

# ТНис 04

- Политропные процессы
- Энтропия идеального газа
- II закон термодинамики

# Исследование политропных процессов

1. Уравнение процесса выводится из аналитического выражения I закона термодинамики:

$$dq=du+pdv; cdT=c_vdT+pdv; (c-c_v)dT-pdv=0. \quad (1)$$

Сделаем подстановку из уравнения Клапейрона

$$pv=RT; T=pv/R; dT=(pdv+vdp)/R.$$

После подстановки  $dT$  в (1) имеем:

$$(c-c_v)(pdv+vdp)/R-pdv=0.$$

# Преобразование выражения I закона термодинамики

Умножим полученное выражение на  $R/(c-c_v)$ :

$$pdv + vdp - Rpdv/(c-c_v) = 0.$$

С учетом уравнения Майера  $R = c_p - c_v$ :

$$pdv + vdp - (c_p - c_v)pdv/(c - c_v) = 0.$$

После приведения подобных членов и сокращения имеем:

$$[1 - (c_p - c_v)/(c - c_v)]pdv + vdp = npdv + vdp = 0.$$

# Уравнение политропных процессов

Разделим переменные, поделив уравнение на  $p v$ :

$$n dv/v + dp/p = 0.$$

После интегрирования при  $n = \text{const}$ :

$$n \ln v + \ln p = \text{const};$$

или:  $\ln(p v^n) = \ln(\text{const}).$

После потенцирования получаем **уравнение политропных процессов:**

$$p v^n = \text{const}.$$

# Соотношения между параметрами

На предыдущем слайде за **показатель политропы** принято выражение:

$$n = [1 - (c_p - c_v) / (c - c_v)] = (c - c_p) / (c - c_v).$$

2.  $p$ - $v$ -диаграмму политропных процессов рассмотрим позже.

3. Поскольку уравнение политропы  $p v^n = \text{const}$  аналогично уравнению адиабаты  $p v^k = \text{const}$ , то все соотношения между параметрами будут аналогичные:

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n; \quad T_2 / T_1 = (v_1 / v_2)^{n-1}; \quad T_2 / T_1 = (p_2 / p_1)^{(n-1)/n}.$$

# Работа и теплота

4. Изменение внутренней энергии:  $\Delta u = c_v \Delta T$ .

5. Выражения для работы также запишутся по аналогии с адиабатным процессом:

$$l = (p_1 v_1 - p_2 v_2) / (n - 1); \quad l = (T_1 - T_2) R / (n - 1).$$

6. Теплота по I закону термодинамики:

$$q = \Delta u + l.$$

и через теплоемкость:  $q = c \Delta T$ .

# Показатель политропы и энергетический коэффициент

Политропную теплоемкость можно найти из выражения показателя политропы:

$$n = (c - c_p) / (c - c_v); \quad nc - nc_v = c - c_p;$$

приводим подобные члены, умножая и деля выражение на  $c_v$  и учитывая, что  $c_p/c_v = k$ :

$$c = (nc_v - c_p)c_v / (n-1)c_v = (n-k)c_v / (n-1).$$

7. Энергетический коэффициент:

$$\varphi = \Delta u / q = c_v \Delta T / [(n-k)c_v \Delta T / (n-1)];$$

или:  $\varphi = (n-1) / (n-k).$

# Обобщающее значение политропных процессов

Уравнение политропных процессов  $p v^n = \text{const}$  справедливо для любого из частных термодинамических процессов:

- изохорный  $n = \infty$ :  $p^{1/n} v = p^{1/\infty} v = p^0 v = v = \text{const}$ ;
- изобарный  $n = 0$ :  $p v^0 = p = \text{const}$ ;
- изотермический  $n = 1$ :  $p v = \text{const}$  или  $T = \text{const}$ ;
- адиабатный  $n = k$ :  $p v^k = \text{const}$ .



# Три группы политропных процессов

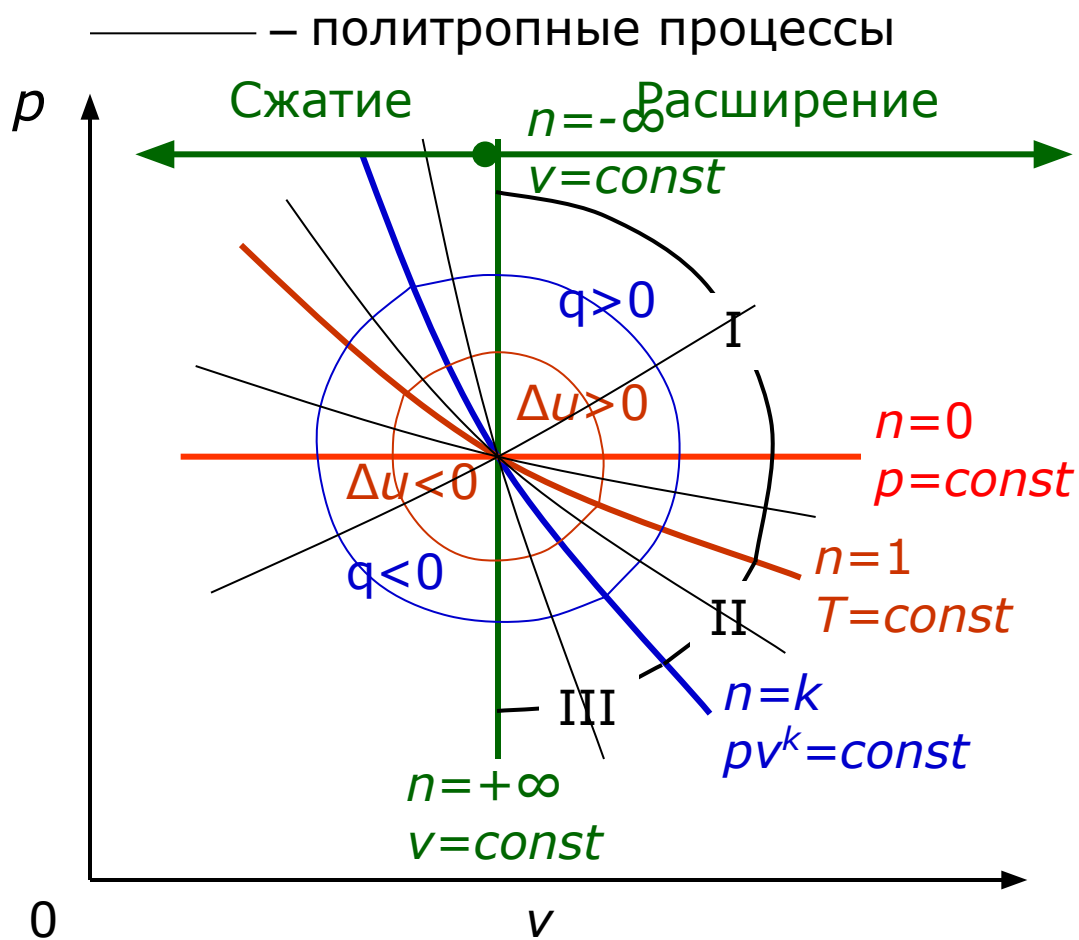
На следующем слайде изображены все возможные термодинамические процессы.

Изотерма  $T = \text{const}$  разделяет их на две группы:  
 $\Delta u > 0$  и  $\Delta u < 0$ .

Адиабата также делит их на две группы:  
 $q > 0$  и  $q < 0$ .

Таким образом, по знакам изменения внутренней энергии и теплоты процессы расширения газа делятся на I, II и III группы.

# $pV$ - диаграмма политропных процессов



# Энтропия идеального газа

Обозначим через **дифференциал энтропии** выражение  
 $ds = dq/T$ , Дж/(кг·К). (1)

Тогда теплоту можно определить как  $dq = Tds$ , то есть площадь под процессом в  $Ts$ -диаграмме.

Найдем зависимости  $T=f(s)$  для термодинамических процессов подстановкой в (1) I закона термодинамики:

$$ds = \frac{du + pdv}{T} = \frac{c_v dT + p \frac{dv}{v}}{T} = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v}$$

$$ds = \frac{dh - vdp}{T} = \frac{c_p dT - v \frac{dp}{p}}{T} = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}$$

# Изменение энтропии в термодинамических процессах

Проинтегрировав выражения (2) и (3), получим изменения энтропии в политропных процессах:

$$\Delta s = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (4)$$

$$\Delta s = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (5)$$

Из (4) при  $v = \text{const}$  и из (5) при  $p = \text{const}$  получим изменения энтропии в изохорном и изобарном процессах:

$$\Delta s_v^{(6)} = c_v \ln \frac{T_2}{T_1}$$

· (7)

$$\Delta s_p = c_p \ln \frac{T_2}{T_1}$$

# Изображение термодинамических процессов в $Ts$ -диаграмме

Из выражений (6, 7) следует, что **изохора и изобара в  $Ts$ -диаграмме представляют собой логарифмические кривые.**

Причем **изохора проходит круче изобары, так как при  $\Delta T = idem$ :**

$$\Delta s_p > \Delta s_v \text{ из-за } c_p > c_v.$$

**Изотерма в  $Ts$ -диаграмме отображается горизонтальной прямой.**

Изображение адиабаты вытекает из анализа выражения

$$dq = 0 = Tds.$$

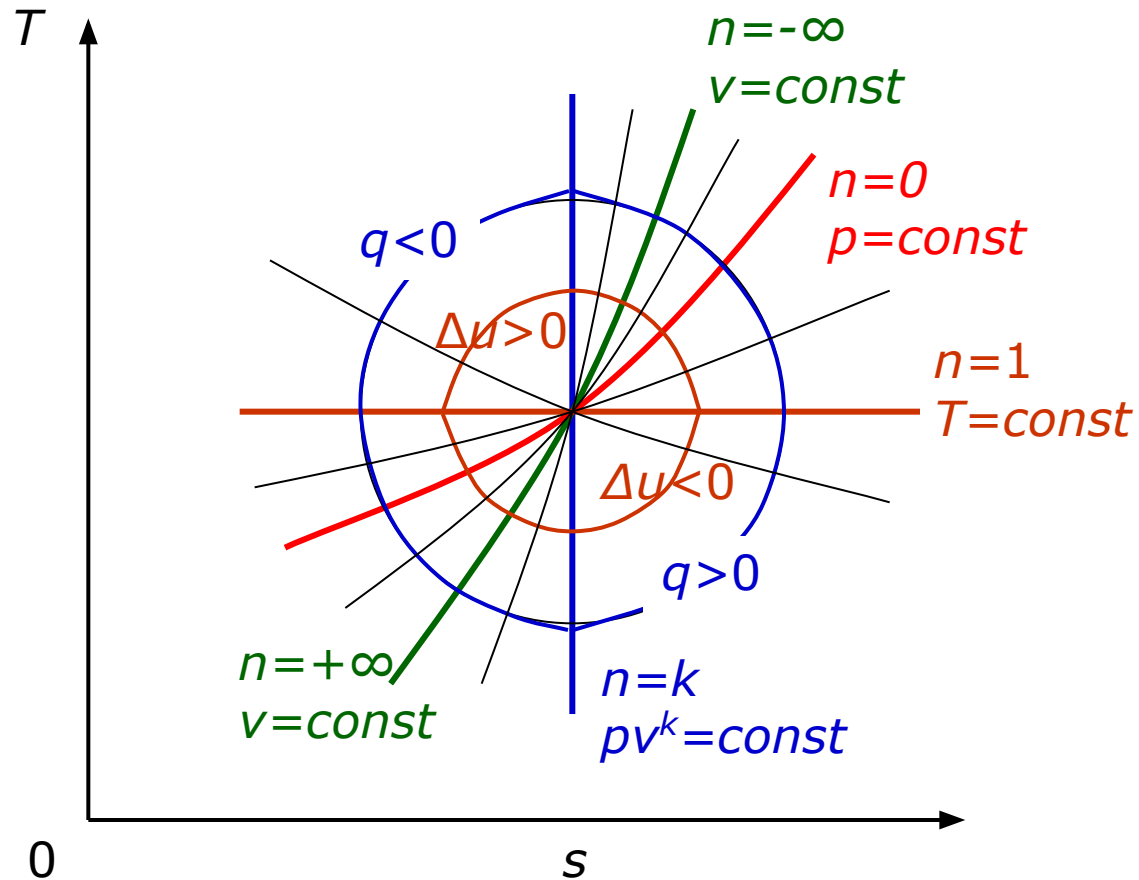
# Изотерма и адиабата в $Ts$ -диаграмме

Так как  $T \neq 0$ , то  $ds=0$ , следовательно  $s=const$  – это и есть уравнение адиабаты в  $Ts$ -диаграмме.

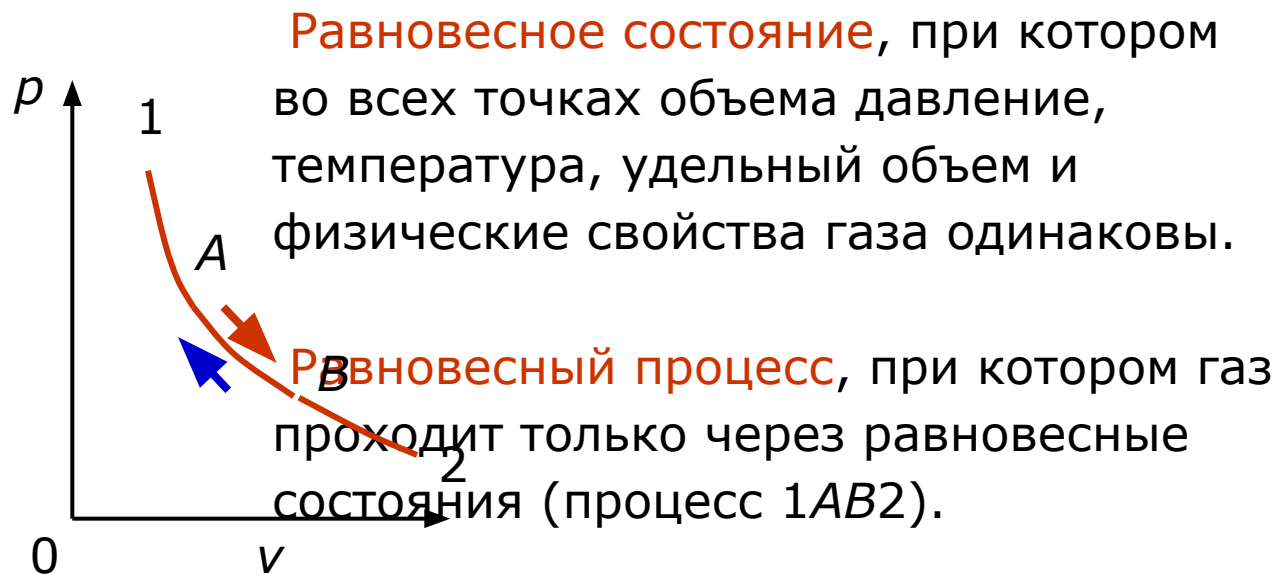
На следующем слайде представлена  $Ts$ -диаграмма термодинамических процессов.

Площадь под процессом в  $Ts$ -диаграмме представляет собой теплоту, поэтому она называется тепловой диаграммой.

# $Ts$ - диаграмма политропных процессов



# Основные определения



**Равновесное состояние**, при котором во всех точках объема давление, температура, удельный объем и физические свойства газа одинаковы.

**Равновесный процесс**, при котором газ проходит только через равновесные состояния (процесс 1AB2).

**Обратимый процесс**, который при своем обращении (обратном протекании) проходит через те же равновесные состояния, что и прямой процесс (1AB2BA1).



# Обратимые и необратимые процессы

Все реальные состояния газа и процессы – неравновесные и необратимые.

Термодинамика изучает в первую очередь обратимые процессы.

Необратимость учитывается эмпирическими коэффициентами.

По первому закону термодинамики: если к газу подвести теплоту, то она пойдет на изменение внутренней энергии и работу против внешних сил.

# II закон термодинамики

То есть в I законе термодинамики речь идет о возможности преобразования тепловой энергии в механическую, но не приводятся условия его осуществления.

Такое преобразование возможно только в тепловом двигателе.

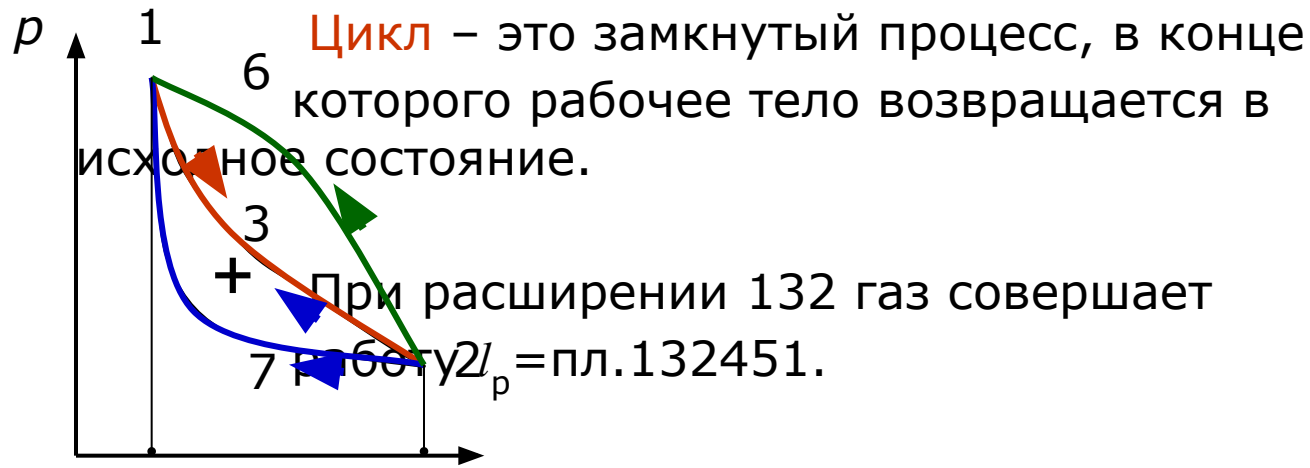
Во втором законе термодинамики формулируются условия, при которых возможно такое преобразование.

Второй закон имеет эмпирический характер. Рассмотрим несколько формулировок этого закона:

# Формулировки II закона термодинамики

- **Карно**: для преобразования тепловой энергии в механическую необходимы два источника теплоты – горячий и холодный.
- **Томсона**: вся теплота, подведенная от горячего источника к рабочему телу, не может быть преобразована в механическую энергию; часть этой теплоты должна быть отдана холодному источнику.
- **Планка**: невозможно реализовать вечный двигатель II рода.
- **Клаузиуса**: невозможно передать теплоту от холодного тела к горячему самопроизвольно, то есть даровым способом.

# Круговые процессы или циклы



Если бы сжатие можно было провести по той же линии 231, то надо было бы совершить работу:

$$l_{\text{сж}} = \text{пл.231542} = l_p;$$

работа цикла была бы:  $l_{\text{ц}} = l_p - l_{\text{сж}} = 0$ .

# Обратный цикл

В процессе сжатия 261 работа газа:

$$(l_{\text{сж}} = \text{пл.}261542) > (l_{\text{р}} = \text{пл.}132451),$$

следовательно работа такого цикла отрицательная

$$l_{\text{ц}} = l_{\text{р}} - l_{\text{сж}} = \text{пл.}13261.$$

Цикл 13261 совершается против часовой стрелки и называется обратным, или циклом холодильных установок.

# Прямой цикл

В процессе сжатия 271 работа газа:

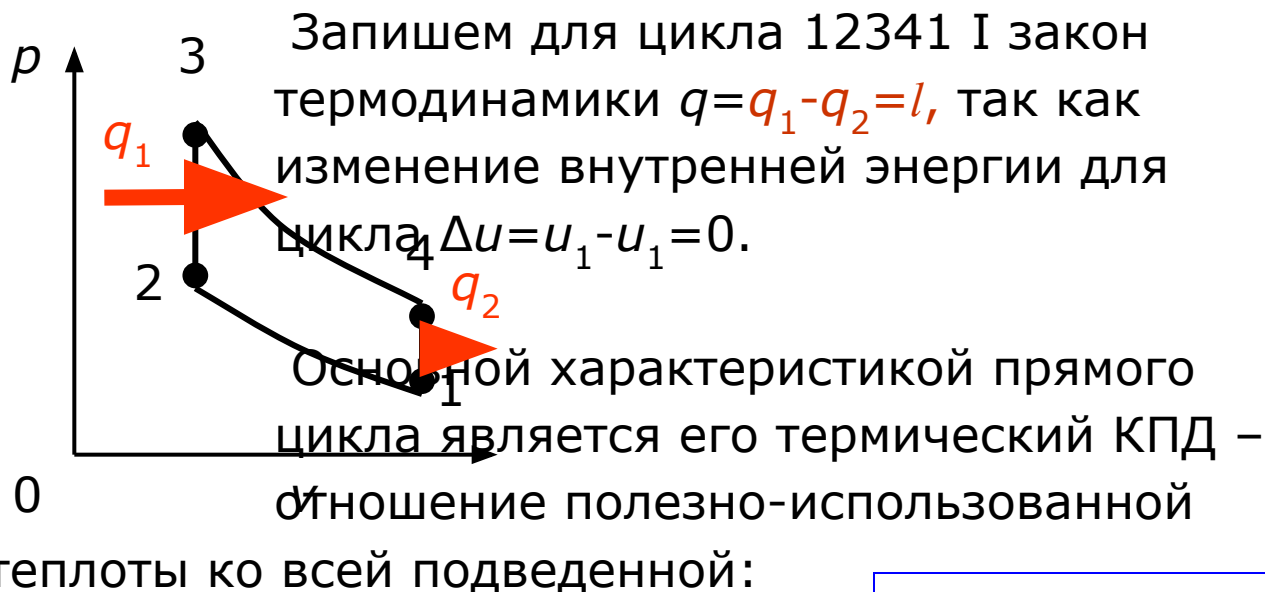
$$(l_{\text{сж}} = \text{пл.}271542) < (l_{\text{р}} = \text{пл.}132451),$$

то есть **работа цикла положительная**:  $l_{\text{ц}} = l_{\text{р}} - l_{\text{сж}} = \text{пл.}13271$ .

**Цикл 13271 совершается по часовой стрелке и называется прямым циклом, или циклом теплового двигателя.**

Исследования показали, что для получения положительной работы цикла надо на одном его участке подвести к рабочему телу теплоту  $q_1$  от горячего источника; на другом участке отвести от рабочего тела теплоту  $q_2$  к холодному источнику.

# Цикл теплового двигателя



$$\eta_t = \frac{q_1 - q_2}{q_1} = 1 - \frac{q_2}{q_1} = \frac{l}{q_1}$$

Так как не может быть  $q_1 = \infty$  или  $q_2 = 0$ , то термический КПД прямого цикла всегда меньше единицы ( $\eta_t < 1$ ).

# Обратимые и необратимые циклы

Цикл называется обратимым, если он состоит только из обратимых процессов. Все реальные процессы необратимые, поэтому реальные циклы необратимы.

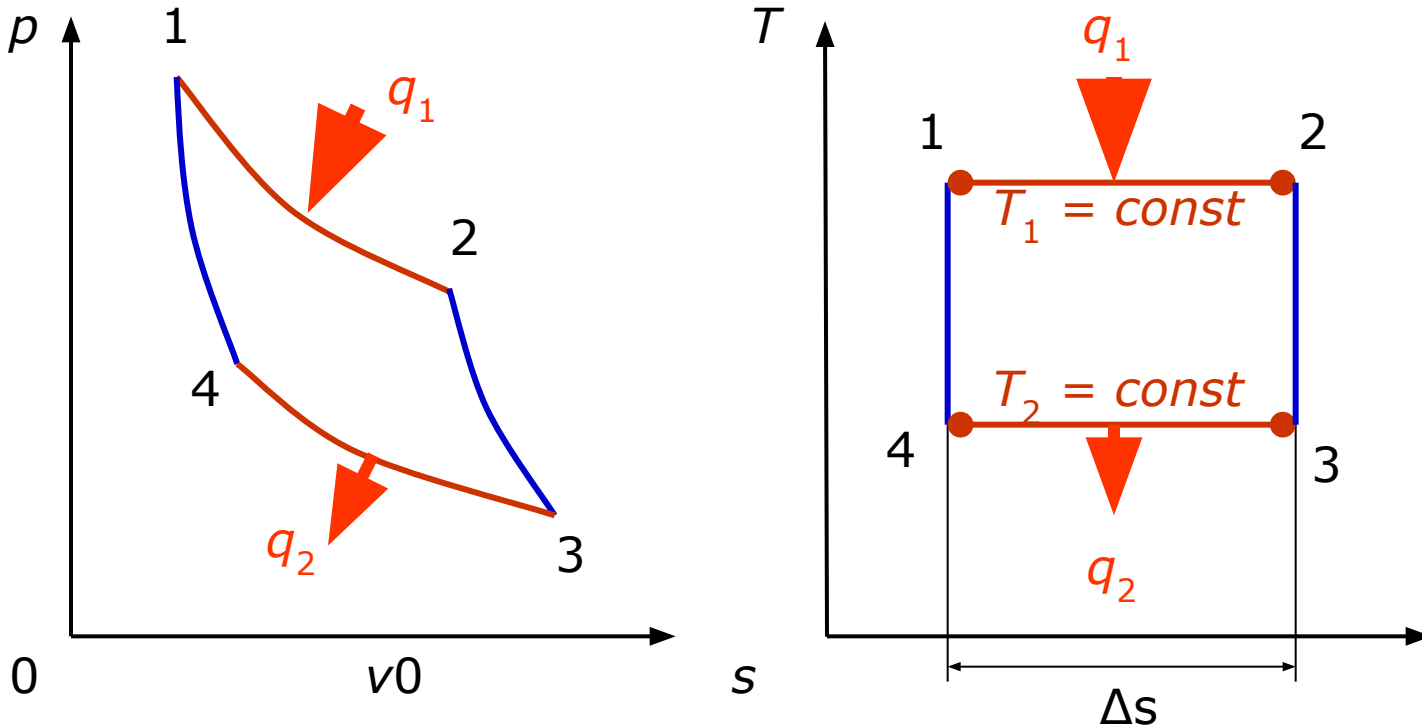
Термодинамика изучает обратимые циклы, необратимость же учитывается эмпирическими коэффициентами.

Карно предложил оптимальный теоретический цикл для преобразования теплоты в механическую энергию, который невозможно осуществить в реальном тепловом двигателе.

Значение цикла Карно заключается в том, что он имеет максимальный КПД в заданном диапазоне температур.



# Цикл Карно



# Процессы, составляющие цикл Карно

1-2 изотермический подвод теплоты от энергоемкого горячего источника к рабочему телу;

2-3 адиабатное расширение рабочего тела;

3-4 изотермический отвод теплоты от рабочего тела к энергоемкому холодному источнику;

4-1 адиабатное сжатие рабочего тела.

Изотермический процесс самый экономичный для подвода теплоты, так как в нем, согласно I закону термодинамики, вся подведенная к газу теплота расходуется только на работу ( $q=l$ ).

# Термический КПД цикла Карно

Адиабатный процесс расширения газа самый подходящий, так как в нем нет потерь теплоты от газа в окружающую среду ( $q=0$ ).

В  $Ts$ -диаграмме (тепловой) площадь под процессом представляет собой теплоту, поэтому термический КПД цикла Карно:

$$\eta_t = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{T_2 \Delta s}{T_1 \Delta s} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

# Независимость $\eta_t$ цикла Карно от физических свойств рабочего тела

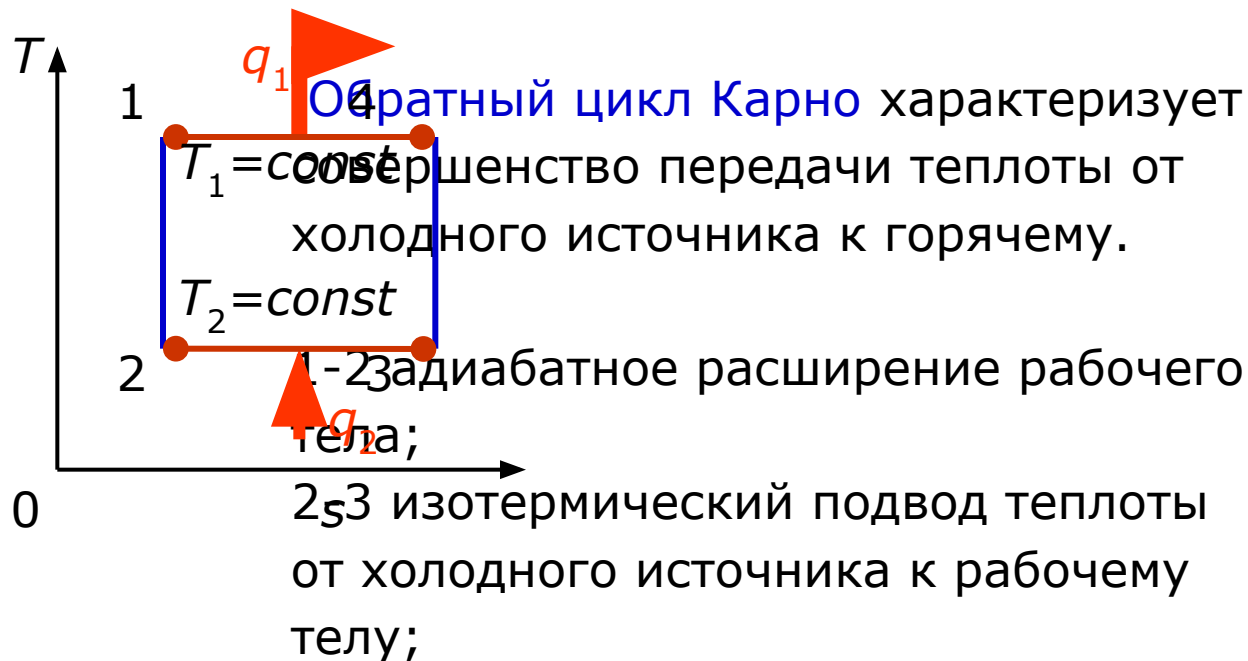
В выражении термического КПД нет физических свойств рабочего тела.

Значит  $\eta_t$  цикла Карно зависит только от температур горячего и холодного источников.

Причем, чем шире диапазон температур цикла, тем выше его термический КПД.

На следующем слайде в  $Ts$ -диаграмме изображены в одном диапазоне температур от  $T_2$  до  $T_1$  произвольный цикл  $ABCD$  и описанный вокруг него цикл Карно 12341.

# Обратный цикл Карно



# Холодильный коэффициент

По I закону термодинамики для цикла:

$$q = q_1 - q_2 = l.$$

Основной характеристикой обратного цикла является холодильный коэффициент:

$$\varepsilon = q_2 / (q_1 - q_2) = q_2 / l.$$

Для обратного цикла Карно:

$$\varepsilon = T_2 \Delta s / (T_1 \Delta s - T_2 \Delta s) = T_2 / (T_1 - T_2).$$