

# Уравнения с одной переменной

Подготовка к экзамену

9 класс

Видутова Татьяна Владимировна  
учитель математики МОУ СОШ №5  
г. Улан-Удэ Республика Бурятия 2009г

# Уравнения с одной переменной

- Определение

Равенство с переменной  $f(x)=g(x)$  называется уравнением с одной переменной.

- Корень уравнения

Значение переменной, при котором уравнение обращается в верное равенство называется корнем уравнения

# Уравнения

рациональны

е

иррациональные

целые

дробные

Переменная под  
знаком корня

Левая и правая части  
уравнения - целые  
выражения

Левая и правая части  
уравнения – дробные  
выражения (x в знаменателе)

# Целые уравнения

- Линейные уравнения и уравнения, приводимые к виду  $ax=b$

$$5x=20 ; -3x+63=12 ; 3-5(x+1)=6-4x ; (x+1)/2+5x/12=3/4$$

- Квадратные уравнения и уравнения, приводимые к виду  $ax^2+bx+c=0$

$$3x^2+5x+2=0; 3x^2-12x=0; x(x+2)=3 ; x^2-6x=4x-25 ;$$

$$(3x+1)(6-4x)=0 .$$

Линейным уравнением с одной переменной называется уравнение вида  $ax=b$ , где  $x$ - переменная,  $a$  и  $b$  – числа.

## Решение линейного уравнения

- Если  $a \neq 0$ , то  $x = b/a$  –единственный корень.  $-6x=3,6$      $x=3,6 :(-6)$      $x = -0,6$

- Если  $a=0$ , то корней нет.     $0x=12$

- Если  $a=0$  и  $b=0$ , то корнем является любое число.     $0x=0$



Квадратным уравнением называется уравнение вида  $ax^2+bx+c=0$ , где коэффициенты  $a, b, c$  – любые действительные числа, причем  $a \neq 0$

• Приведенное, если  $a=1$        $x^2+3x-4=0$

• Неприведенное, если  $a \neq 1$        $2x^2-7x+5=0$

• Полное, если  $b$  и  $c$  отличны от нуля

• Неполное, если  $b$  или  $c$  равны нулю

$$x^2+4x=0$$

$$-5x^2+45=0$$

$$4x^2=0$$



## Решение неполных квадратных уравнений:

вид	$ax^2=0$	$ax^2+c=0$	$ax^2+bx=0$
решение	$x=0$	$ax^2=-c$ $x^2=-c/a$ ( если $-c/a > 0$ ) $x = \pm \sqrt{-c/a}$ ( если $-c/a < 0$ , то корней нет )	$x(ax+b)=0$ $x=0$ или $ax+b=0$ $x=-b/a$
ответ	$x=0$	$x_1 = \sqrt{-c/a}$ $x_2 = -\sqrt{-c/a}$	$x_1=0$ $x_2=-b/a$

# Решение полных квадратных уравнений

$$ax^2+bx+c=0$$

$$D=b^2-4ac$$

- если  $D < 0$ , то корней нет
- если  $D = 0$ , то один корень
- Если  $D > 0$ , то два корня:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

Если  $b=2k$ , то

$$D_1=k^2-ac$$

$$x_1 = \frac{-k + \sqrt{D_1}}{a}$$

$$x_2 = \frac{-k - \sqrt{D_1}}{a}$$

Теорема Виета

(обратная)

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Свойства

1) если

$$a+b+c=0, \text{ то}$$

$$x_1=1, x_2=c/a$$

2) если

$$a-b+c=0, \text{ то}$$

$$x_1=-1, x_2=-c/a$$

# Решение дробных уравнений

- Преобразовать уравнение к виду  $\frac{p(x)}{g(x)} = 0$
- Решить уравнение  $p(x)=0$
- Найти область допустимых значений, т.е.  
 $g(x) \neq 0$  (ОДЗ)
- Проверить, удовлетворяют ли корни уравнения  $p(x)=0$  ОДЗ данного уравнения
- Записать ответ

# Решение иррациональных уравнений

- Возводим в квадрат левую и правую части уравнение
- Решаем, получившееся рациональное уравнение
- Делаем проверку (при возведении в квадрат могут появиться посторонние корни)





# Определите вид уравнения

1.  $7x - 0,5 = 6 - 1,5(2x + 1)$

2.  $2x^2 + 5x - 3 = 0$

3.  $\frac{x - 2}{3} - 2 = \frac{x}{5}$

4.  $5x^2 + 20x = 0$

5.  $(x - 1)(x + 2) = 0$

6.  $\frac{2x}{2 - x} + \frac{15}{x - 2} = 3x$

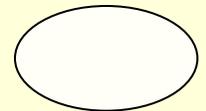
7.  $\sqrt{2x + 1} = 3$

8.  $\frac{3}{x^2 - x} - \frac{6}{x^2 + x} = \frac{1}{x}$

9.  $\sqrt{2x - 5} = \sqrt{4x + 7}$

10.  $2x^2 - 32 = 0$

11.  $(x - 1)x = 5(x - 1)$



# Ответы:

1. линейное:

1, 3

2. квадратное: - неполное

4, 10

- полное

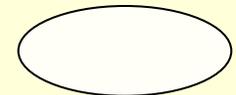
2, 5, 11

3. дробное:

6, 8

4. иррациональное:

7, 9





## Решите самостоятельно уравнения

1.  $7x - 0,5 = 6 - 1,5(2x + 1)$  

7.  $\sqrt{2x + 1} = 3$  

2.  $2x^2 + 5x - 3 = 0$

3.  $\frac{x - 2}{3} - 2 = \frac{x}{5}$

8.  $\frac{3}{x^2 - x} - \frac{6}{x^2 + x} = \frac{1}{x}$

4.  $5x^2 + 20x = 0$  

9.  $\sqrt{2x - 5} = \sqrt{4x + 7}$

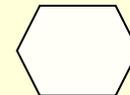
5.  $(x - 1)(x + 2) = 0$

10.  $2x^2 - 32 = 0$

6.  $\frac{2x}{2 - x} + \frac{15}{x - 2} = 3x$  

11.  $(x - 1)x = 5(x - 1)$

8 и 11 уравнение решим на доске



# Ответы и решения:

1.  $7x - 0,5 = 6 - 1,5(2x + 1)$

$$7x - 0.5 = 6 - 3x - 1.5$$

$$7x + 3x = 6 - 1.5 + 0.5$$

$$10x = 5$$

$$x = 5/10$$

$$x = 0.5$$

**Ответ:**  $x = 0,5$

3.  $\frac{x - 2}{3} - 2 = \frac{x}{5} \quad | \cdot 15$

$$5(x - 2) - 30 = 3x$$

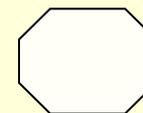
$$5x - 10 - 30 = 3x$$

$$5x - 3x = 40$$

$$2x = 40$$

$$x = 20$$

**Ответ:**  $x = 20$



# Ответы и решения:

4.  $5x(x+4)=0$

$$5x=0 \quad x+4=0$$

$$x_1=0 \quad x_2=-4$$

Ответ: -4; 0

10.  $2x^2=32$

$$x^2=16$$

$$x_1=-4$$

$$x_2=4$$

Ответ: -4; 4

2.  $2x^2+5x-3=0$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 49$$

$$x_{1/2} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = [-3; 0,5]$$

$$x_1=-3 \quad x_2=0,5$$

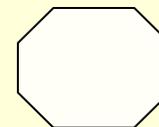
Ответ: -3; 0,5

5.  $(x-1)(x+2)=0$

$$x-1=0 \quad x+2=0$$

$$x_1=1 \quad x_2=-2$$

Ответ: -2; 1



## Ответы и решения:

$$6. \quad \frac{2x}{2-x} + \frac{15}{x-2} = 3x \quad \text{ОДЗ: } x \neq 2$$

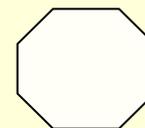
$$\frac{2x}{2-x} - \frac{15}{2-x} = 3x \quad | \cdot (2-x)$$

$$2x - 15 = 3x(2-x)$$

$$2x - 15 - 6x + 3x^2 = 0$$

$$3x^2 - 4x - 15 = 0$$

**Ответ:**  $-1\frac{2}{3}; 3$



# Ответы и решения:

7.  $\sqrt{2x + 1} = 3$

$$\left(\sqrt{2x + 1}\right)^2 = 3^2$$

$$2x + 1 = 9$$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

проверка:

$$\sqrt{2 \cdot 4 + 1} = 3$$

**Ответ:** 4

9.  $\sqrt{2x - 5} = \sqrt{4x + 7}$

$$\left(\sqrt{2x - 5}\right)^2 = \left(\sqrt{4x + 7}\right)^2$$

$$2x - 5 = 4x + 7$$

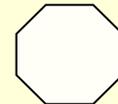
$$2x - 4x = 7 + 5$$

$$-2x = 12$$

$$x = -6 \quad \underline{\text{проверка:}}$$

$$\sqrt{2 \cdot (-6) - 5} = \sqrt{4 \cdot (-6) + 7}$$

**Ответ:** решений нет



# Решим уравнения, используя методы:

- ❖ разложения на множители;
- ❖ введение новой переменной;
- ❖ графический.

1 метод: разложение на множители.

Сборник заданий для подготовки к итоговой  
аттестации :

стр 102 №2.1(1); №2.3(1);

Стр 104 №2.22(1)

## Метод введения новой переменной

1. Уравнения вида  $ax^4+bx^2+c=0$ , где  $a \neq 0$ , является квадратным относительно  $x^2$ , называют биквадратными уравнениями.

$$x^4-11x^2-12=0$$

Пусть  $y=x^2$ , тогда

$$y^2-11y-12=0$$

$$y=-1 \text{ или } y=12$$

Вернемся к переменной  $x$

$$x^2=-1 \quad \text{или} \quad x=12$$

решения

нет

$$x_{1.2} = \pm 2\sqrt{3}$$

Сборник заданий для подготовки к итоговой аттестации

стр 102 № 2.6, 2.7; стр 104 №2.26.

2. Сборник заданий для подготовки к итоговой аттестации

стр 104 №2.24(1), 2.25(1)

## Домашнее задание:



Сборник заданий для подготовки к итоговой аттестации :

1. Часть I
2. Часть II стр 102-108

**ЖЕЛАЮ УДАЧИ НА ЭКЗАМЕНЕ**

## *Используемая литература*

1. Мордкович А.Г. Алгебра. 8 класс.: В двух частях. Ч.1: Учеб. для общеобразоват. учреждений. – 5-е изд. – М.: Мнемозина, 2003.
2. Мордкович А.Г. Алгебра. 8 класс.: В двух частях. Ч.2: Задачник для общеобразоват. учреждений. /А.Г. Мордкович, Т.Н. Мишустина, Е.Е. Тульчинская.– 6-е изд. – М.: Мнемозина, 2004
3. Мордкович А.Г. Алгебра. 9 класс.: В двух частях. Ч.1: Учеб. для общеобразоват. учреждений. – 8-е изд. – М.: Мнемозина, 2006.
4. Мордкович А.Г. Алгебра. 9 класс.: В двух частях. Ч.2: Задачник для общеобразоват. учреждений. /А.Г. Мордкович, Т.Н. Мишустина, Е.Е. Тульчинская.– 8-е изд. – М.: Мнемозина, 2006.
5. Алгебра: сборник заданий для подготовки к итоговой аттестации в 9 кл./Л. В.Кузнецова, С.Б.Суворова, Е.А. Бунимович и др./ -2-е изд.-М.: Просвещение,2007г.

Презентация – шаблон Microsoft Office PowerPoint 97-2003.