РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ТЕМАМ:

«ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА», «ТЕОРЕМА СИНУСОВ», «ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ».

Геометрия
9 класс

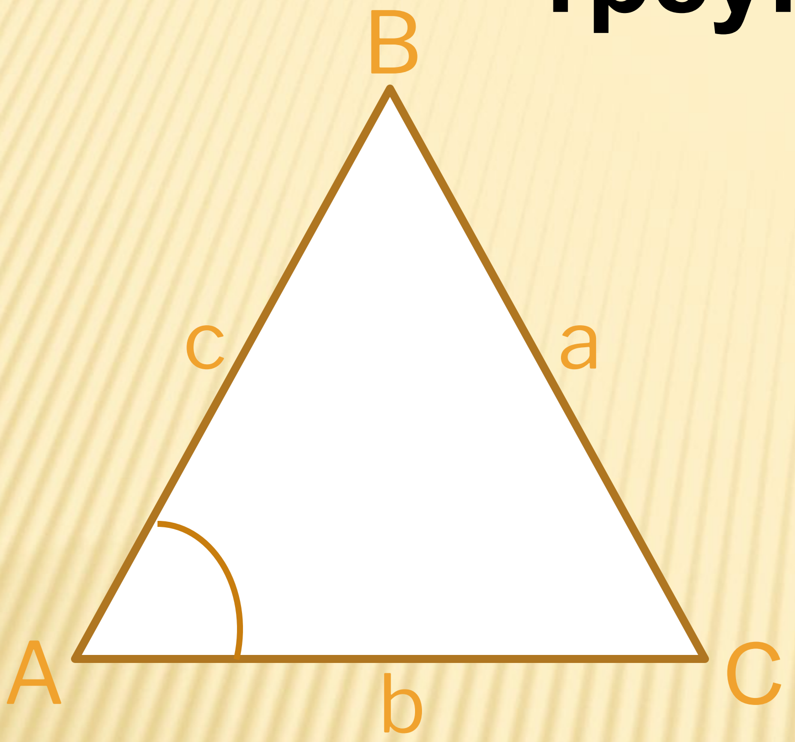
Корельская Галина Юрьевна
Романенко Елена Леонидовна

МБОУ СОШ № 33 г. Архангельск

«Расскажи мне, и я забуду,
покажи мне, и я запомню,
дай мне сделать самому,
и я пойму.»

О. Хайям.

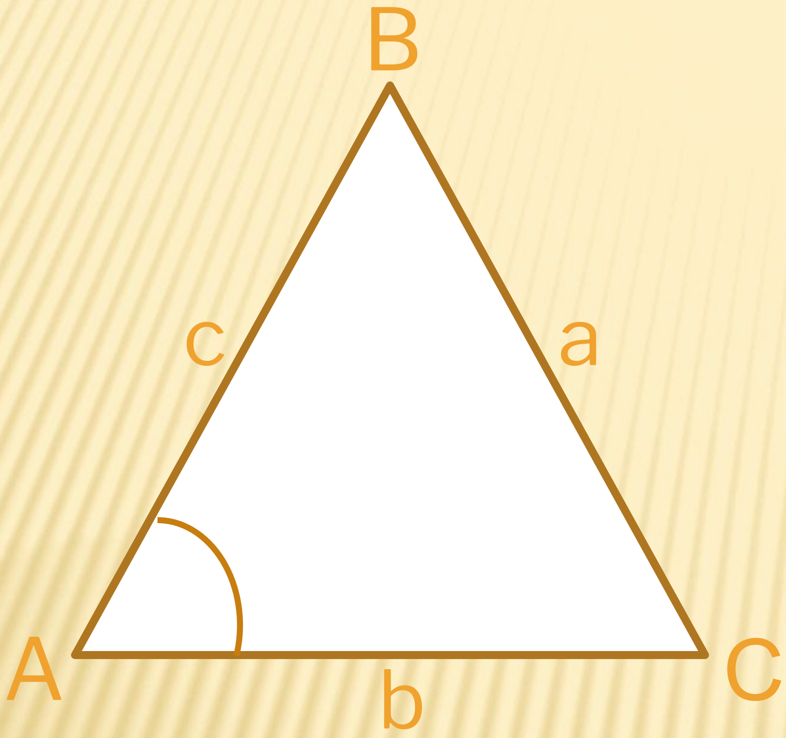
Площадь треугольника



Площадь треугольника равна половине произведения его двух сторон на синус угла между ними.

$$S = \frac{1}{2} \cdot c \cdot b \cdot \sin A$$

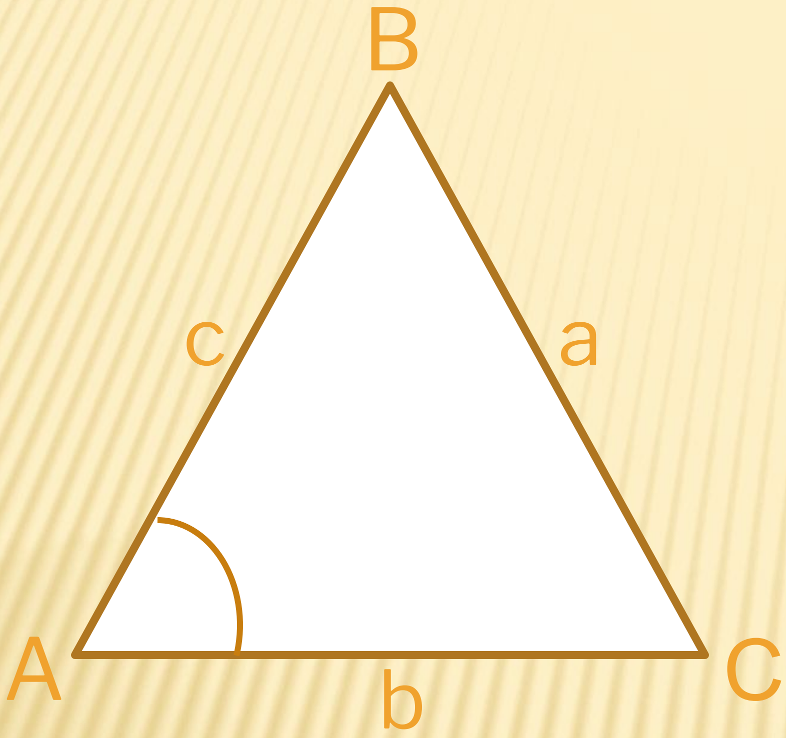
Теорема синусов



Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

Теорема косинусов



Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других его сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

Задачи

1) Дано: ΔABC

$AB = BC = 6\ см$

$\angle B = 30^o$

Найдите: $S_\Delta ?$

2) Дано: ΔABC

$AB = 4\sqrt{6}\ см$

$BC = 6\sqrt{3}\ см$

$\angle C = 45^o$

Найдите: $\sin A ?$

3) Дано: ΔABC

$AB = 5\ см$

$BC = 8\ см$

$\angle B = 120^o$

Найдите: $AC ?$

1) $S = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B$

$S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \sin 30^o$

$S = 9\ см^2$

Отве т: $9\ см^2$

2) $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A}$

$\sin A = \frac{6\sqrt{3} \cdot \sin 45^o}{4\sqrt{6}}$

$\sin A = \frac{3}{4}$

Отве т: $0{,}75$

3) $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos B$

$AC^2 = 25 + 64 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$

$AC = \sqrt{129}\ см$

Отве т: $\sqrt{129}\ см$

В треугольнике АВС

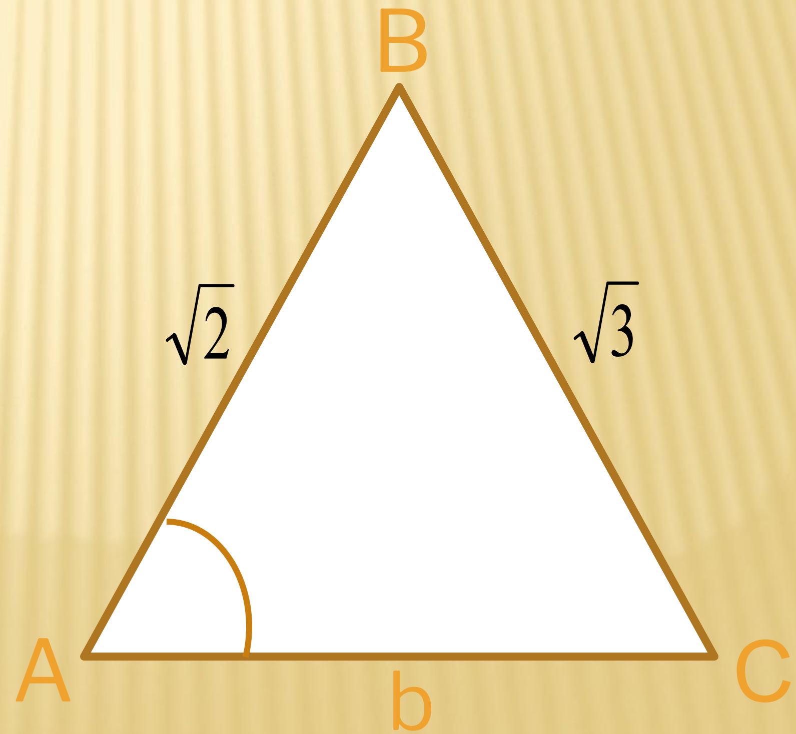
угол А равен 60^o

Сторона $AB = \sqrt{2}\ см$ а сторона $BC = \sqrt{3}\ см$

Составить план решения задачи для нахождения: площади треугольника;

градусной меры $\angle B$;

длины стороны АС .



План решения:

1) Найти угол С по теореме синусов:

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A}$$

2) Найти $\angle B$ по теореме о сумме углов треугольника:

$$\angle B = 180^o - (\angle A + \angle C)$$

3) Найти сторону АС по теореме косинусов:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B$$

или по теореме синусов:

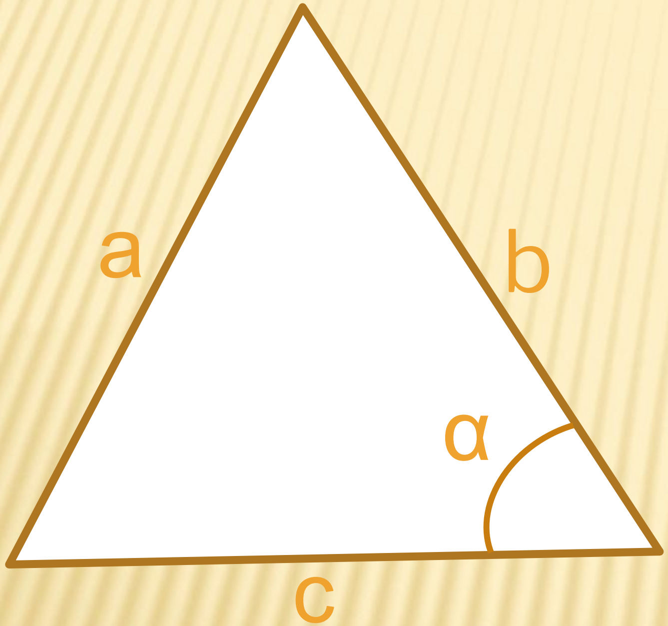
$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B}$$

4)

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin 60^o$$

В треугольнике ABC a = 28, b = 35, c = 42.

Найдите косинус угла, лежащего против меньшей стороны треугольника.



По теореме косинусов

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos\alpha = \frac{1225 + 1764 - 784}{2 \cdot 35 \cdot 42}$$

$$\cos\alpha = \frac{2205}{2940}$$

$$\cos\alpha = \frac{3}{4}$$

$$\textit{Ответ}: 0{,}75$$

В ΔABC AA_1 и CC_1 - медианы. Они пересекаются в точке О.

$AA_1 = 9\ см, CC_1 = 12\ см, \angle AOC = 120^o.$

Найдите площадь треугольника.

Дано: ΔABC

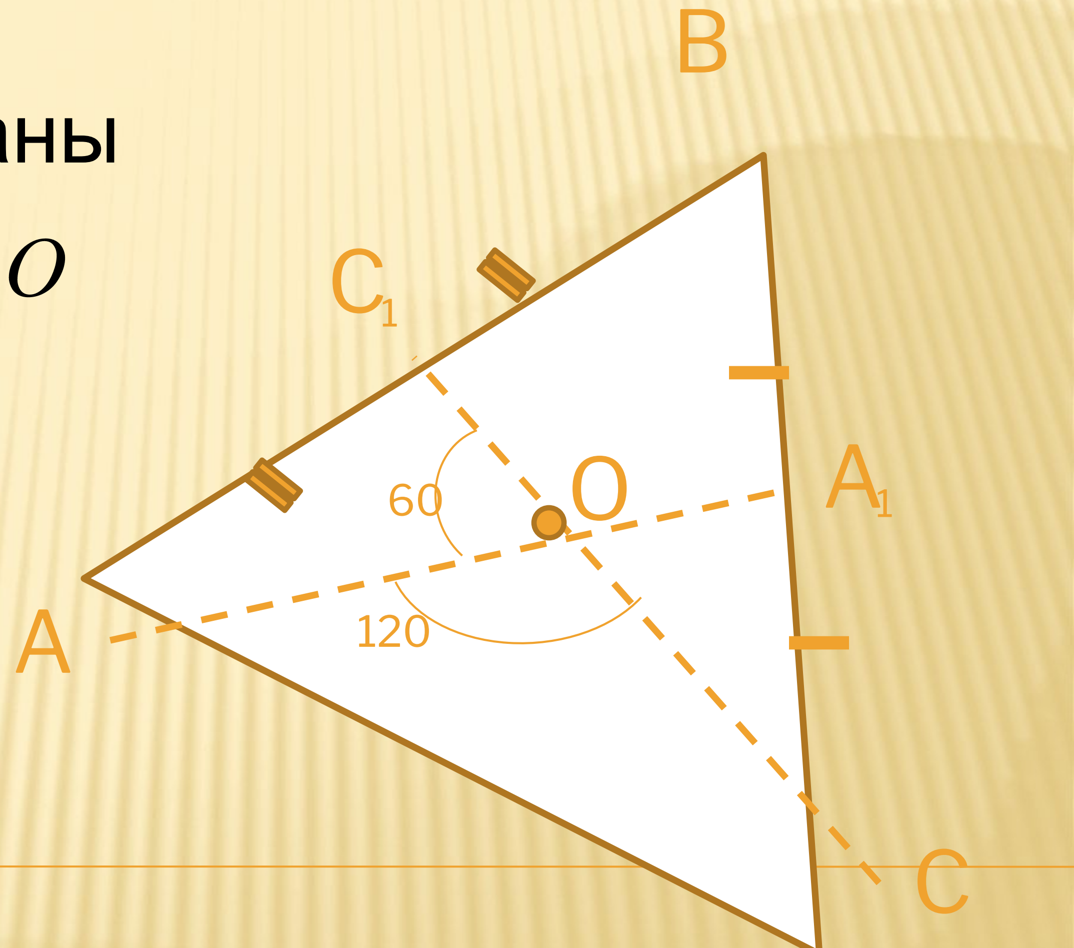
AA_1 и CC_1 - медианы

$AA_1 \cap CC_1$ в точке O

$\angle AOC = 120^0$

$AA_1 = 9 см;$

$CC_1 = 12 см;$



Найдите: площадь ΔABC?

Решение задачи:

$$1)\ \frac{AO}{A_1O} = \frac{2}{1};$$

$$\frac{AO}{AA_1 - AO} = \frac{2}{1};$$

$$AO = 2AA_1 - 2AO;$$

$$3AO = 2 \cdot 9;$$

$$AO = 6\ см.$$

$$2)\ \frac{CO}{C_1O} = \frac{2}{1};$$

$$\frac{CO}{CC_1 - CO} = \frac{2}{1};$$

$$CO = 2CC_1 - 2CO;$$

$$3CO = 2 \cdot 12;$$

$$CO = 8\ см.$$

3) ΔAOC По теореме косинусов

$$AC^2 = AO^2 + CO^2 - 2AO \cdot CO \cdot \cos 120^o;$$

$$AC^2 = 36 + 64 + 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2}; \quad \cos 120^o = -\frac{1}{2};$$

$$AC^2 = 148;$$

$$AC = \sqrt{148};$$

$$AC = \sqrt{4 \cdot 37};$$

$$AC = 2\sqrt{37} \ \text{см}.$$

$4)\Delta AOC_1$

$OC_1 = 4\ см;$

По теореме косинусов

$AC_1{}^2 = AO^2 + OC^2{}_1 - 2AO \cdot OC_1 \cdot \cos 60^o;$

$AC_1{}^2 = 36 + 16 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \cos 60^o;$

$AC_1{}^2 = 52 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2};\ AC_1{}^2 = 28;$

$AC_1 = 2\sqrt{7}\ \ см;$

$AB = 2 \cdot AC_1;\qquad AB = 4\sqrt{7}\ см.$

$$5)\Delta COA_1$$

$$OA_1 = 3\,см;$$

По теореме косинусов

$$A_1C^2 = A_1O^2 + OC^2 - 2OA_1 \cdot OC \cdot \cos 60^o;$$

$$A_1C^2 = 9 + 64 - 2 \cdot 3 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2};$$

$$A_1C^2 = 49;$$

$$A_1C = 7\,см;$$

$$BC = 2 \cdot A_1C; \qquad BC = 14\,см;$$

$6)\Delta ABC$ По теореме косинусов

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B;$$

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC};$$

$$\cos B = \frac{112 + 196 - 148}{2 \cdot 4\sqrt{7} \cdot 14}; \quad \cos B = \frac{10}{7\sqrt{7}};$$

$$\sin^2 B + \cos^2 B = 1;$$

$$\sin B = \sqrt{1 - \cos^2 B};$$

$$\sin B = \sqrt{1 - \frac{100}{49 \cdot 7}}; \quad \sin B = \frac{9\sqrt{21}}{49};$$

$$7)\; S_{\Delta} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B;$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{7} \cdot 14 \cdot \frac{9\sqrt{21}}{49};$$

$$S_{\Delta} = 36\sqrt{3}\ \ см^2.$$

Ответ: $36\sqrt{3}\ \ см^2.$

Задачи для закрепления материала.

1. Найдите площадь треугольника и его сторону лежащую против угла в 135^o, если две другие стороны равны $2\sqrt{2}\,см,$ и $3\,см,$
2. В ΔABC, AA_1 и CC_1 медианы, они пересекаются в точке О, $AA_1 = 4{,}5,$ $CC_1 = 6.$ Площадь треугольника АВС равна 9 см. Найдите: $\angle AOC.$

Ответы

:

1) $S = 3см^2$,

$\sqrt{29}\,см$,

2) 30^o $или$ 150^o

Правильный путь таков:
усвой то , что сделали твои
предшественники
и иди дальше.

Л.Н.Толстой.

ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ

1. Стороны треугольника 3 см, 5 см и 7 см. Найдите наибольший угол треугольника.
2. Диагонали параллелограмма равны 6 см и 10 см, а угол между ними 45^o. Найдите площадь параллелограмма.

МОЛОДЦЫ!

Спасибо за работу!!!
Удачи в изучении геометрии!

Литература : Б.Г.Зив « Дидактические материалы по геометрии».