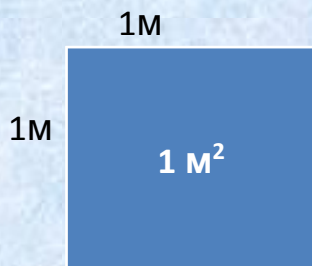


***МЕТОДИЧЕСКИЕ
РЕКОМЕНДАЦИИ ПО
ИЗЛОЖЕНИЮ ТЕМЫ
«ПЛОЩАДИ ПЛОСКИХ ФИГУР»
ПО ГЕОМЕТРИИ
В 7 - 9 КЛАССАХ***

**Выполнила: учитель математики
ГБС(К)ОУ школы № 26
г. Краснодара
Стояновская Л.И.**

Цель: найти методические приёмы, которые удовлетворяли бы требованиям научности изложения но, вместе с тем, имели бы элементы большей наглядности и простаты подачи материала.

Единицы измерения площади.

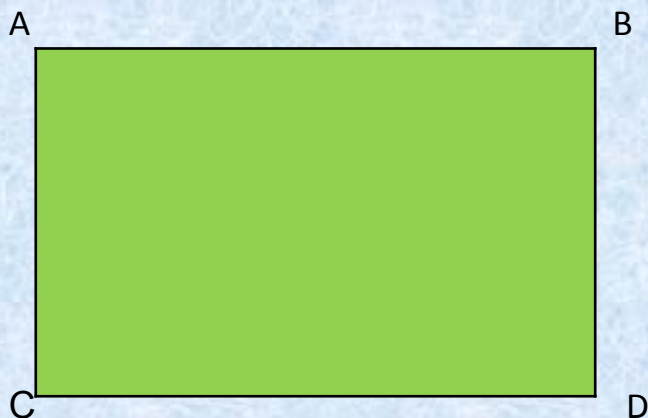


Для измерения больших площадей (поверхности озёр, морей, территорий государств и т.д.) используют более крупную единицу 1 м площади – квадратный километр (км^2).

Малые поверхности (площади) измеряются квадратными сантиметрами (см^2).

- Площадь – одна из основных математических величин, характеризующая геометрические фигуры (реальные тела, объекты и т. п.). В простейших случаях площадь измеряется числом заполняющих плоскую фигуру единичных квадратов со стороной, равной единице длины. Квадрат со стороной 1 м является основной единицей измерения площади. Эта единица называется квадратный метр (м^2).

**Нахождение площади
прямоугольника.**



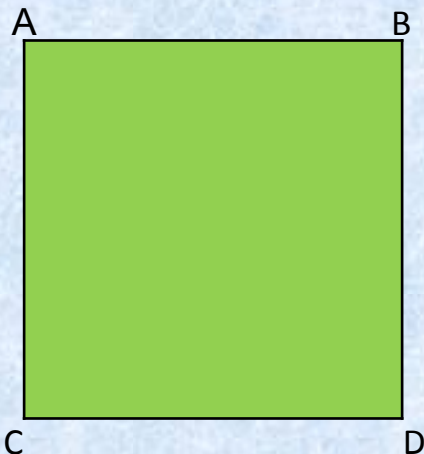
$$S_{ABCD} = S_{\text{прямоуг.}} = ab$$

Вывод: *площадь прямоугольника равна произведению его длины на ширину.*

• **Определение:**

Прямоугольник — это четырёхугольник, у которого все углы прямые, а противоположные стороны равны

Площадь квадрата.

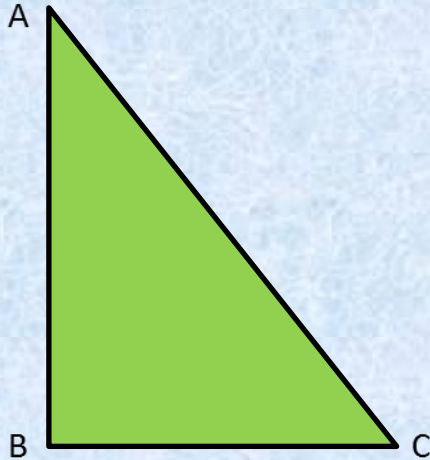


- **Определение:** квадрат — это прямоугольник, у которого все стороны равны

$$S_{ABCD} = S_{\text{квадр.}} = a * a = a^2$$

Вывод: *площадь квадрата равна квадрату его стороны.*

Площадь
прямоугольного
треугольника.

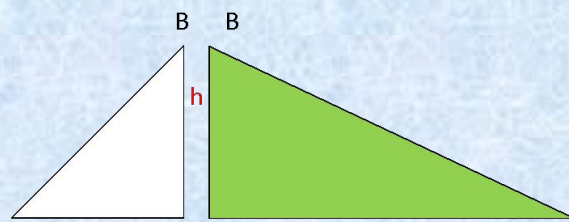
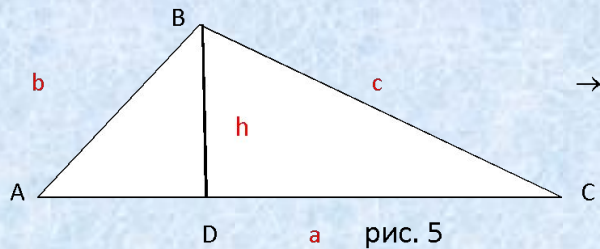


$$S_{ABC} = S_{BCD} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$$

- **Определение:** треугольник — это замкнутая плоская фигура, образованная тремя точками, не лежащими на одной прямой, и тремя отрезками, соединяющими эти точки. Треугольник, у которого один из углов прямой, называется прямоугольным.

Вывод: *площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.*

Площадь произвольного треугольника.



$$S_{ABC} = S_{ABD} + S_{BCD}$$

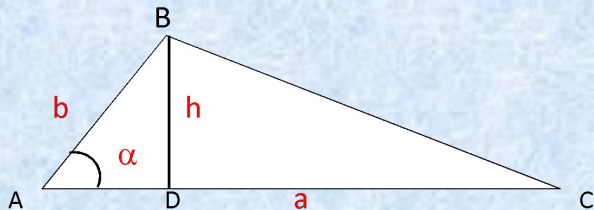
$$S = \frac{1}{2} ah$$

Вывод: *площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту.*

• Первый вариант

Пусть дан не прямоугольный разносторонний треугольник ABC со сторонами a, b, c (рис. 5). Опустим из вершины B на основание AC = a высоту BD = h. Высота BD разбивает треугольник на два прямоугольных треугольника ABD и BCD. Известно, что площадь фигуры равна сумме площадей частей, из которых она состоит. Следовательно, площадь треугольника ABC можно представить как сумму площадей треугольников ABD и BCD.

Площадь произвольного треугольника.



$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha.$$

• Второй вариант

Высота h в треугольнике ABC и сторона $AB = b$ являются соответственно катетом и гипотенузой в прямоугольном треугольнике ABD.

Обозначим угол при вершине A буквой α .

Отношение катета h , лежащего против угла α , к гипотенузе b есть синус угла α :

$$\frac{h}{b} = \sin \alpha.$$

Выразим из этого равенства величину h :

$$h = b \cdot \sin \alpha.$$

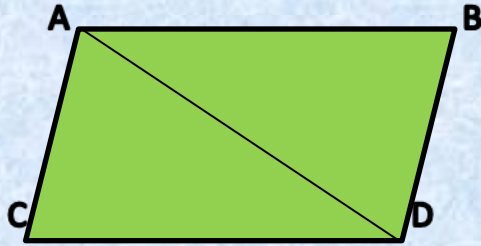
Произведение $b \cdot \sin \alpha$, определяющее высоту h , подставим в формулу $S = \frac{1}{2} ah$

площади разностороннего треугольника:

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha.$$

Вывод: *площадь треугольника равна половине произведения двух любых его сторон на синус угла между ними.*

Площадь
параллелограмма.



$$S_{\text{парал.}} = S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC}$$

$$S_{\text{парал.}} = \frac{1}{2} ah$$

$$S_{\text{парал.}} = 2 * \frac{1}{2} ah = ah$$

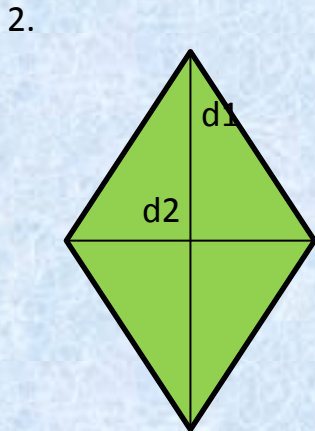
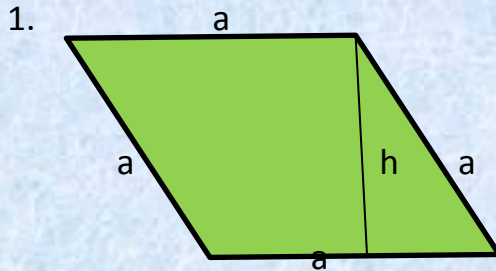
Итак, $S_{\text{парал.}} = ah$

Вывод: *площадь параллелограмма равна произведению основания параллелограмма на его высоту.*

• **Определение:**

Параллелограмм – это четырёхугольник, у которого противоположные стороны параллельны.

Площадь ромба.



- **Определение:** ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны.

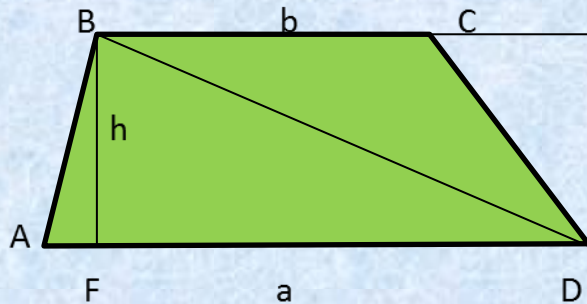
Вариант 1: $S_{\text{ромб.}} = ah$

Вариант 2: Площадь ромба можно выразить через его диагонали.

$$S_{\text{ромба}} = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Вывод: *площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.*

Площадь трапеции



$$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD}$$

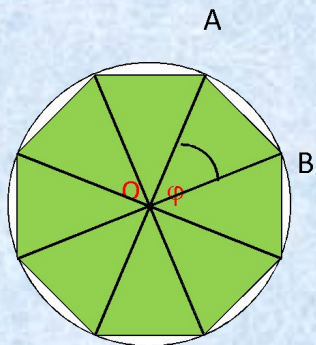
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} ah; \quad S_{BCD} = \frac{1}{2} bh.$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} ah + \frac{1}{2} bh = \frac{1}{2} (a + b) * h \quad \text{или} \quad S_{\text{трап}} = \frac{a + b}{2} h$$

Вывод: *площадь трапеции равна произведению полу суммы оснований на высоту.*

- **Определение:** трапецией называется четырёхугольник, у которого только две противоположные стороны параллельны.

Площадь круга.



Пусть дан круг с центром O и вписанный в него правильный n-угольник. Проведём из центра круга радиусы к вершинам многоугольника. Многоугольник разбивается на «n» равных равнобедренных треугольников каждый с центральным углом $\varphi = \frac{360^\circ}{n}$.

Площадь одного равнобедренного треугольника AOB определяется по формуле:

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} OA * OB * \sin \varphi.$$

В нашем случае $OA = R$, $OB = R$, так что имеем

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} \sin \frac{360^\circ}{n} R^2 .$$

Площадь всего многоугольника в «n» раз больше.

$$S_{\text{многог.}} = nS_{AOB} = \frac{n}{2} \sin \frac{360^\circ}{n} R^2 \quad (\text{I})$$

Очевидно, что при достаточно большом числе сторон площадь многоугольника будет практически совпадать с площадью круга. Т.е.,

$$S_{\text{кр.}} = S_{\text{многог.}} = \frac{n}{2} \sin \frac{360^\circ}{n} R^2 \quad (\text{II})$$

При каком числе сторон n площадь правильного вписанного многоугольника можно отождествлять с площадью круга?

n – число сторон вписанного многоугольника	$\alpha = \frac{360^\circ}{n}$ – центральный угол треугольника	Числовое значение $\frac{n}{2} \sin \frac{360^\circ}{n}$
12	30°	3,00000...
50	$7,2^\circ$	3,13333...
100	$3,6^\circ$	3,13952...
150	$2,4^\circ$	3,14067... \approx 3,14...
300	$1,2^\circ$	3,14136... \approx 3,14...
500	$0,72^\circ$	3,14150... \approx 3,14...
2000	$0,18^\circ$	3,14158... \approx 3,14...
10000	$0,036^\circ$	3,14159... \approx 3,14...

Число 3,14... обозначают буквой греческого алфавита π (пи). Заменяя произведение $\frac{n}{2} \sin \frac{360^\circ}{n}$ буквой π в равенстве (I), получим формулу площади круга:

$$S_{\text{кр}} = \pi R^2 .$$

ЗАПОМНИ ЭТИ ФОРМУЛЫ:

$$S_{ABCD} = S_{\text{прямоуг.}} = ab$$

$$S_{ABCD} = S_{\text{квадр.}} = a * a = a^2$$

$$S_{ABC} = S_{BCD} = \frac{1}{2} S_{ABCD} \quad S = \frac{1}{2} ah \quad S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha.$$

$$S_{\text{парал.}} = ah$$

$$S_{\text{ромба}} = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

$$S_{\text{трап}} = \frac{a + b}{2} h$$

$$S_{\text{кр}} = \pi R^2 .$$