



$$z = x + iy$$



КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

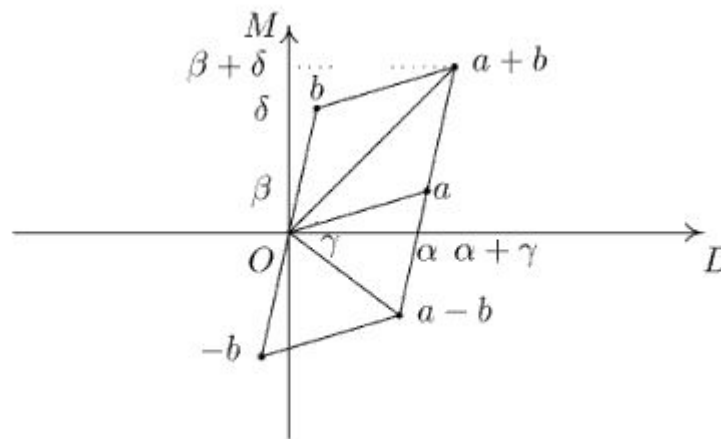
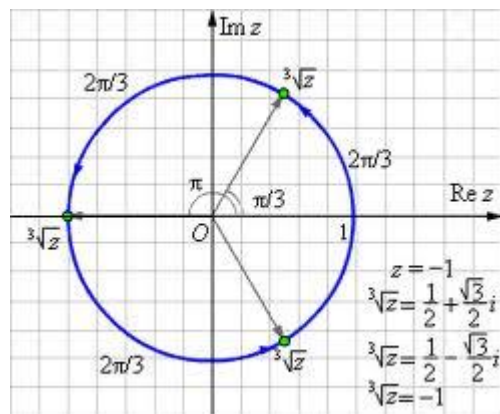
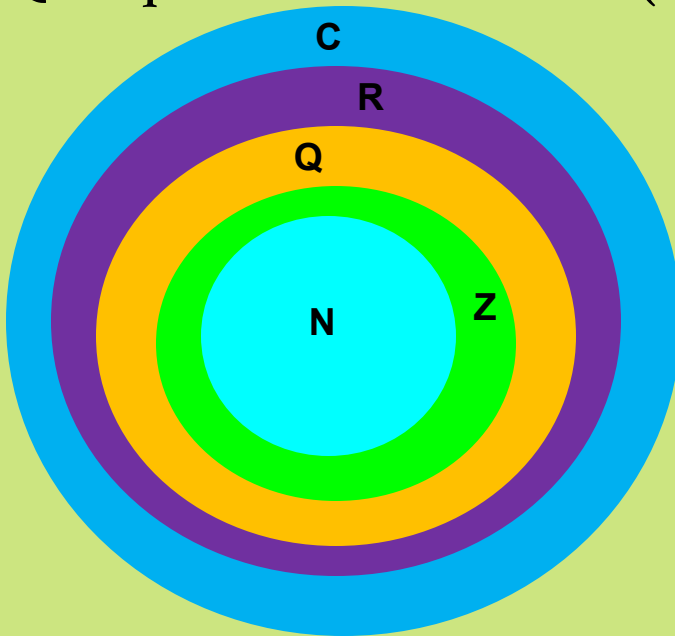


Рис. 1.2

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

- \mathbb{N} - "natural" \mathbb{R} - "real" \mathbb{C} - "complex" \mathbb{Z} – исключительная роль нуля "zero"
- \mathbb{Q} – "quotient" отношение (т.к. рациональные числа – m/n)



Минимальные условия комплексного числа

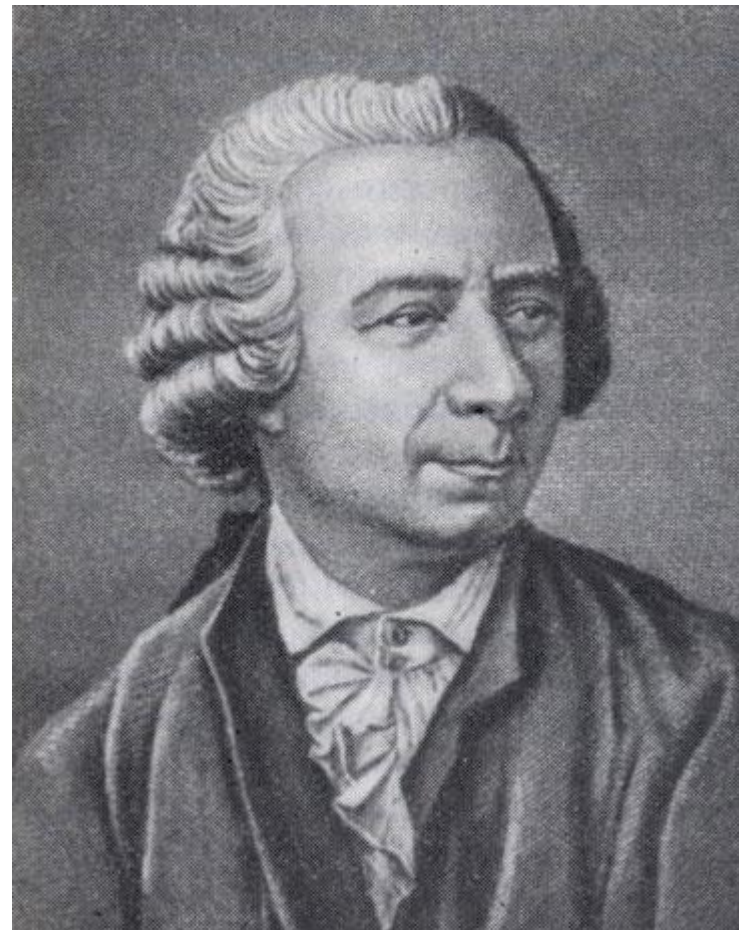
- 1) Существует число, квадрат которого $= -1$.
- 2) Множество комплексных чисел содержит все действительные числа.
- 3) Операции сложения, вычитания, умножения и деления комплексных чисел удовлетворяет обычным законам арифметических действий.




Элемент, квадрат которого равен -1 называется мнимой единицей.
Обозначается i (переводится «мнимый», «воображаемый»)

- "Комплексными числами и функциями комплексного переменного математики пользовались в своих исследованиях уже в XVIII в. Особенно велики заслуги крупнейшего математика XVIII в. Леонарда Эйлера (1707—1783), который по праву считается одним из творцов теории функций комплексного переменного. В замечательных работах Эйлера детально изучены элементарные функции комплексного переменного.

После Эйлера открытые им результаты и методы развивались, совершенствовались и систематизировались, и в первой половине XIX в. теория функций комплексного переменного оформилась как важнейшая отрасль математического анализа. "Первое упоминание о «мнимых» числах как о корнях квадратных и отрицательных чисел относится еще к XVI в. (Дж. Кардано, 1545). До середины XVIII в. комплексные числа появляются лишь эпизодически в трудах отдельных математиков (И. Ньютон, Н. Бернулли, А. Клеро). Первое изложение теории комплексных чисел на русском языке принадлежит Л. Эйлеру («Алгебра», Петербург, 1763, позднее книга была переведена на иностранные языки и многократно переиздавалась): символ « i » также введен Л. Эйлером. Геометрическая интерпретация комплексных чисел относится к концу XVIII в. (датчанин Каспар Вессель, 1799 г.)."





Условия про операции комплексных чисел позволяют умножать комплексные числа на мнимую единицу (i). Такое произведение называют чисто мнимыми числами.

- Например: i , $2i$, $-0,3i$ – чисто мнимые числа.
- $3i + 13i = (3+13)i = 16i$
- $3i \cdot 13i = (3 \cdot 13) (i \cdot i) = 39i^2 = -39$

ПРАВИЛА АРИФМЕТИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ

$$1^0 \quad ai + bi = (a+b)i$$

$$2^0 \quad a(bi) = (ab)i$$

$$3^0 \quad (ai)(bi) = abi^2 = -ab$$

$$4^0 \quad 0i = 0$$




Сумма $a+bi$ (a и b действительные числа)

- 1) $a = 0$, то $a+bi = 0+bi=bi$ (мнимое)
- 2) $b = 0$, то $a+bi = a+0=a$ (действительное)
- 3) a не равно нулю, то $a+bi$ ни действительное, ни мнимое. Оно более сложное составное число.

**КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ НАЗЫВАЮТ
СУММУ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ЧИСЛА И ЧИСТО
МНИМОГО ЧИСЛА**

$$Z=a + bi$$



**КОМПЛЕКСНОЕ
ЧИСЛО**
 $Z = a + bi$

**a -
действительная
часть числа**

**bi-мнимая
часть
комплексного
числа**

**КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА РАВНЫ, КОГДА РАВНЫ ИХ
ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫЕ И МНИМЫЕ ЧАСТИ.**

$$\underline{a} + bi = c + di, \text{ если } a = c, b = d$$



ДЕЙСТВИЯ С КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ $Z_1=a+bi$ $Z_2=c+di$

1. $Z_1 + Z_2 = (a+c)+(b+d)i$
2. $Z_1 Z_2 = (a+bi)(c+di) = (ac-bd)+(bc+ad)i$
3. $Z_1 : Z_2 = (Z_1 \overline{Z_2}) : (Z_2 \overline{Z_2})$

СОПРЯЖЕННЫМ ЧИСЛОМ ДЛЯ КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛА НАЗЫВАЕТСЯ КОМПЛЕКСНОЕ ЧИСЛО, ОТЛИЧАЮЩЕЕСЯ ОТ ДАННОГО ЗНАКОМ МЕЖДУ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ И МНИМОЙ ЧАСТЯМИ.

например: $a+bi$ и $a-bi$ – сопряженные числа.

Рассмотрим свойства на примерах :

$$z_1=1-2i$$

$$z_2=3+i$$

$$z_3=-7i$$

а) $Z_1 Z_2$

б) $Z_1 + Z_2 Z_3$

в) $Z_1 + (Z_2)^2 + (Z_3)^3$