Кубанский государственный технологический университет
Институт информационных технологий и безопасности
Кафедра компьютерных технологий и информационной безопасности

Учебная дисциплина

Электротехника и электроника

Лекция

Частотные характеристики электрических цепей

Учебные вопросы:

1. Основные понятия и определения частотных характеристик
2. Частотные характеристики RC и CR цепей
3. Частотные характеристики RL и LR цепей
4. Логарифмические частотные характеристики

Литература:

1. Бакалов В.П., Игнатов А.Н., Крук Б.И. Основы теории электрических цепей и электроники: *Учебник для вузов*, - М.: Радио и связь, 1999 г, с. 103 –112.

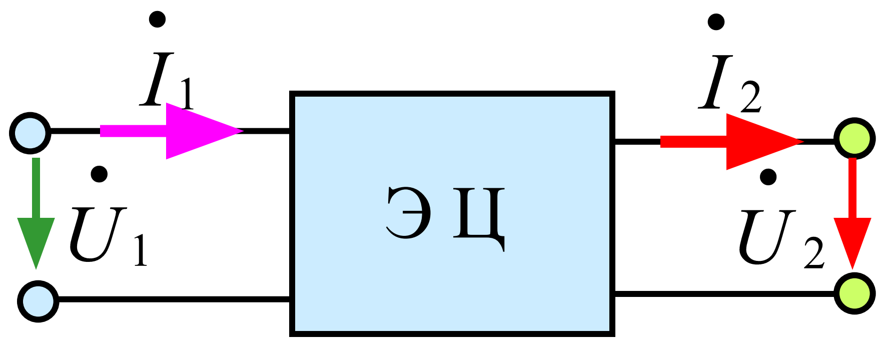
2. Иванов М.Т., Сергиенко А.Б.,Ушаков В.Н. Теоретические основы радиотехники: *Учебник для вузов*, - М.: Высшая школа, 2002 г, с. 116 – 1288.

3. Бычков Ю.А., Золотницкий В.М., Чернышев Э.П. Основы теории электрических цепей: *Учебник для вузов*, - СПб.: Издательство «Лань» 2002 г, с. 196 –202.

1. Основные понятия и определения частотных характеристик ЭЦ

воздействие

реакция



$$\dot{I}_1 = I_1 \cdot e^{j\varphi_{i1}}$$

$$\dot{U}_1 = U_1 \cdot e^{j\varphi_{u1}}$$

$$\dot{I}_2 = I_2 \cdot e^{j\varphi_{i2}}$$

$$\dot{U}_2 = U_2 \cdot e^{j\varphi_{u2}}$$

- Комплексная передаточная функция по напряжению ЭЦ

$$\boxed{K_u(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{U_2}{U_1} \cdot e^{j(\varphi_{u2} - \varphi_{u1})}}$$

Модуль - АЧХ

Аргумент - ФЧХ

$$\left|K_u(j\omega)\right| = K_u(\omega) = \frac{U_2}{U_1}$$

АЧХ цепи – показывает зависимость от частоты отношения амплитуд выходного и входного гармонического воздействия

ФЧХ цепи – показывает зависимость от частоты разности фаз выходного и входного напряжения

$$\varphi_u(\omega) = \varphi_{u_2} - \varphi_{u_1}$$

- Комплексная передаточная функция по току ЭЦ

$$K_i(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \underbrace{\frac{I_2}{I_1}}_{} \cdot e^{j\overbrace{(\varphi_{i_2} - \varphi_{i_1})}^{}}$$

Модуль - АЧХ

Аргумент - ФЧХ

Характеризует зависимость от частоты отношения амплитуд токов

Характеризует зависимость от частоты разности фаз токов

❑ Комплексная функция входного сопротивления ЭЦ

$$\boxed{Z_{BX}(j\omega)=\frac{\dot U_1}{\dot I_1}=\underbrace{\frac{U_1}{I_1}}\cdot e^{j\underbrace{(\varphi_{u_1}-\varphi_{i_1})}}}$$

Модуль - АЧХ

Аргумент - ФЧХ

Характеризует зависимость от частоты полного входного сопротивления цепи

$$\boxed{|Z_{BX}(j\omega)|=Z_{BX}(\omega)=\frac{U_1}{I_1}}$$

$$\boxed{\varphi_{Z_{BX}}(\omega)=\varphi_{u_1}-\varphi_{i_1}}$$

Характеризует зависимость от частоты разность фаз между входным напряжением и током

Алгебраическая форма записи комплексной функции входного сопротивления ЭЦ

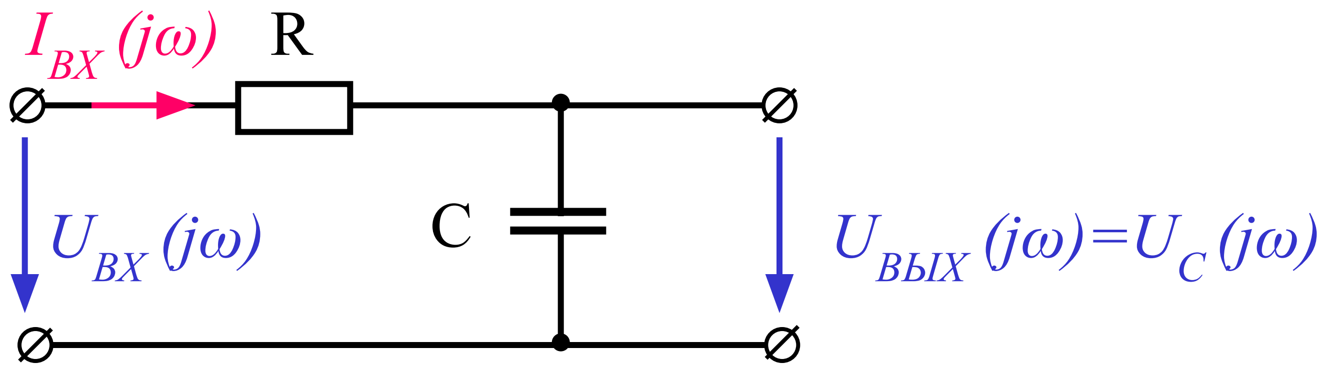
$$\boxed{Z_{BX}(j\omega)=R_{BX}(\omega)+jX_{BX}(\omega)}$$

$$\boxed{Z_{BX}(\omega)=\sqrt{R^2{}_{BX}(\omega)+X^2{}_{BX}(\omega)}}$$

$$\boxed{\varphi_{Z_{BX}}=arctg\,\frac{X_{BX}(\omega)}{R_{BX}(\omega)}}$$

2. Частотные характеристики RC и CR цепей

2.1 Частотные характеристики RC цепи

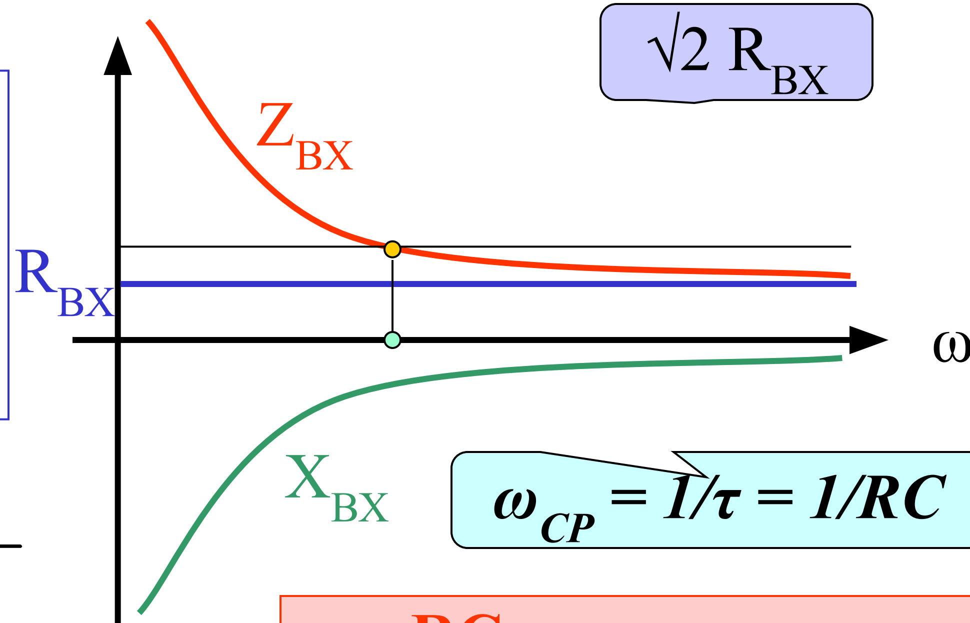


1. Комплексное входное сопротивление цепи

$$Z_{BX}(j\omega) = R_{BX} + jX_{BX} = $$
$$= R + \frac{1}{j\omega C} = R\left[1 - j\frac{1}{\omega CR}\right]$$

Модуль Z_{BX}

$$Z_{BX}(\omega) = R\sqrt{1 + 1/(\omega \cdot \tau)^2}$$



τ = RC, с – *постоянная времени RC цепи*

2. Комплексная передаточная функция напряжения *RC цепи*

$$K_u(j\omega)=\frac{\dot U_2}{\dot U_1}=\frac{\dot U_C}{\dot U_1}=\frac{\overbrace{\dot U_1\cdot 1/j\omega C}^{\dot U_2}}{(R+1/j\omega C)\cdot \dot U_1}=\frac{1/j\omega C}{(R+1/j\omega C)}=$$

$$=\frac{1}{1+j\omega CR}=\frac{1}{1+j\omega\tau},/\,при\rightarrow\tau=RC$$

Модуль $K_U(j\omega)\Rightarrow$ АЧХ цепи

$$\boxed{K_U(\omega)=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega\cdot\tau)^2}}}$$

$$\boxed{\varphi(\omega)=-arctg(\omega\cdot\tau)}$$

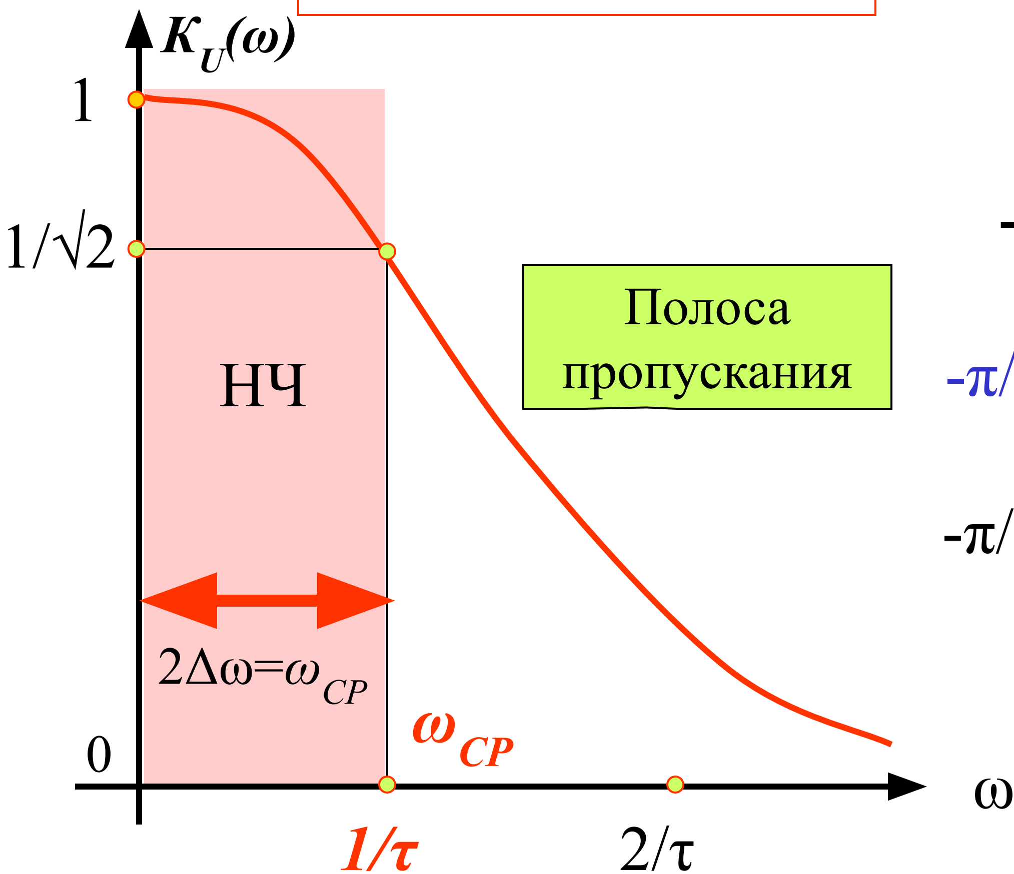
Аргумент $K_U(j\omega)\Rightarrow$ ФЧХ цепи

Условие определяющее частоту среза цепи - ω_{CP}

$$\boxed{K_U(\omega_{CP})=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega_{CP}\cdot\tau)^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

АЧХ

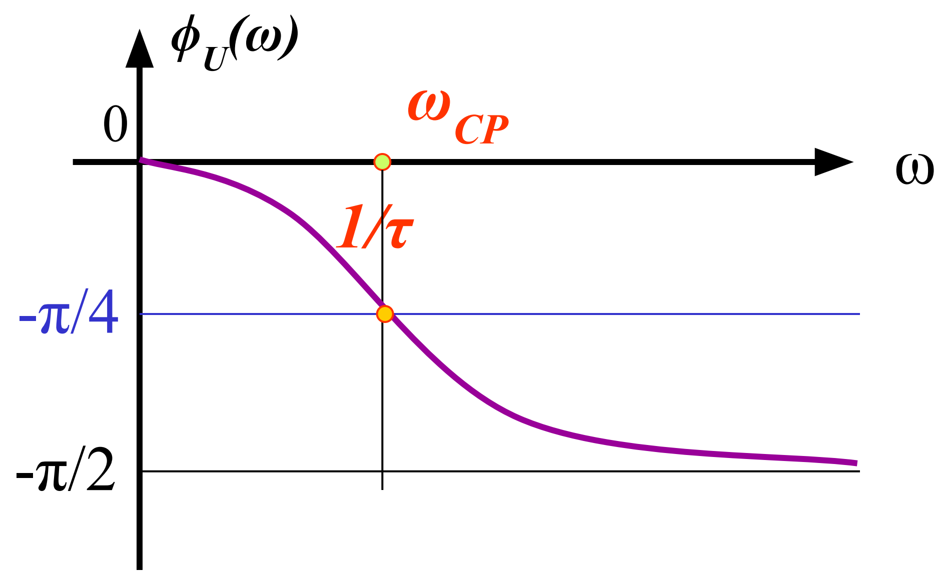
$$K_U(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega\cdot\tau)^2}}$$



$$\omega_{CP} = \frac{1}{\tau}\left[\frac{рад}{c}\right]; \Rightarrow или \Rightarrow f_{CP} = \frac{1}{2\pi\cdot\tau}\left[Гц\right]$$

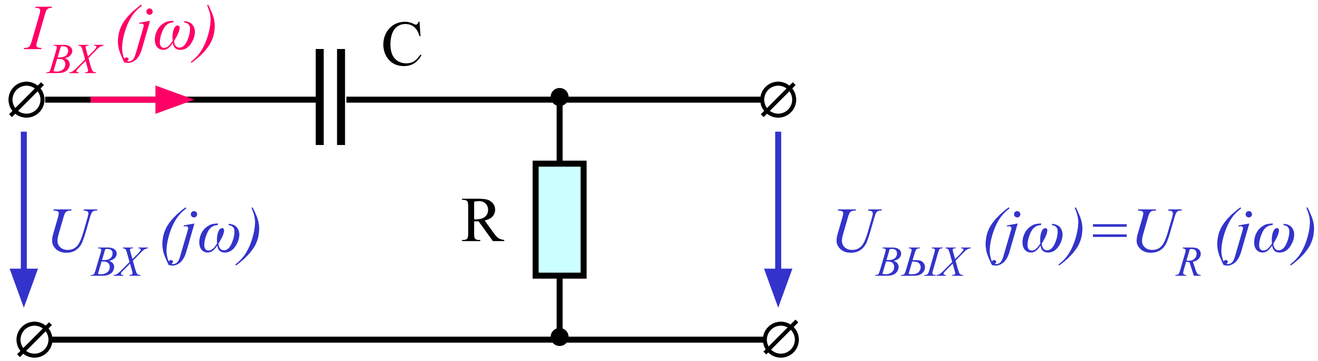
ФЧХ *RC - цепи*

$$\varphi(\omega) = -arctg(\omega\cdot\tau)$$



<u>Вывод:</u> RC цепь обладает избирательными свойствами, т.к. достаточно хорошо пропускает колебания низких частот и не пропускает (подавляет) колебания высоких частот

2.1 Частотные характеристики CR цепи



1. Комплексное входное сопротивление цепи (такое как и у RC – цепи)

$$Z_{BX}(j\omega)=\frac{1}{j\omega C}+R=R\left[1-j\frac{1}{\omega CR}\right]$$

2. Комплексная передаточная функция напряжения ***CR цепи***

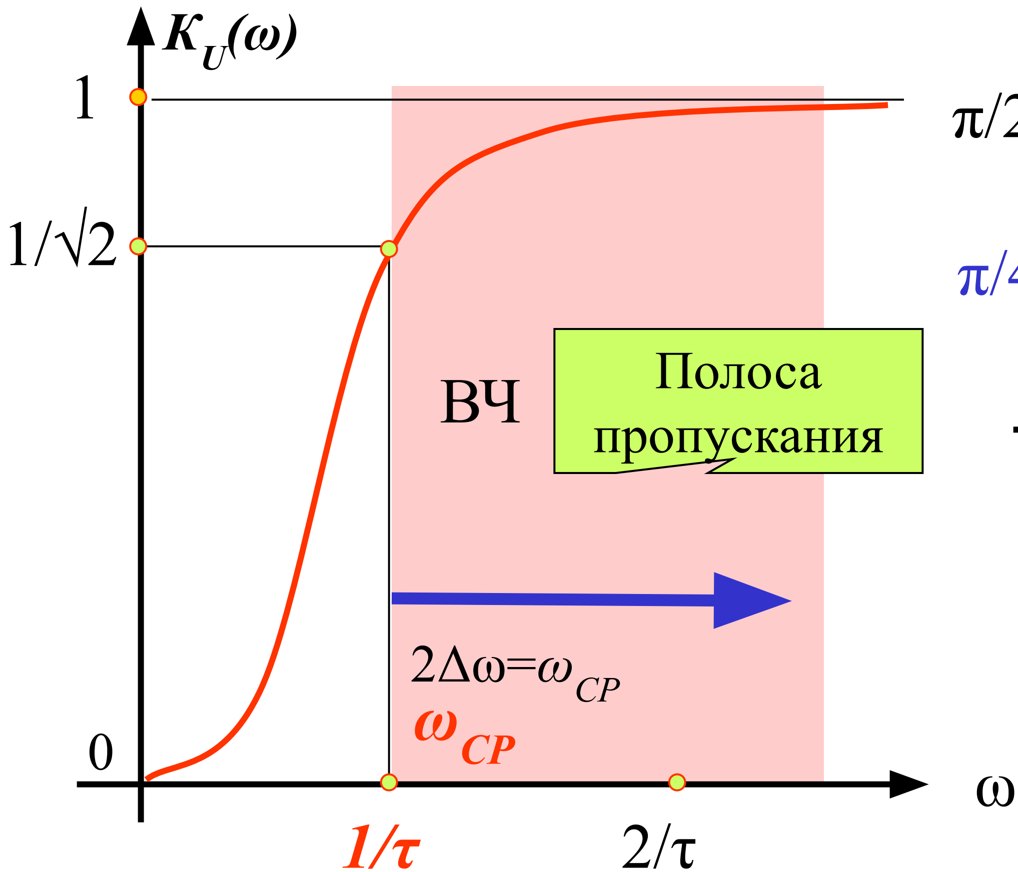
$$K_u(j\omega)=\frac{\dot U_2}{\dot U_1}=\frac{\dot U_R}{\dot U_1}=\frac{\overbrace{\dot U_1\cdot R}^{}}{\left(R+\frac{1}{j\omega C}\right)\cdot\dot U_1}=\frac{R}{\left(R+\frac{1}{j\omega C}\right)}=$$

$\dot U_2$

$$=\frac{1}{1+\frac{1}{j\omega CR}}=\frac{1}{1+\frac{1}{j\omega\tau}},/\,при\rightarrow\tau=RC$$

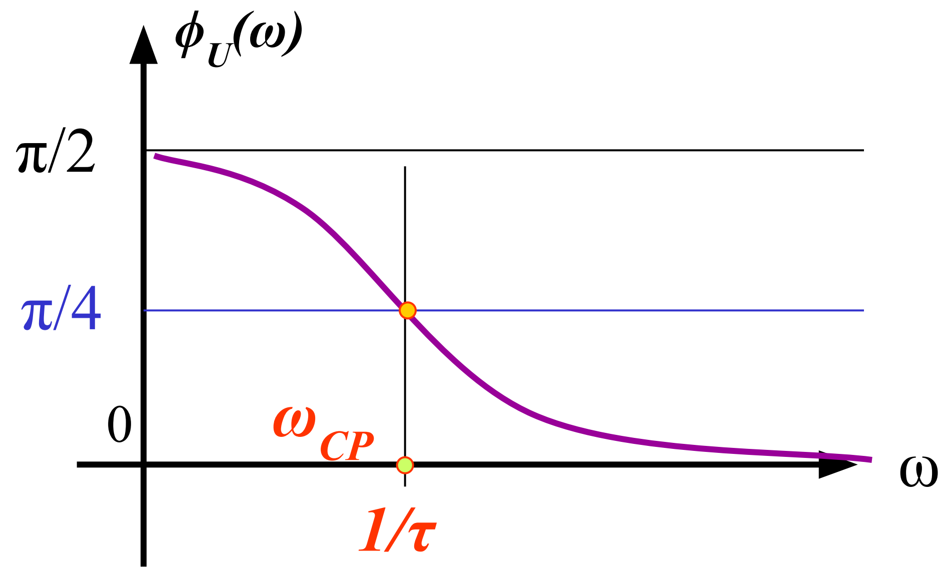
Модуль $K_U(j\omega) \Rightarrow$ АЧХ цепи

$$K_U(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega \cdot \tau)^2}}}$$



Аргумент $K_U(j\omega) \Rightarrow$ ФЧХ цепи

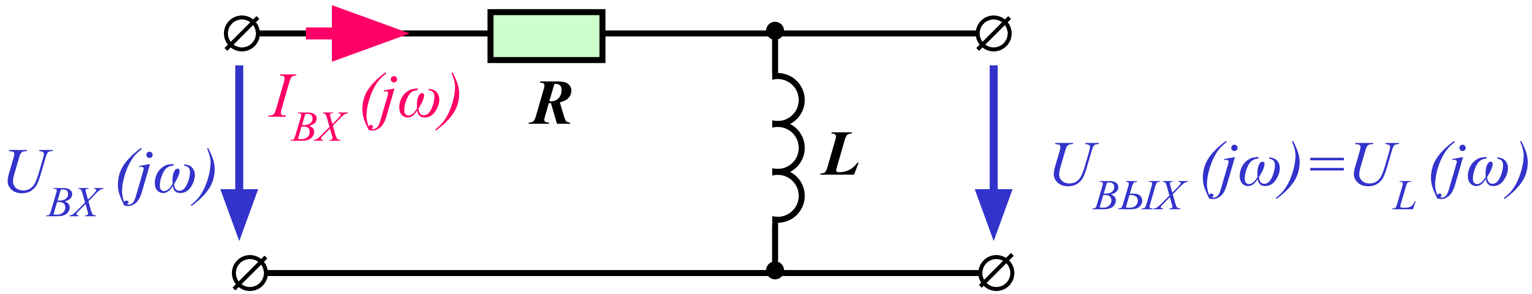
$$\varphi(\omega) = arctg\frac{1}{(\omega \cdot \tau)}$$



Вывод: CR цепь обладает избирательными свойствами, т.к. достаточно хорошо пропускает колебания высоких частот и не пропускает (подавляет) колебания низких частот

3. Частотные характеристики RL и LR цепей

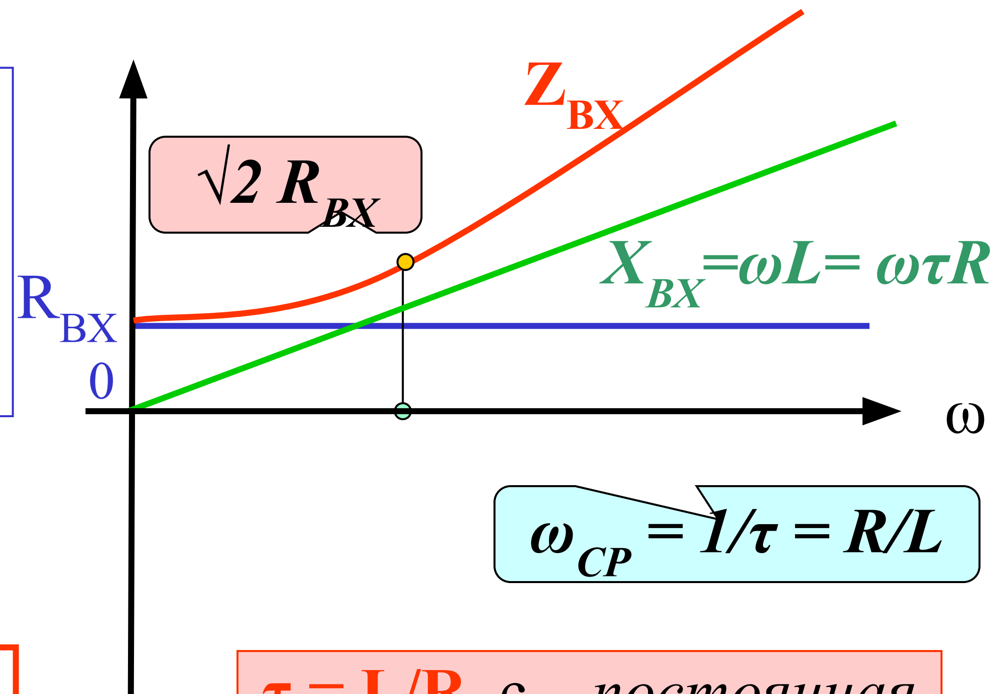
3.1 Частотные характеристики RL цепи



1. Комплексное входное сопротивление цепи

$$Z_{BX}(j\omega) = R_{BX} + jX_{BX} =$$
$$= R + j\omega L = R\left[1 + j\omega\frac{L}{R}\right]$$

$$\tau = L/R$$



Модуль Z_{BX}

$$Z_{BX}(\omega) = R\sqrt{1 + (\omega\cdot\tau)^2}$$

τ = L/R, с – *постоянная времени RL цепи*

2. Комплексная передаточная функция напряжения *RL цепи*

$$K_u(j\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{\dot{U}_L}{\dot{U}_1}=\frac{\dot{U}_1\cdot j\omega L}{(R+j\omega L)\cdot\dot{U}_1}=\frac{j\omega L}{(R+j\omega L)}=$$

$$=\frac{1}{1+\dfrac{R}{j\omega L}}=\frac{1}{1+{}^{1}\!/_{j\omega\tau}},/\,npu\rightarrow\tau=\frac{L}{R}$$

что совпадает с комплексной передаточной функцией ***CR цепи***

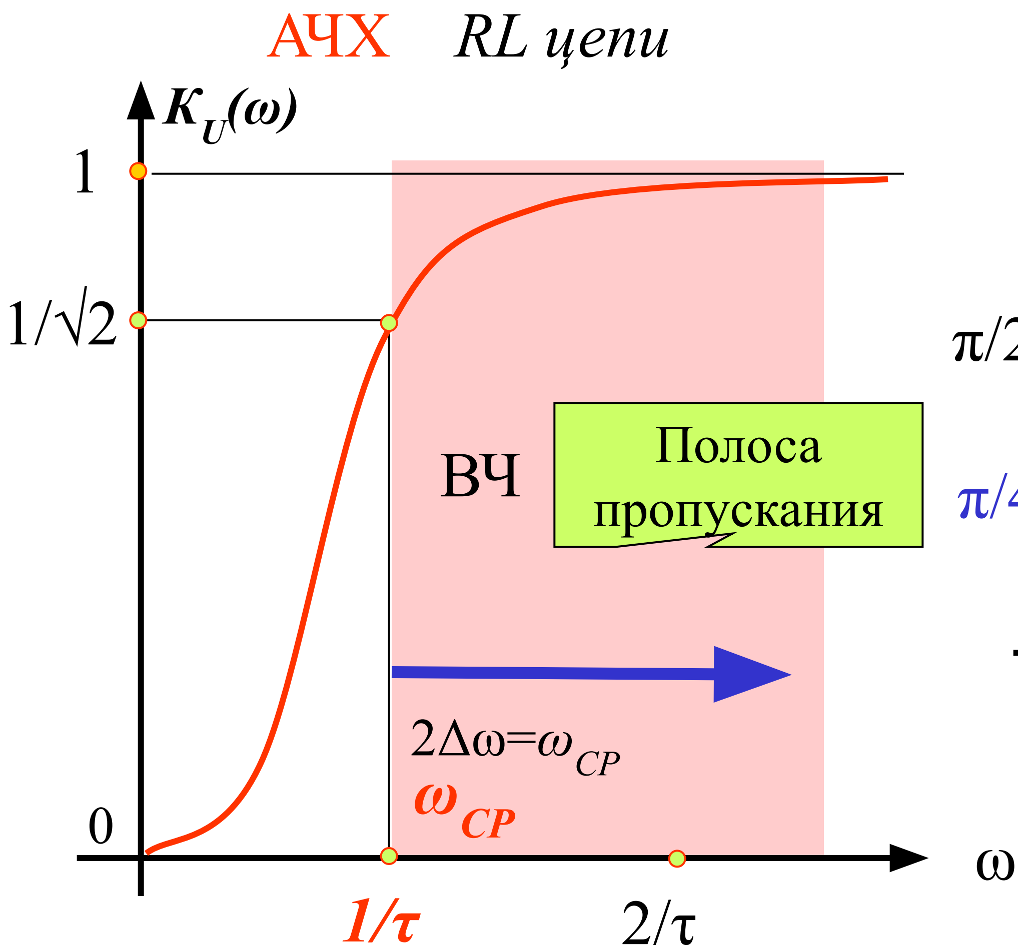
Модуль $K_U(j\omega)\Rightarrow$ АЧХ цепи

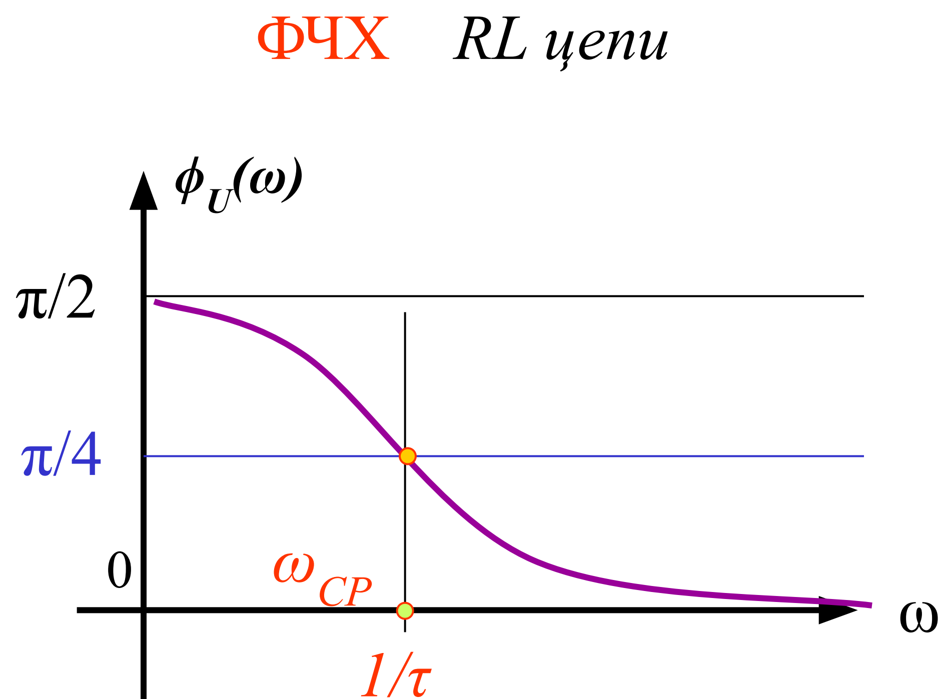
Аргумент $K_U(j\omega)\Rightarrow$ ФЧХ цепи

$$\boxed{K_U(\omega)=\frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{1}{(\omega\cdot\tau)^2}}}}$$

$$\boxed{\varphi(\omega)=arctg\frac{1}{(\omega\cdot\tau)}}$$

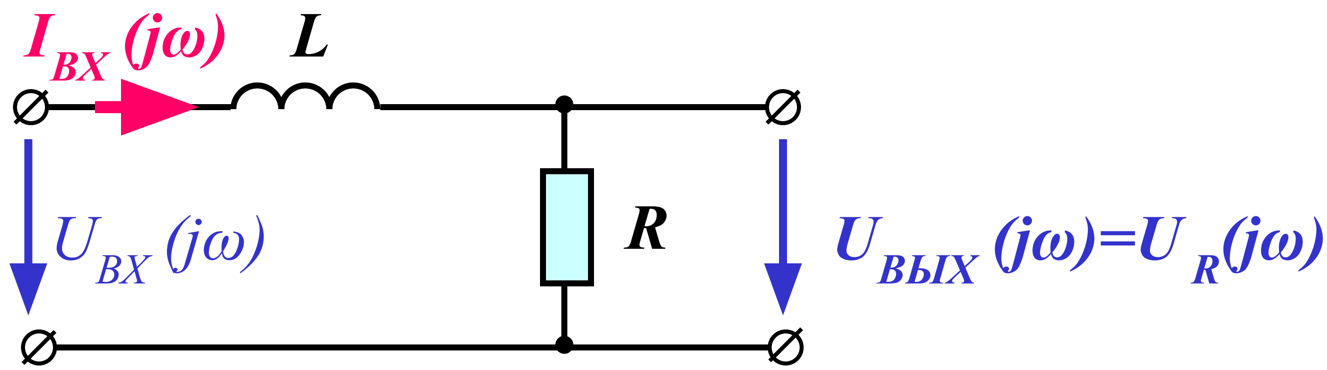
Графические зависимости определяющие АЧХ и ФЧХ RL цепи аналогичны соответствующим характеристикам CR цепи





Вывод: RL цепь обладает избирательными свойствами, т.к. достаточно хорошо пропускает колебания высоких частот и не пропускает (подавляет) колебания низких частот

3.2 Частотные характеристики *LR* цепи



1. Комплексное входное сопротивление цепи (такое же как и у *RL – цепи*)

$$Z_{BX}(j\omega) = jX_{BX} + R_{BX} = \\ = R + j\omega L = R\left[1 + j\omega\tau\right]$$

$$K_u(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\dot{U}_R}{\dot{U}_1} = \frac{\dot{U}_1 \cdot R}{(R + j\omega L)\cdot \dot{U}_1} = \frac{R}{(R + j\omega L)} =$$

$\dot{U}_2$

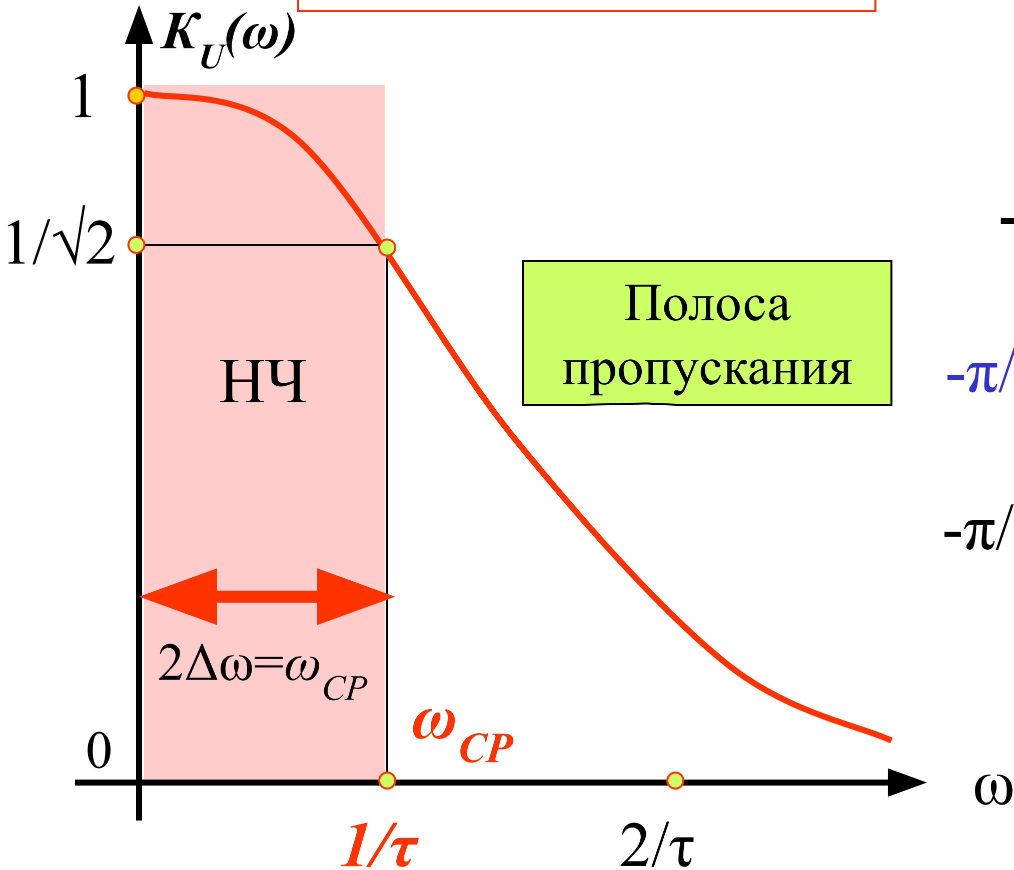
$$= \frac{1}{1 + j\omega\frac{L}{R}} = \frac{1}{1 + j\omega\tau}, / при \rightarrow \tau = \frac{L}{R}$$

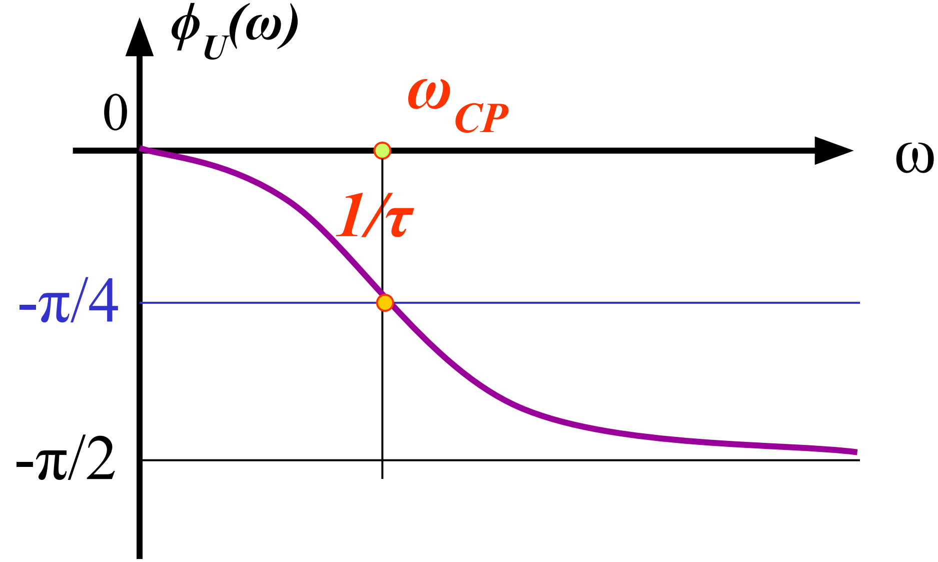
АЧХ

$$K_U(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega\cdot\tau)^2}}$$

ФЧХ *LR - цепи*

$$\varphi(\omega) = -arctg(\omega\cdot\tau)$$





$$\omega_{CP} = \frac{1}{\tau}\left[\frac{рад}{с}\right]; \Rightarrow или \Rightarrow f_{CP} = \frac{1}{2\pi\cdot\tau}\left[Гц\right]$$

Вывод: LR цепь обладает избирательными свойствами, т.к. достаточно хорошо пропускает колебания низких частот и не пропускает (подавляет) колебания высоких частот

Для непериодических воздействий комплексные передаточные функции определяются через спектральные плотности воздействия и реакции

$$\boxed{K(j\omega)=\frac{S_2(j\omega)}{S_1(j\omega)}=\frac{S_{ВЫХ}(j\omega)}{S_{ВХ}(j\omega)}}$$

$$\boxed{K_U(j\omega)=\frac{S_{2U}(j\omega)}{S_{1U}(j\omega)}}$$

по напряжению

по току

$$\boxed{K_I(j\omega)=\frac{S_{2I}(j\omega)}{S_{1I}(j\omega)}}$$

$$\boxed{Z_{BX}(j\omega)=\frac{S_{2U}(j\omega)}{S_{1I}(j\omega)}}$$

Частотные характеристики не зависят от амплитуд и начальных фаз воздействий и определяются только данными цепи: числом, свойствами, значениями и порядком соединения друг с другом ее элементов.

Частотные характеристики описывают собственно электрическую цепь

4. Логарифмические частотные характеристики цепей

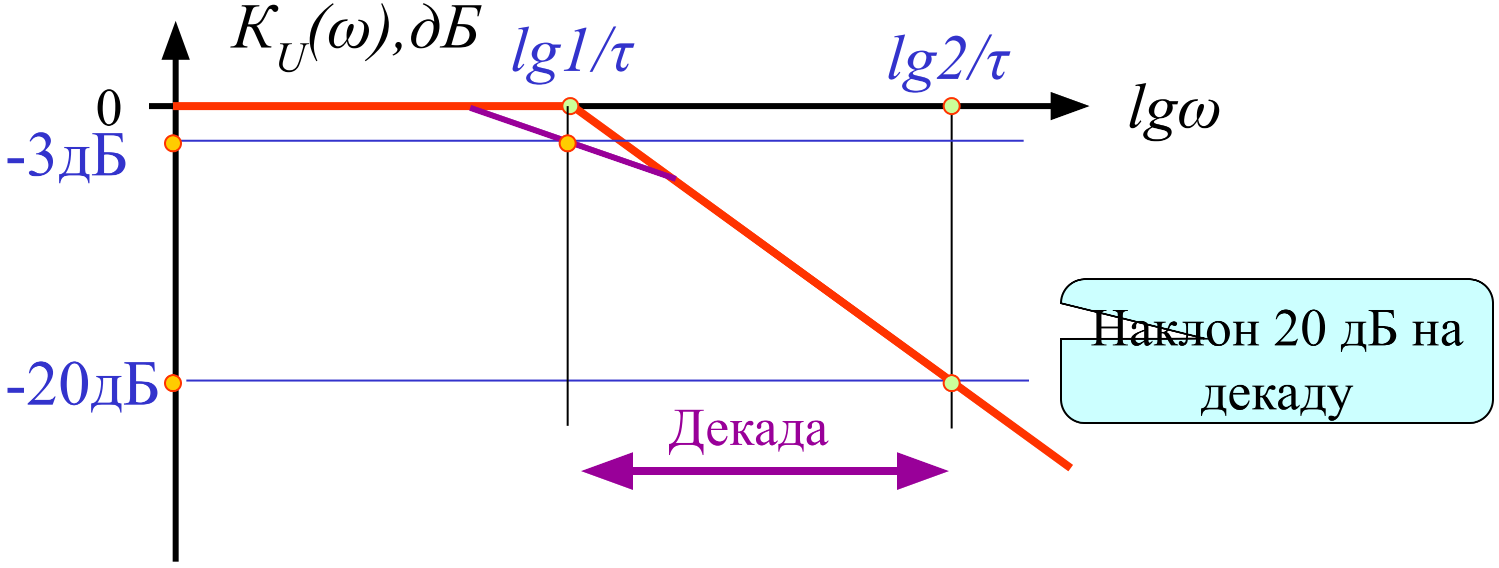
Логарифмируя амплитудно-частотную характеристику цепи и умножая ее на 20 получим АЧХ, выраженную в децибелах (ЛАЧХ)

АЧХ *RC и LR цепи*

$$K_U(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega\cdot\tau)^2}}$$

ЛАЧХ *RC и LR цепи*

$$K_U(\omega)_{дБ} = 20\lg\frac{1}{\sqrt{1+(\omega\cdot\tau)^2}} = -20\lg\sqrt{1+(\omega\cdot\tau)^2}$$



Декада – *единица измерения логарифмической частоты* – интервал частот, соответствующий изменению частоты в 10 раз

Задание на самостоятельную работу

Литература:

1. Бакалов В.П., Игнатов А.Н., Крук Б.И. Основы теории электрических цепей и электроники: *Учебник для вузов*, - М.: Радио и связь, 1999 г, с. 103 –112.
2. Иванов М.Т., Сергиенко А.Б.,Ушаков В.Н. Теоретические основы радиотехники: *Учебник для вузов*, - М.: Высшая школа, 2002 г, с. 116 – 1288.

3. Бычков Ю.А., Золотницкий В.М., Чернышев Э.П. Основы теории электрических цепей: *Учебник для вузов*, - СПб.: Издательство «Лань» 2002 г, с. 196 –202.