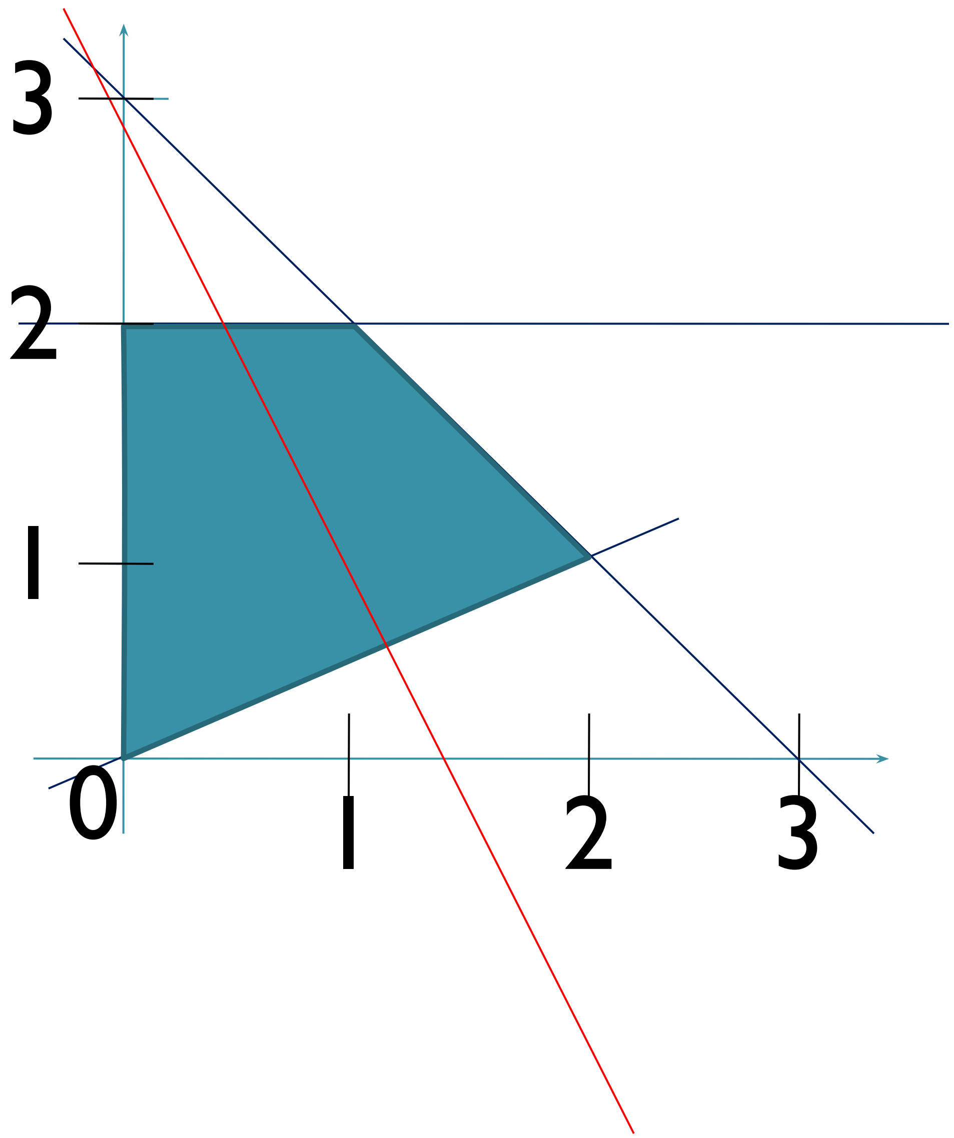
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \leq 2 \\ y \leq 3 - x \\ y \geq \dfrac{1}{2}x \end{cases}$$

- Укажите координаты вершин построенного многоугольника.
- Вычислите значения функции z=y+2x для координат вершин построенного многоугольника
- Выберите из найденных значений наибольшее и наименьшее.

I

- Постройте прямые y=-2x+k
- Найдите точки, в которых данные прямые покидают область многоугольника
- сравните их с теми, в которых было получено наибольшее и наименьшее значение z.

II


3
2
1
0
1
2
3

Транспортная задача линейного программирования.

Решим задачу, похожую на те, которые ежедневно приходится решать экономистам и организаторам производства.

Два мукомольных завода поставляют муку в три пекарни.

Первый завод ежедневно производит 60 т муки, а второй — 40 т. Первой пекарне необходимо ежедневно 20 т муки, второй — 50 т, а третьей — 30 т. В таблице показана стоимость перевозки 1 т муки с заводов в пекарни в рублях.

Определим, как организовать перевозки так, чтобы расходы на них были наименьшими.

	I завод	II завод
1- я пекарня	50 р/т	80 р/т
2- я пекарня	80 р/т	70 р/т
3- я пекарня	40 р/т	60 р/т

Пусть с первого завода в первую пекарню везут x т муки, а во вторую пекарню везут y т муки.

	I завод	II завод	потребности
1- я пекарня	x		Нужно 20 т.
2- я пекарня	y		Нужно 50 т.
3- я пекарня			Нужно 30 т.
наличие	Всего 60 т.	Всего 40 т	

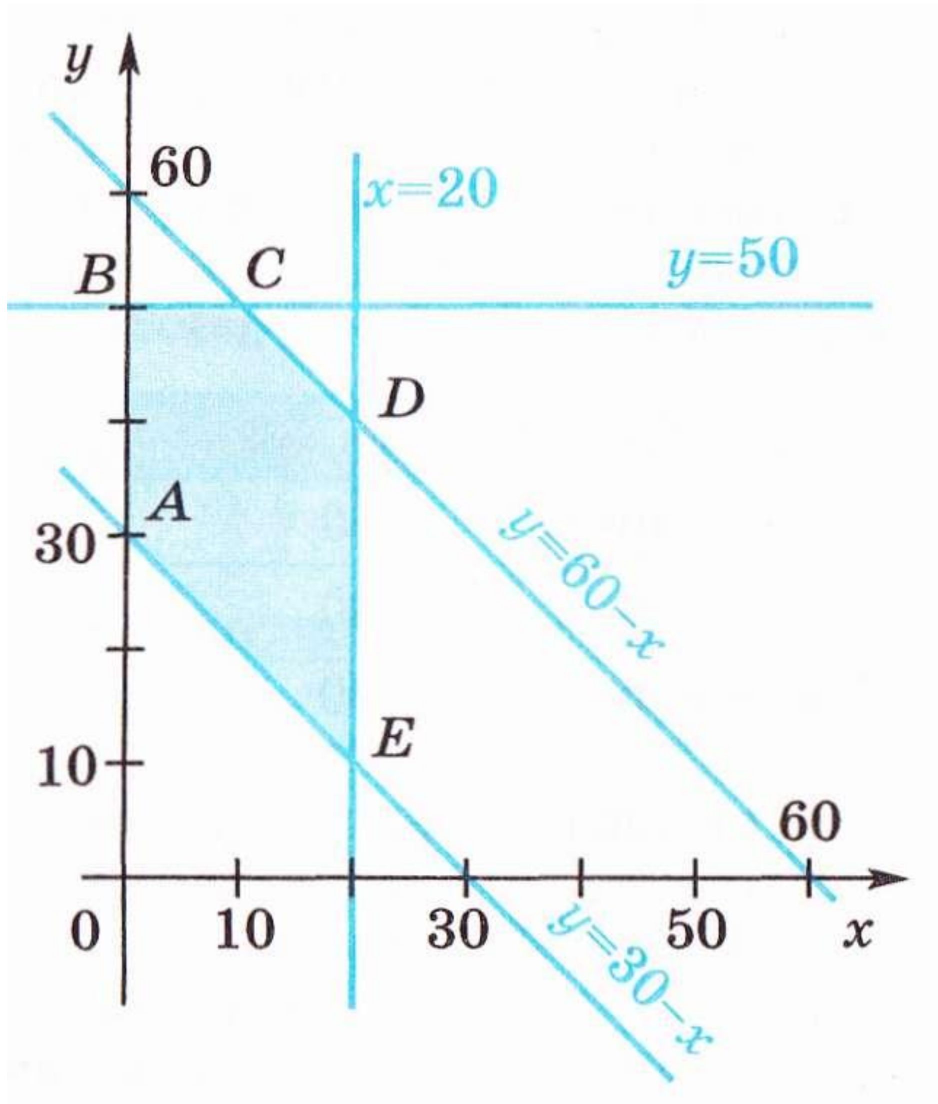
Тогда остальные перевозки будут выглядеть так:

	I завод	II завод	потребности
1- я пекарня	x	20-x	Нужно 20 т.
2- я пекарня	y	50-y	Нужно 50 т.
3- я пекарня	60-x-y	x+y-30	Нужно 30 т.
наличие	Всего 60 т.	Всего 40 т	

Понятно, что все эти величины могут быть только неотрицательными. Иначе говоря, нам требуется найти такие числа *x* и *y*, чтобы стоимость перевозок была наименьшей при том, что выполняется система неравенств:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 20 - x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 50 - y \geq 0 \\ 60 - x - y \geq 0 \\ x + y - 30 \geq 0 \end{cases}$$

Изобразим множество решений этой системы на координатной плоскости



Теперь подсчитаем произведенные расходы S *(x; y).* Для этого достаточно перемножить соответствующие числа из первой таблицы, в которой указаны стоимости перевозок за 1 т, и второй, в которой указано, сколько тонн перевозится, и полученные произведения сложить.

Стоимость перевозок:

	I завод	II завод
1- я пекарня	50 р/т	80 р/т
2- я п		
3- я пекарня	40 р/т	60 р/т

Количество товара:

	I завод	II завод	потребности
1- я пекарня	х	20-х	Нужно 20 т.
2- я пекарня	у	50-у	Нужно 50 т.
3- я пекарня	60-х-у	х+у-30	Нужно 30 т.
наличие	Всего 60 т.	Всего 40 т	

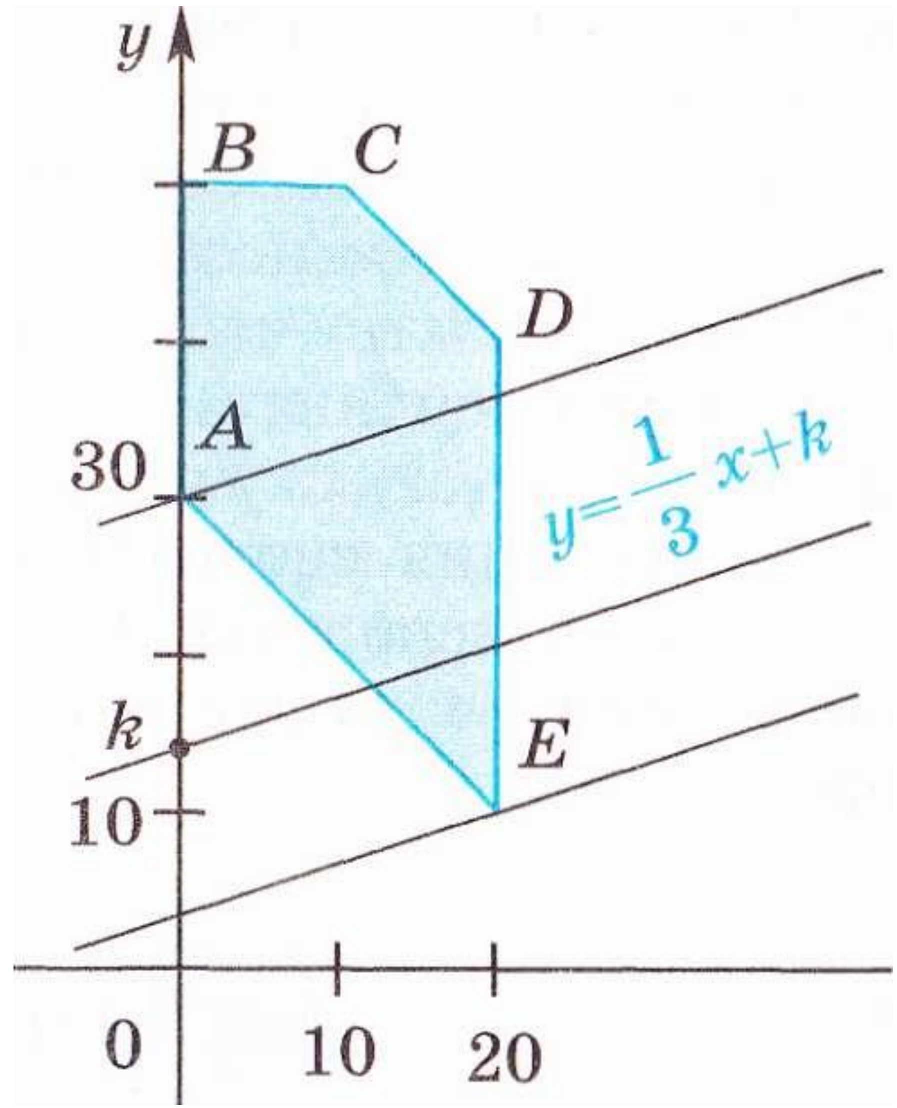
Получим следующее выражение

$S(x,y) = 50x + 80(20-x) + 80y + 70(50-y) +$

$40(60-x-y) + 60(x+y-30) = -10x+30y+5700$

Теперь понятно, что достаточно найти такие значения *x* и *y*, при которых достигается наименьшее значение выражения $k = -10x + 30y$, (величина S, очевидно, достигает своего наименьшего значения при тех же *x* и *y*).

Нам нужно добиться того, чтобы число $к$ было наименьшим, но, проведя прямую $y = \frac{1}{3}x + к$, мы можем увидеть число $к$ — это ордината точки пересечения построенной прямой с осью ординат. Как видно на рисунке, наименьшим число $к$ будет для прямой, проходящей через вершину E многоугольника $ABCDE$.



Наименьшее значение расходов достигается при $x = 20$ и $y = 10$. При этом $S = 5800$ р.

Ответ:

	I завод	II завод	потребности
1- я пекарня	20 т.	0 т.	Нужно 20 т.
2- я пекарня	10 т.	40 т.	Нужно 50 т.
3- я пекарня	30 т.	0 т.	Нужно 30 т.
наличие	Всего 60 т.	Всего 40 т.	

Домашнее задание:

Картофель надо доставлять из двух овощехранилищ в три магазина. Условия перевозок показаны в таблице:

	I хранилище	II хранилище	потребности
1 магазин	20 руб.	30 руб.	Нужно 40 т.
2 магазин	10 руб.	20 руб.	Нужно 20 т.
3 магазин	30 руб.	10 руб.	Нужно 30 т.
наличие	Всего 40 т.	Всего 50 т	

Как организовать перевозки, чтобы расходы на них были наименьшими?