

Тела вращения



Содержание

■ Введение.....	3
■ Цилиндр.....	7
■ Конус.....	17
■ Шар.....	29

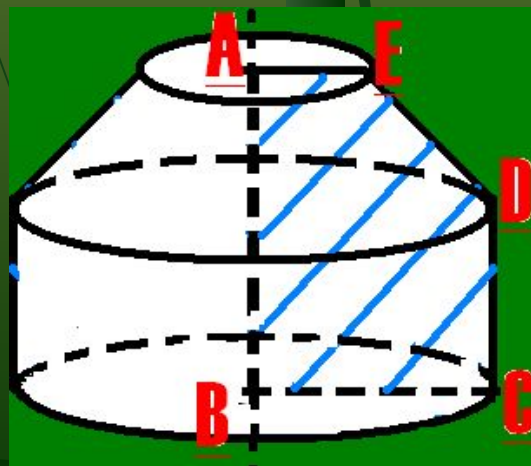
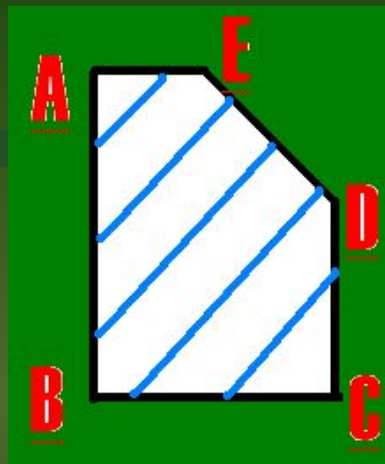




ВВЕДЕНИЕ

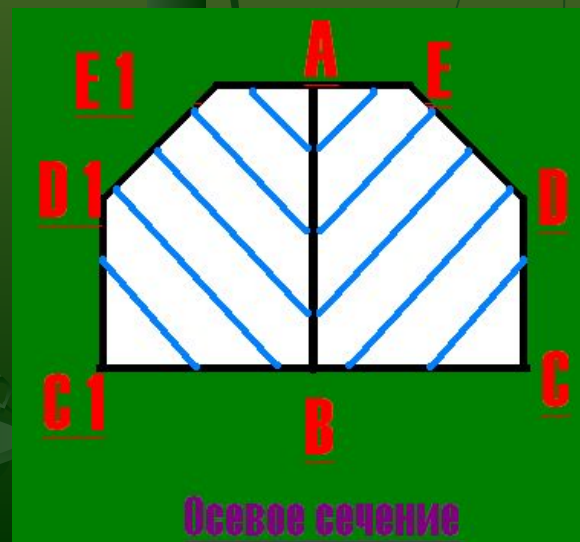
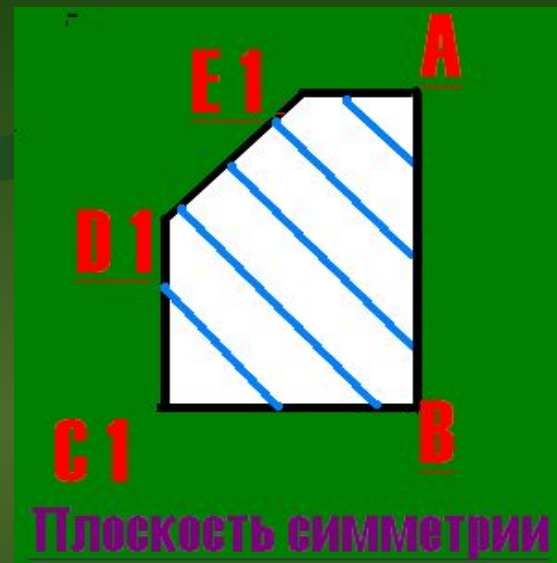
Понятие о поверхностях и телах вращения.

Представим себе, что плоский многоугольник $ABCDE$ вращается вокруг прямой AB . При этом каждая его точка не принадлежащая прямой AB , описывает окружность с центром на этой прямой. Весь многоугольник, вращаясь вокруг прямой, описывает некоторое тело вращения.



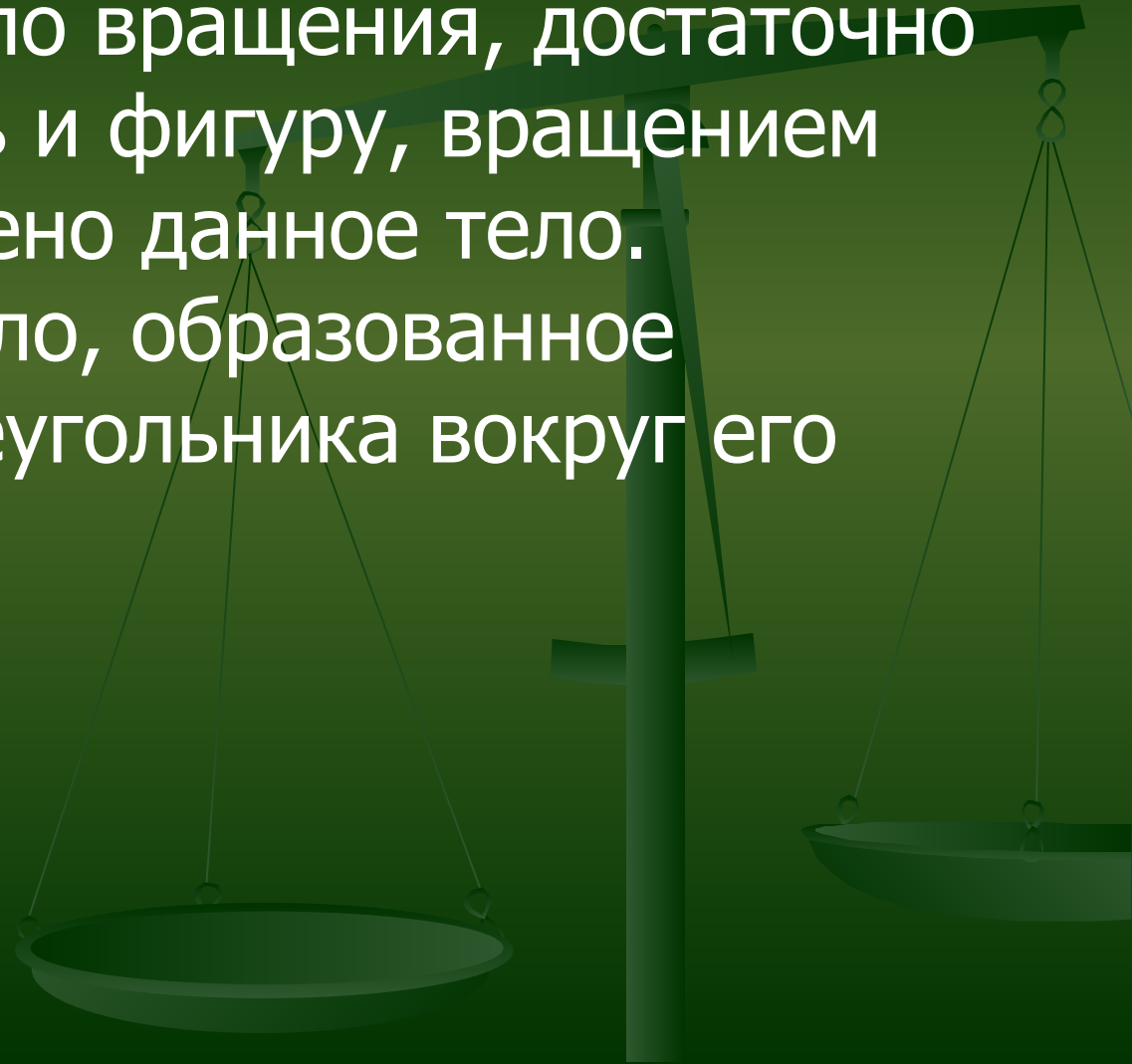
Плоскость симметрии и осевое сечение

Плоскость, проходящая через ось тела вращения, является его плоскостью симметрии. Таких плоскостей каждое тело вращения имеет бесконечно много. Любая плоскость, проходящая через ось тела вращения, пересекает это тело. Полученное сечение называют осевым. Они все равны.



Как задать тело вращения:

Чтобы задать тело вращения, достаточно указать его ось и фигуру, вращением которой получено данное тело.
Например: «тело, образованное вращением треугольника вокруг его стороны.»



Цилиндр



Первые представления о цилиндре



Цилиндрическая шляпа



Шоколадный трубочки

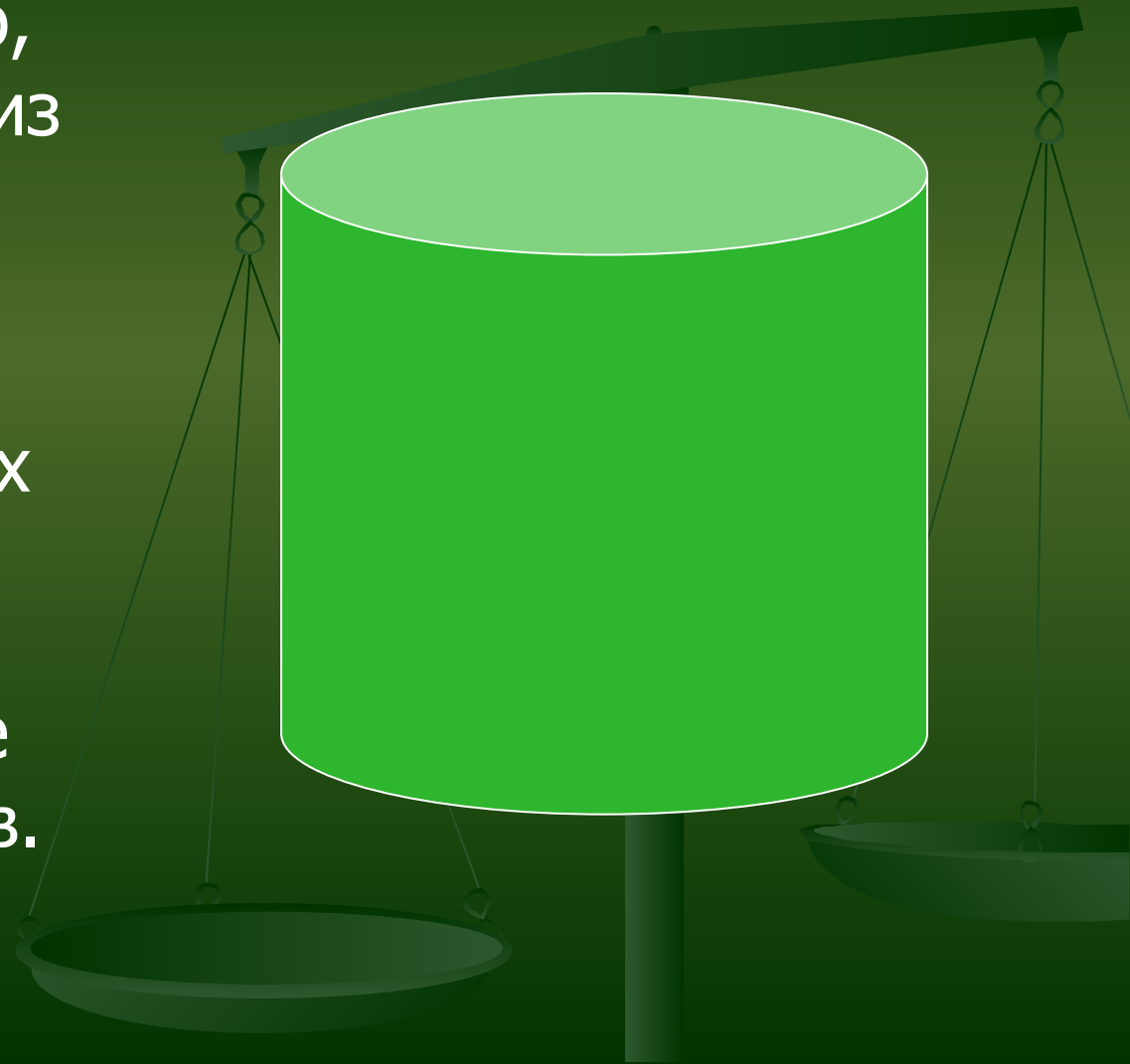


Детские кубики

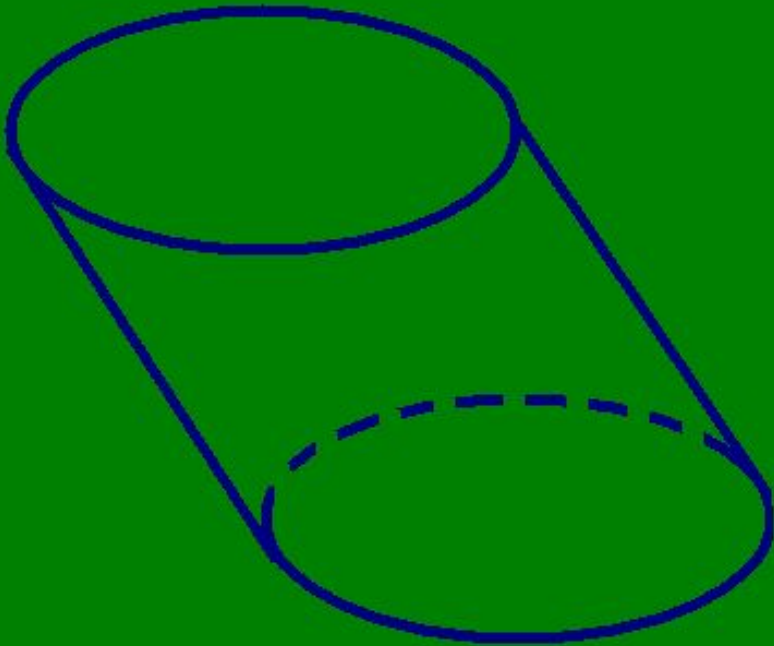


Определение цилиндра:

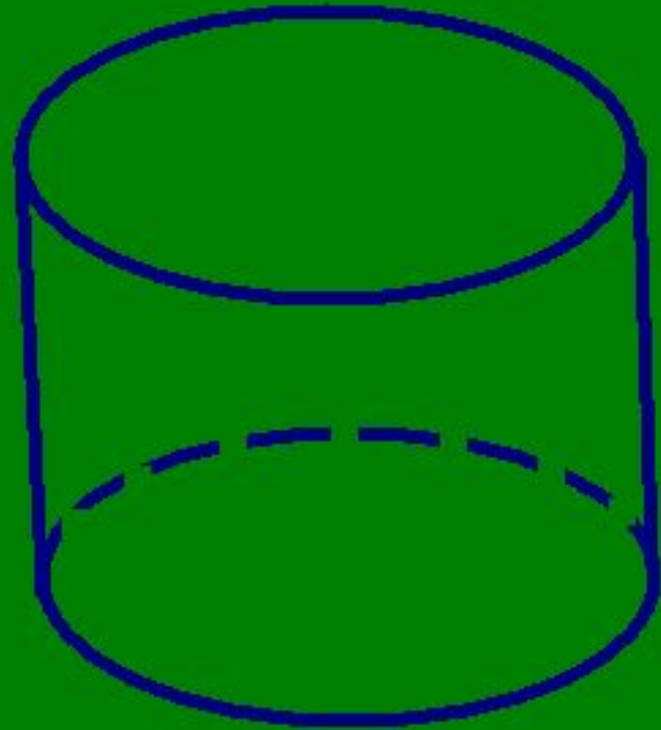
Цилиндр – это тело,
которое состоит из
двух кругов,
совмещаемых
параллельным
переносом, и всех
отрезков,
соединяющих
соответствующие
точки этих кругов.



Виды цилиндров:

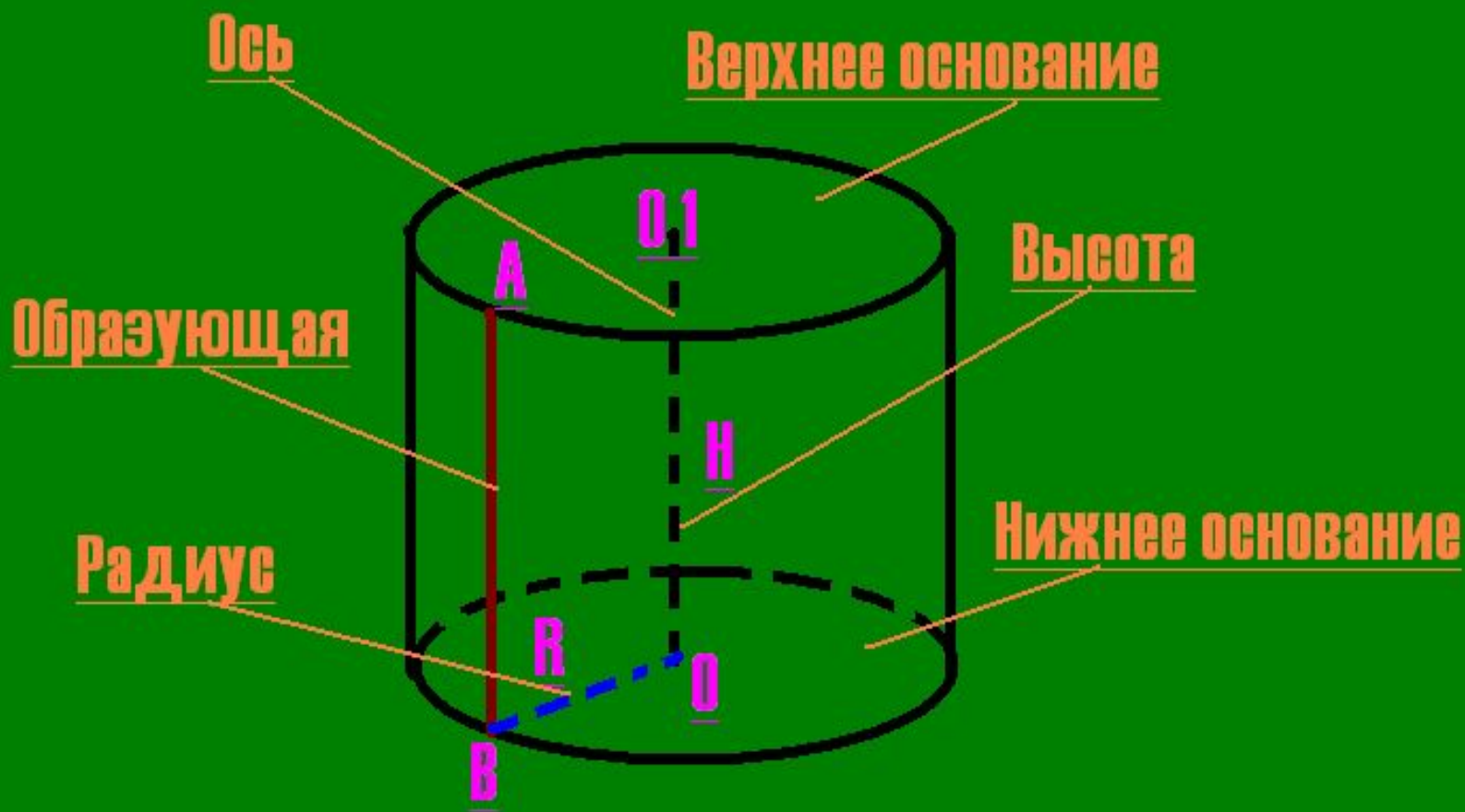


Наклонный

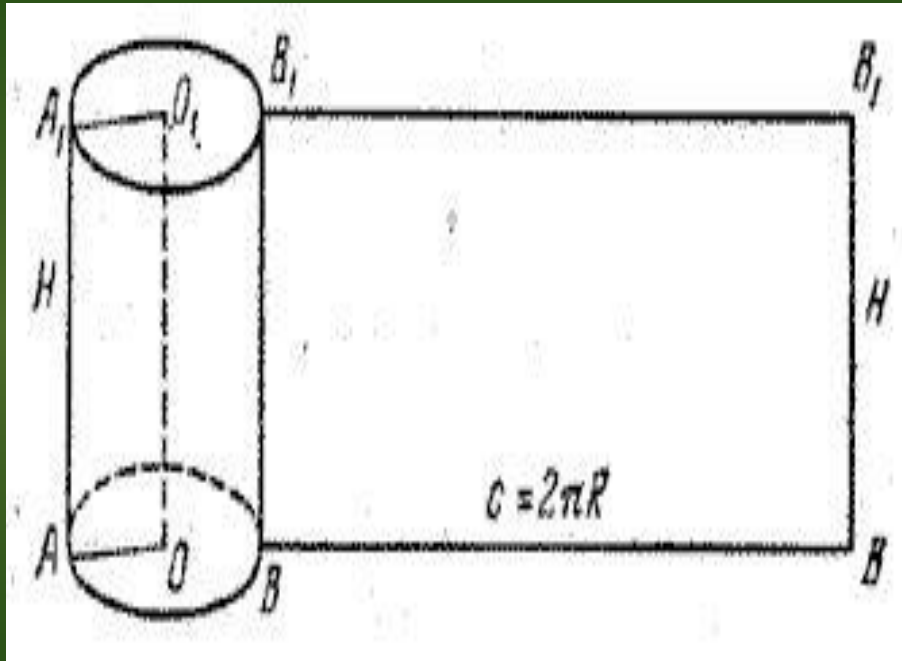


Прямой

Составляющие цилиндра:

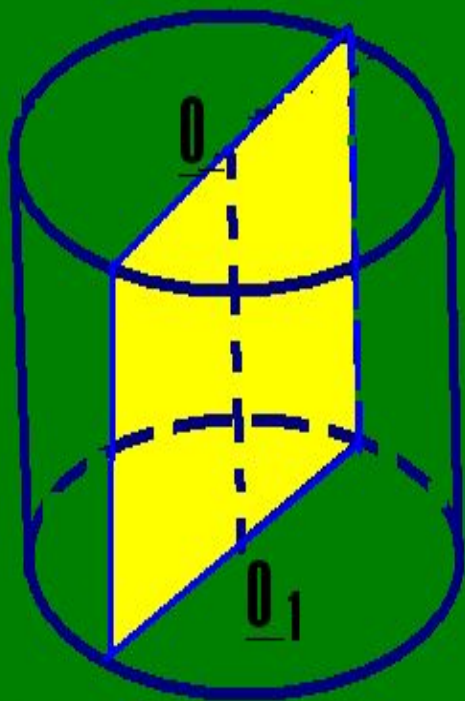


Развертка цилиндра

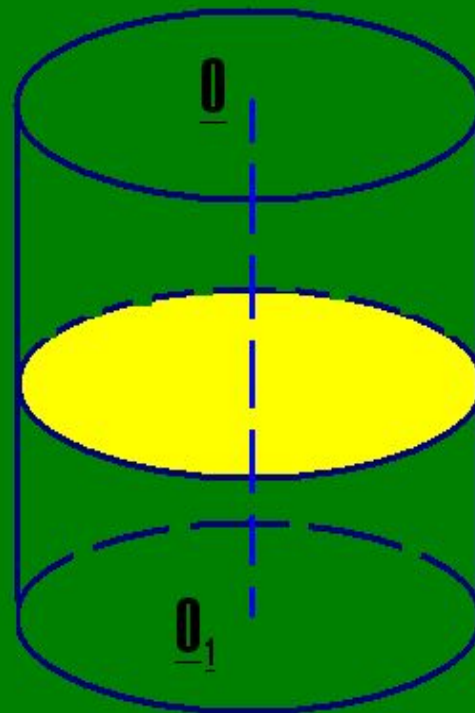


Прямоугольник, стороны которого являются двумя прямыми краями разреза боковой поверхности цилиндра называется разверткой боковой поверхностью цилиндра

Сечения цилиндра:



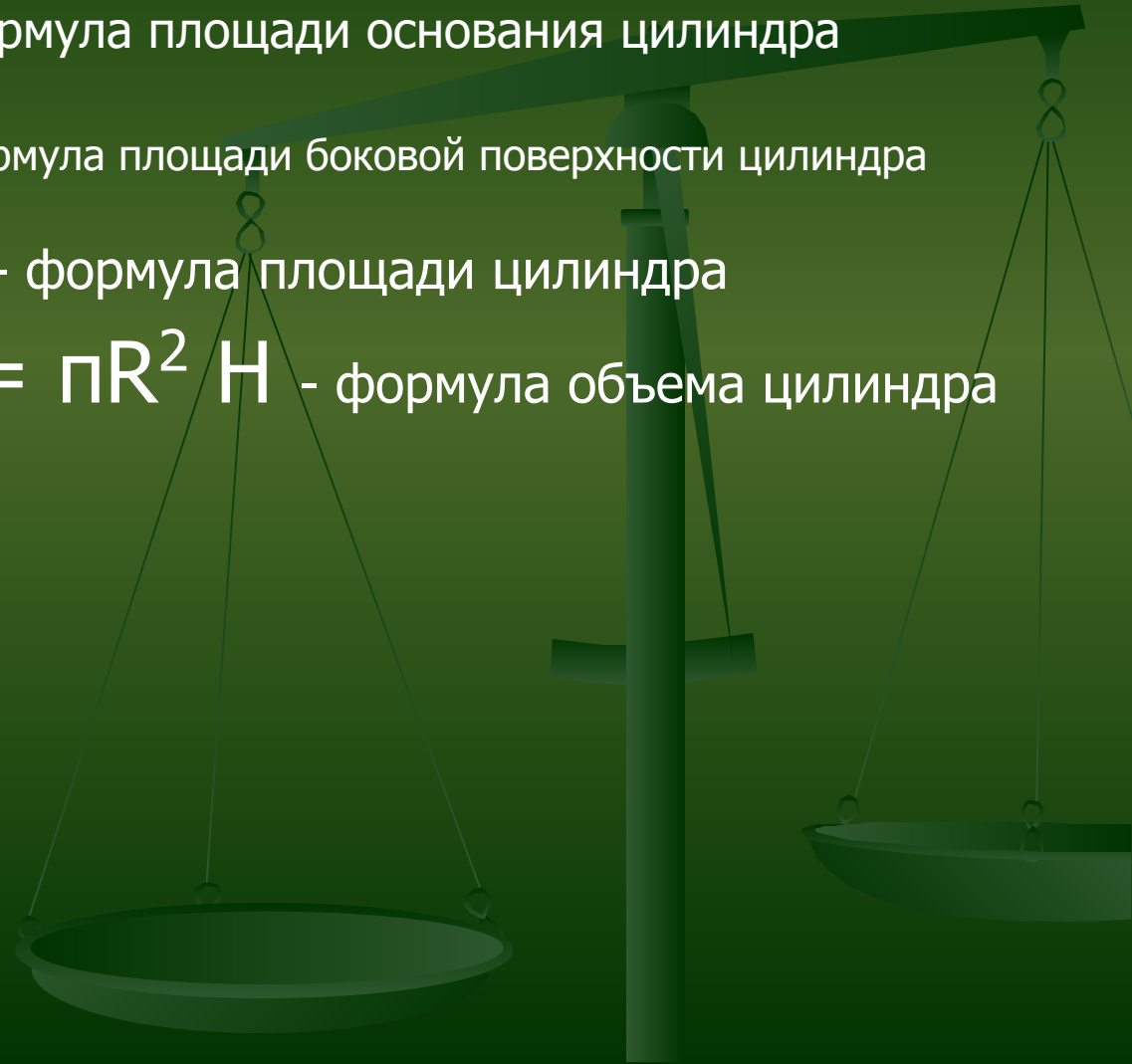
Если плоскость сечения параллельна оси цилиндра OO_1 , то сечение - прямоугольник.



Если плоскость сечения перпендикулярна оси цилиндра OO_1 , то сечение - круг.

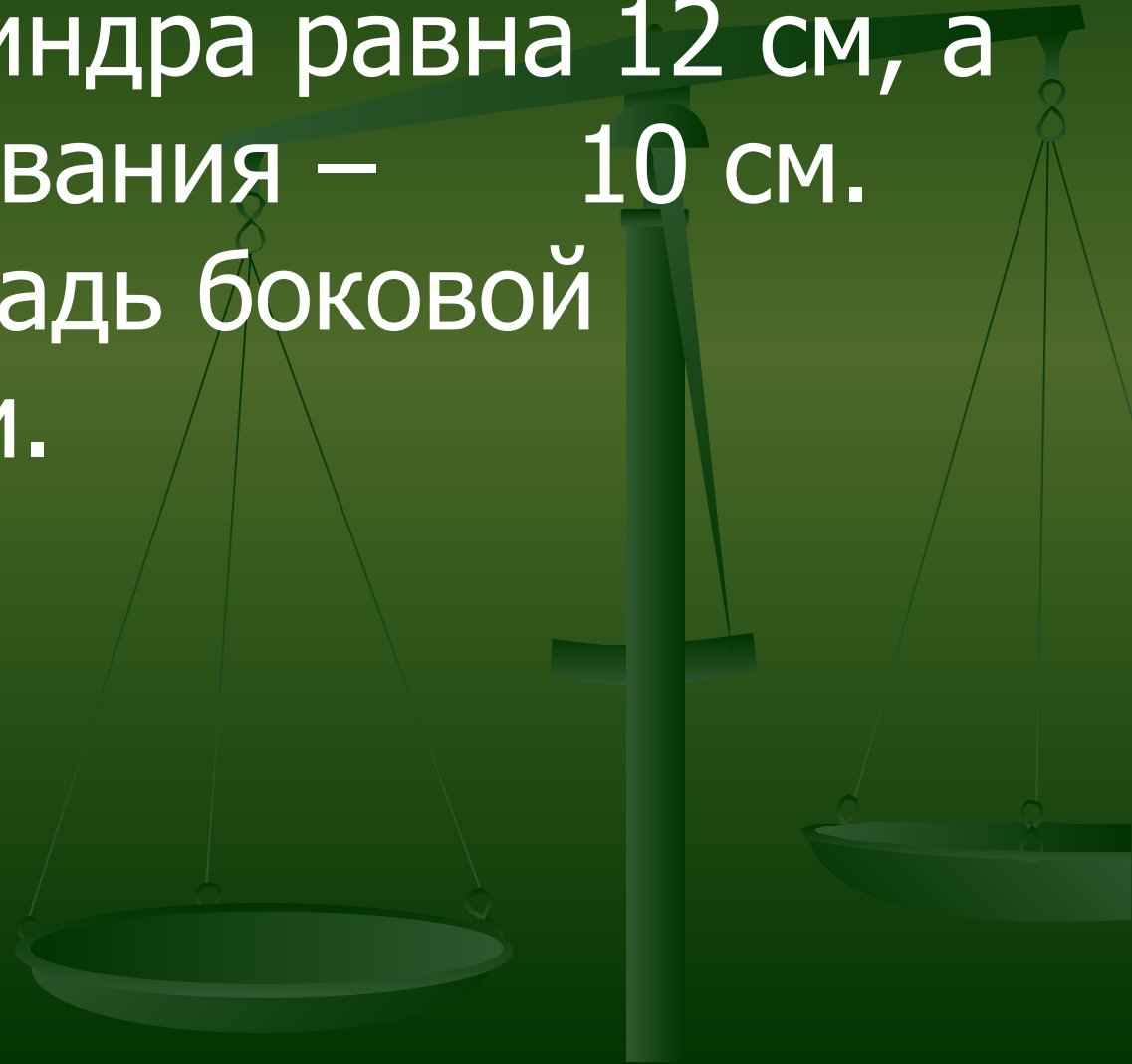
Основные формулы:

- $S_{\text{основ}} = \pi R^2$ – формула площади основания цилиндра
- $S_{\text{бок}} = 2\pi R H$ – формула площади боковой поверхности цилиндра
- $S_{\text{полн}} = \pi R^2 + 2\pi R H$ – формула площади цилиндра
- $V = S_{\text{основ}} * H = \pi R^2 H$ – формула объема цилиндра



Задача

Высота цилиндра равна 12 см, а радиус основания – 10 см. Найти площадь боковой поверхности.



Решение: формула площади боковой
поверхности цилиндра -
 $S_{бок} = 2\pi R H.$

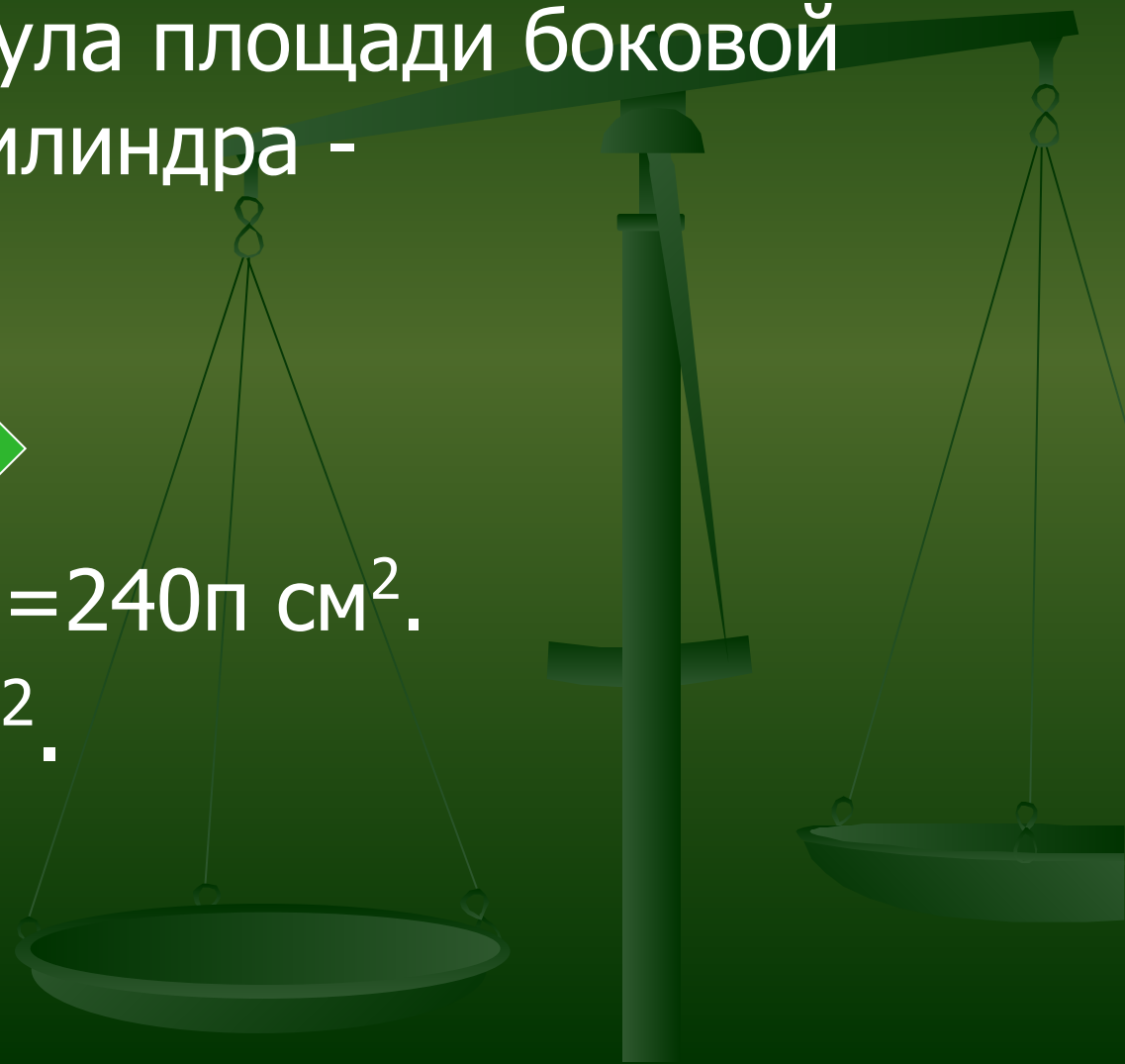
$$R = 10 \text{ см,}$$

$$H = 12 \text{ см}$$

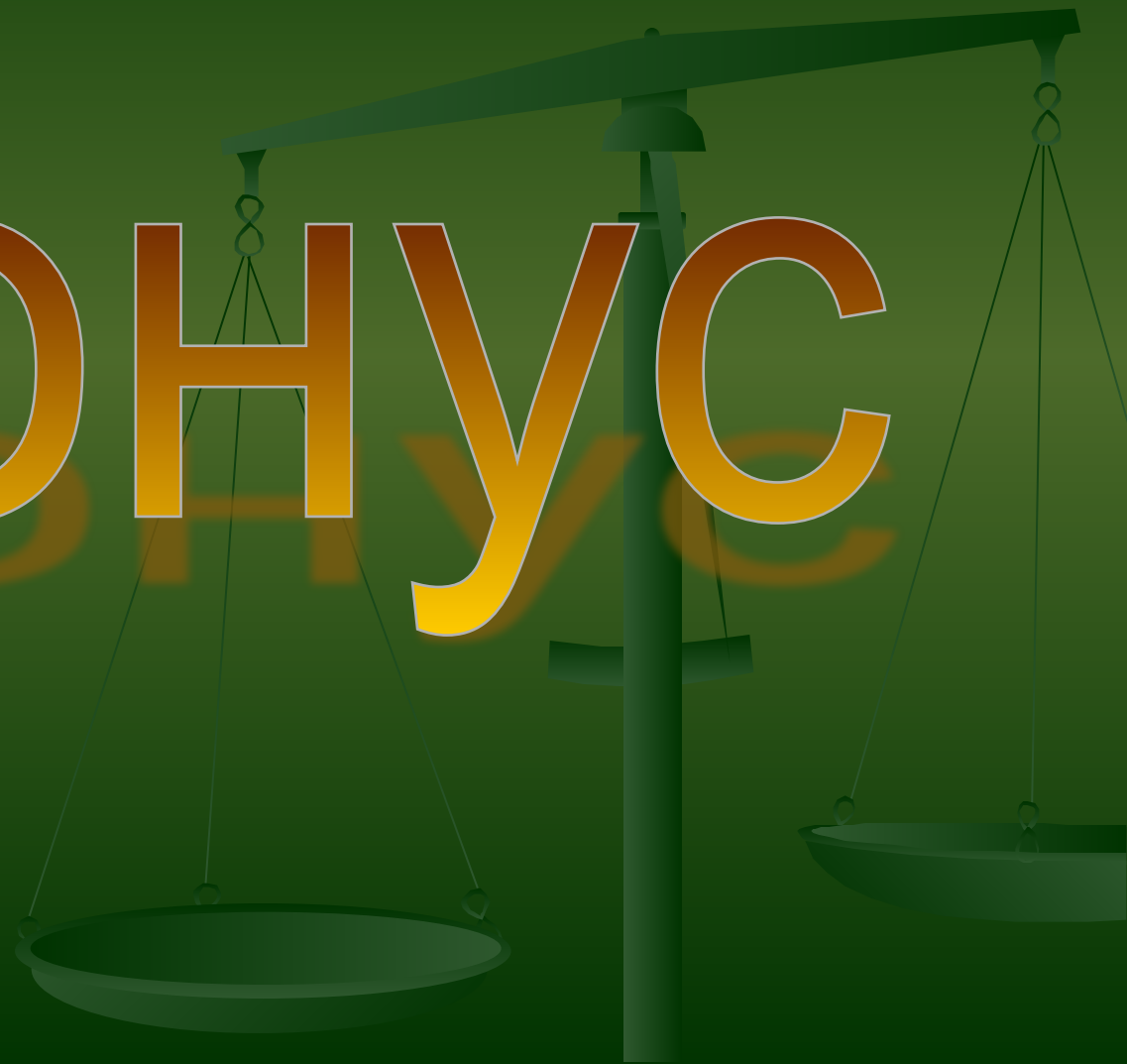


$$S_{бок} = 2\pi * 10 * 12 = 240\pi \text{ см}^2.$$

Ответ: $240\pi \text{ см}^2.$



КОНУС



Первые представления о конусе



Детская игрушка



Вьетнамская шляпа



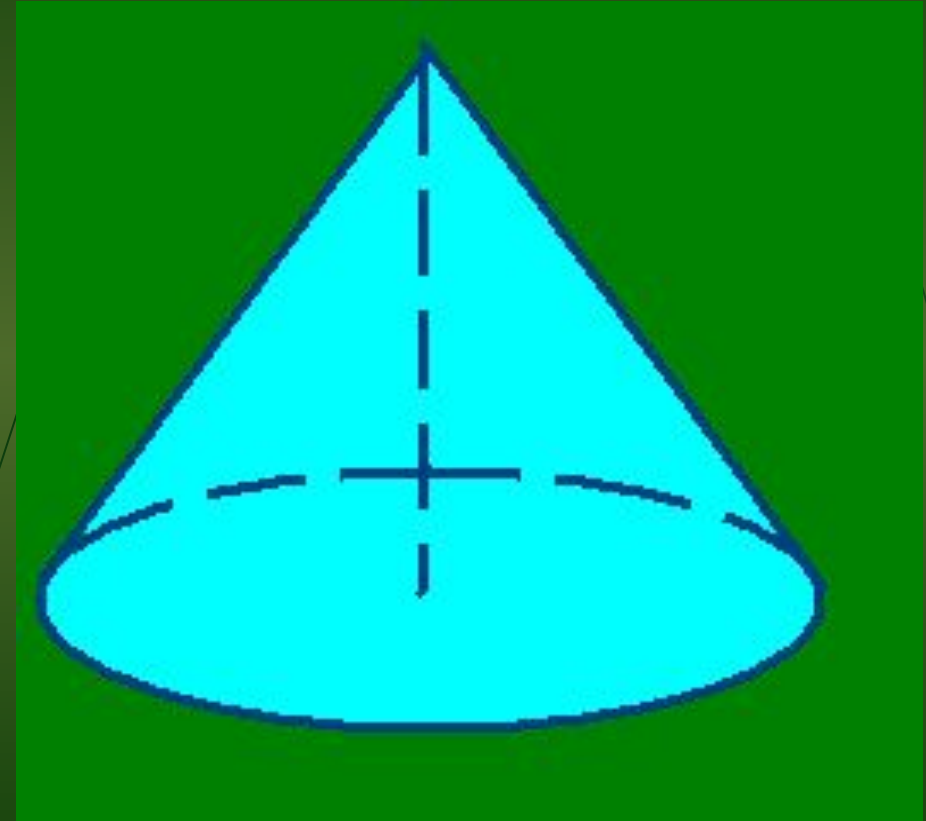
Конфеты



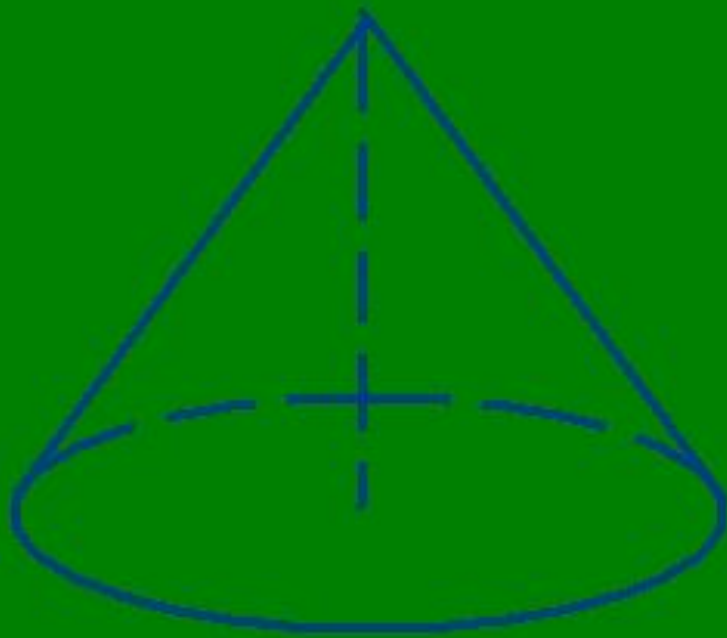
Волшебная шляпа

Определение конуса:

Конусом называется тело, которое состоит из круга, точки, не лежащей в плоскости этого круга и всех отрезков, соединяющих вершину конуса с точками окружности основания.



Виды конусов:



Прямой



Усеченный

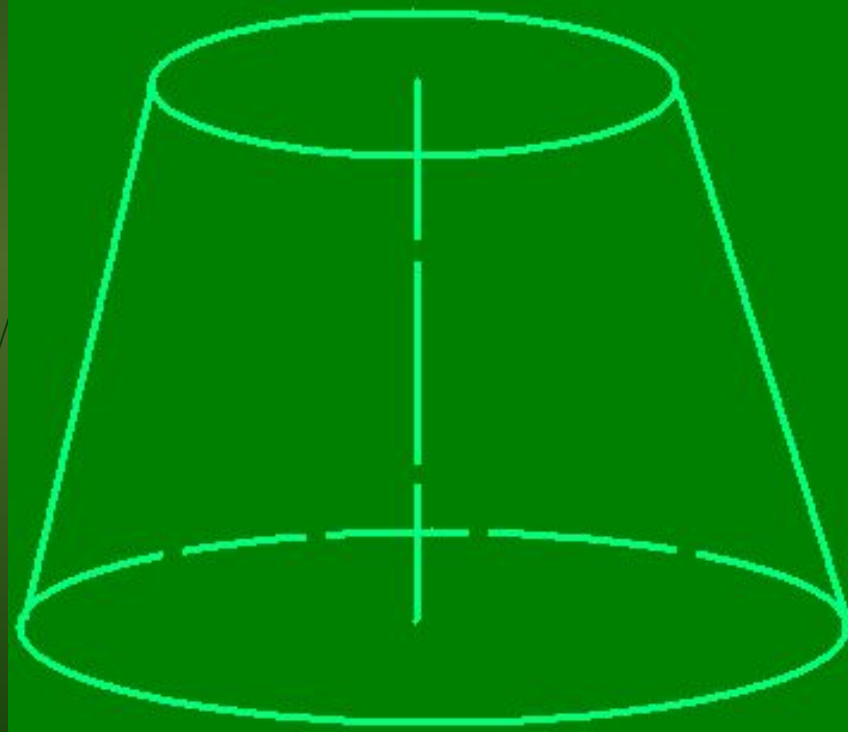


Наклонный

Составляющие конуса:



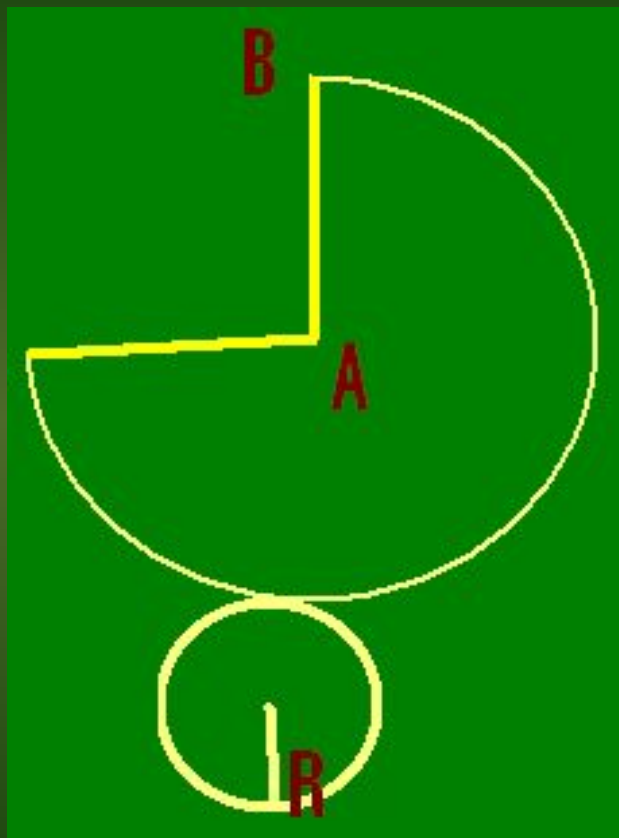
Усеченным конусом называется тело вращения, образованное вращением прямоугольной трапеции около боковой стороны, перпендикулярной основаниям.



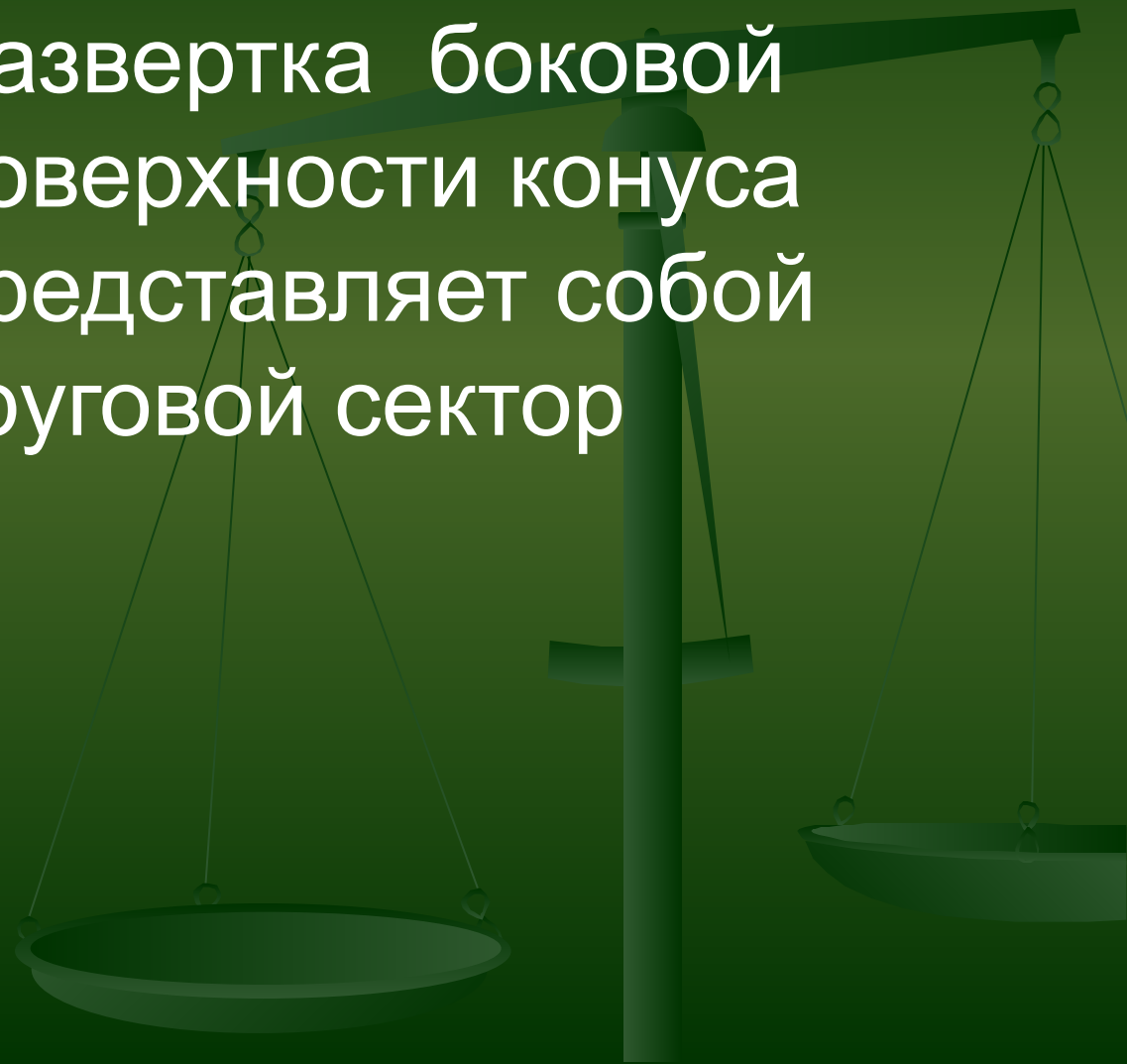
Составляющие усеченного конуса:



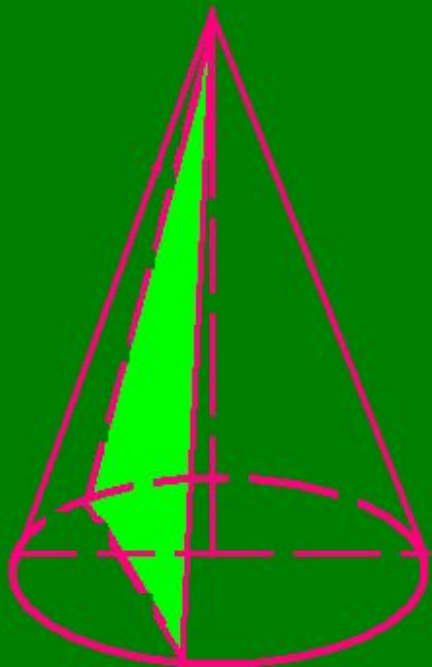
Развертка конуса:



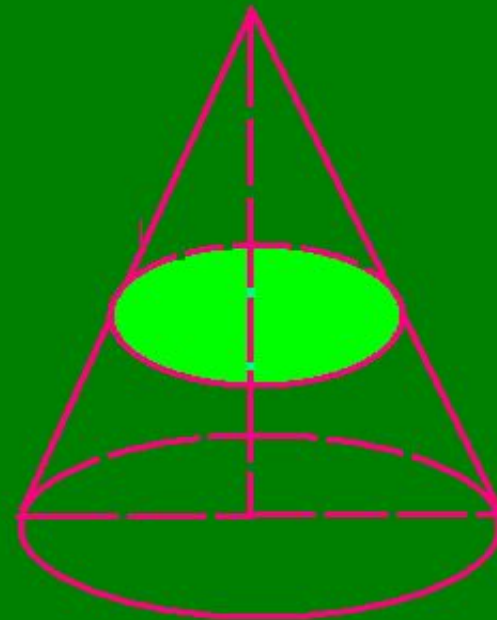
Развертка боковой поверхности конуса представляет собой круговой сектор



Сечения конуса

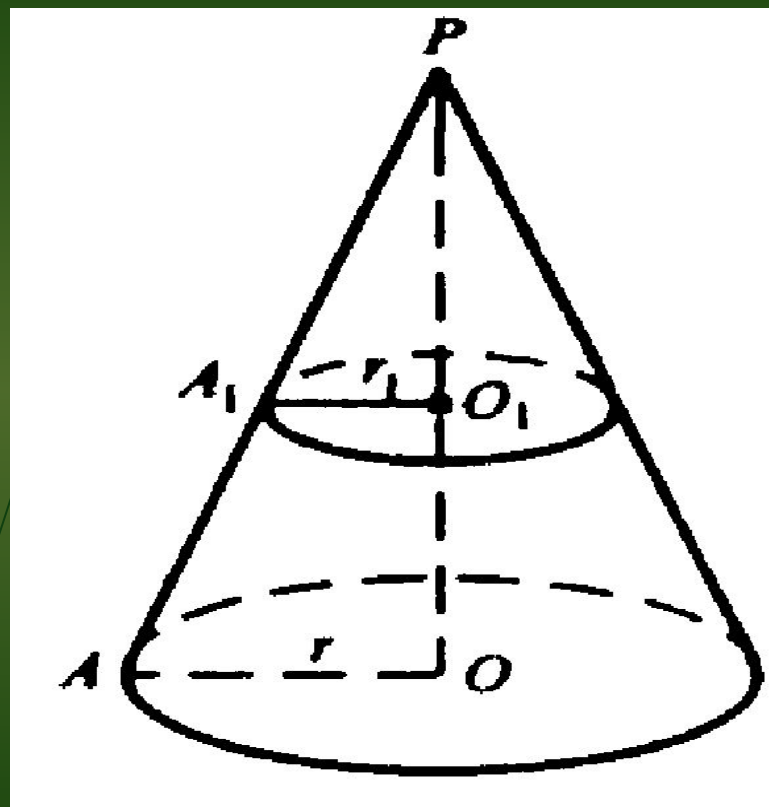


Если плоскость сечения проходит через вершину конуса, то сечение - равнобедренный треугольник.



Если плоскость сечения проходит перпендикулярно оси конуса, то сечение - круг.

- Высота конуса перпендикулярна к его основанию



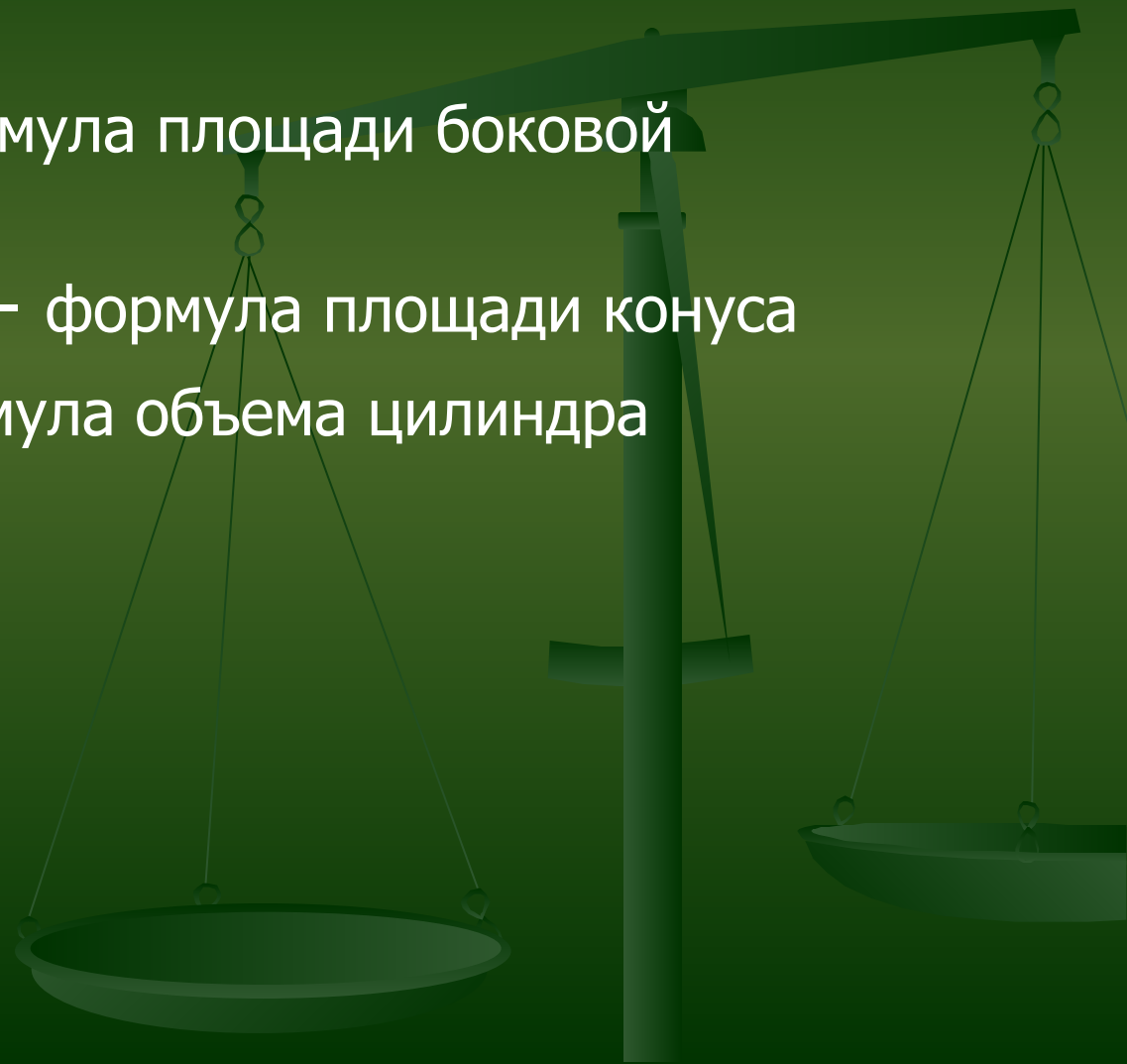
Основные формулы:

Конус:

- $S_{бок} = \pi RL$ – формула площади боковой поверхности конуса
- $S_{полн} = \pi R(L+R)$ - формула площади конуса
- $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$ – формула объема цилиндра

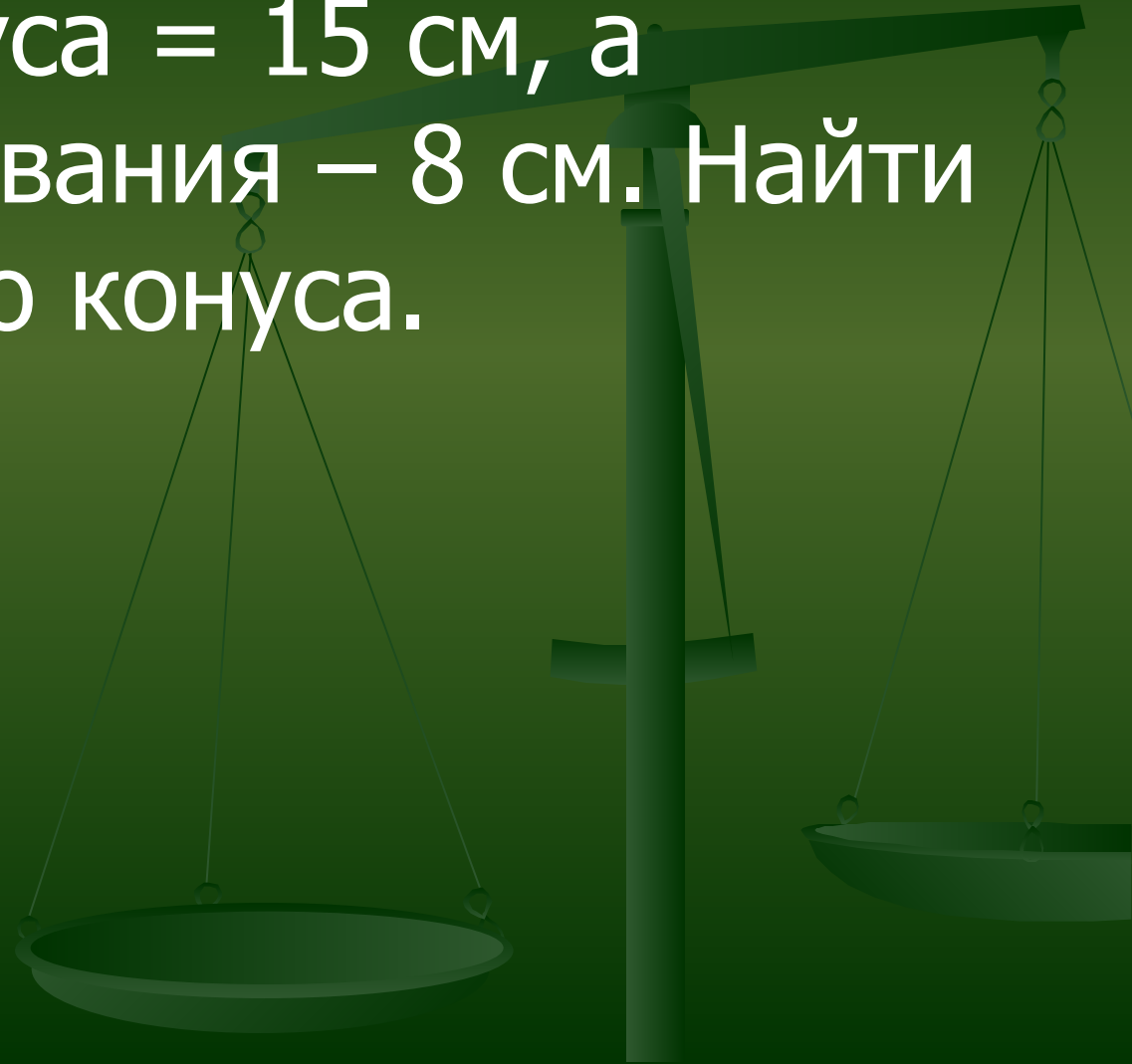
Усеченный конус:

- $S_{бок} = \pi(R+r)L$



Задача

Высота конуса = 15 см, а радиус основания – 8 см. Найти образующую конуса.

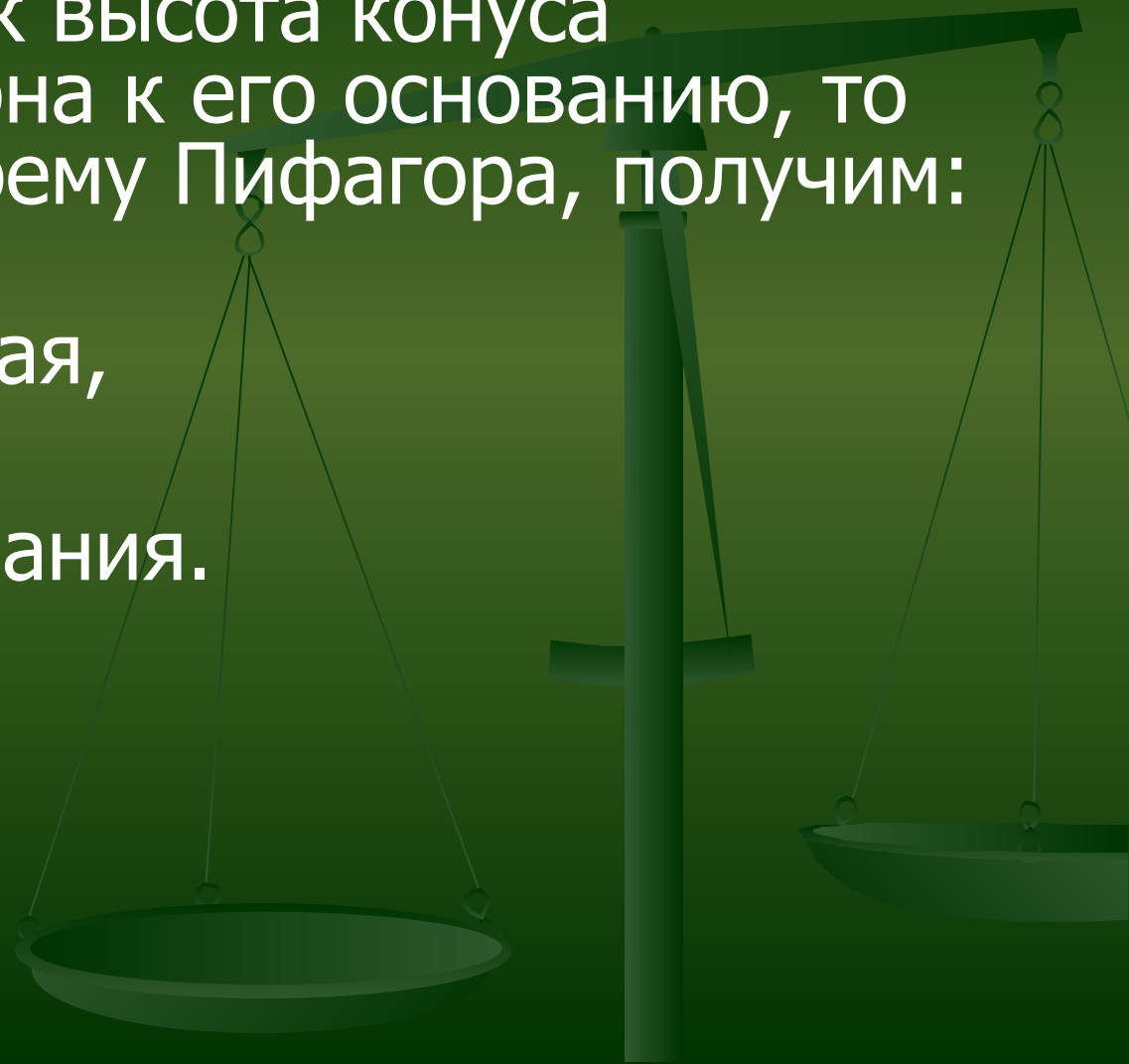


Решение: Так как высота конуса перпендикулярна к его основанию, то используя теорему Пифагора, получим:
 $a^2 = b^2 + c^2.$

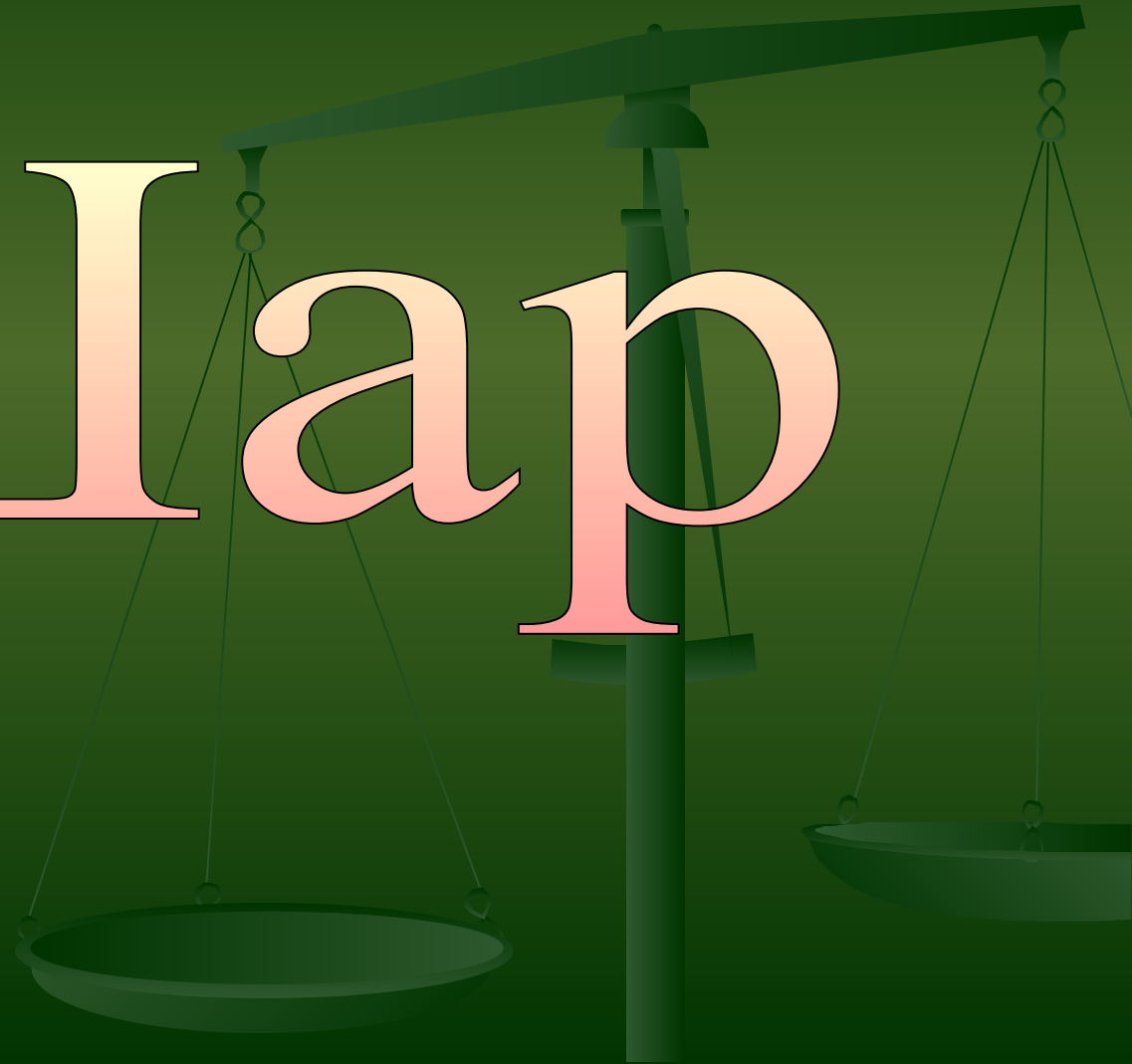
Где a - образующая,
 b - высота,
 c - радиус основания.

$a = 17$ см.

Ответ: 17см.



IIIap



Первые представления о шаре



Воздушные шары



Сувениры



Глобус



Арбуз

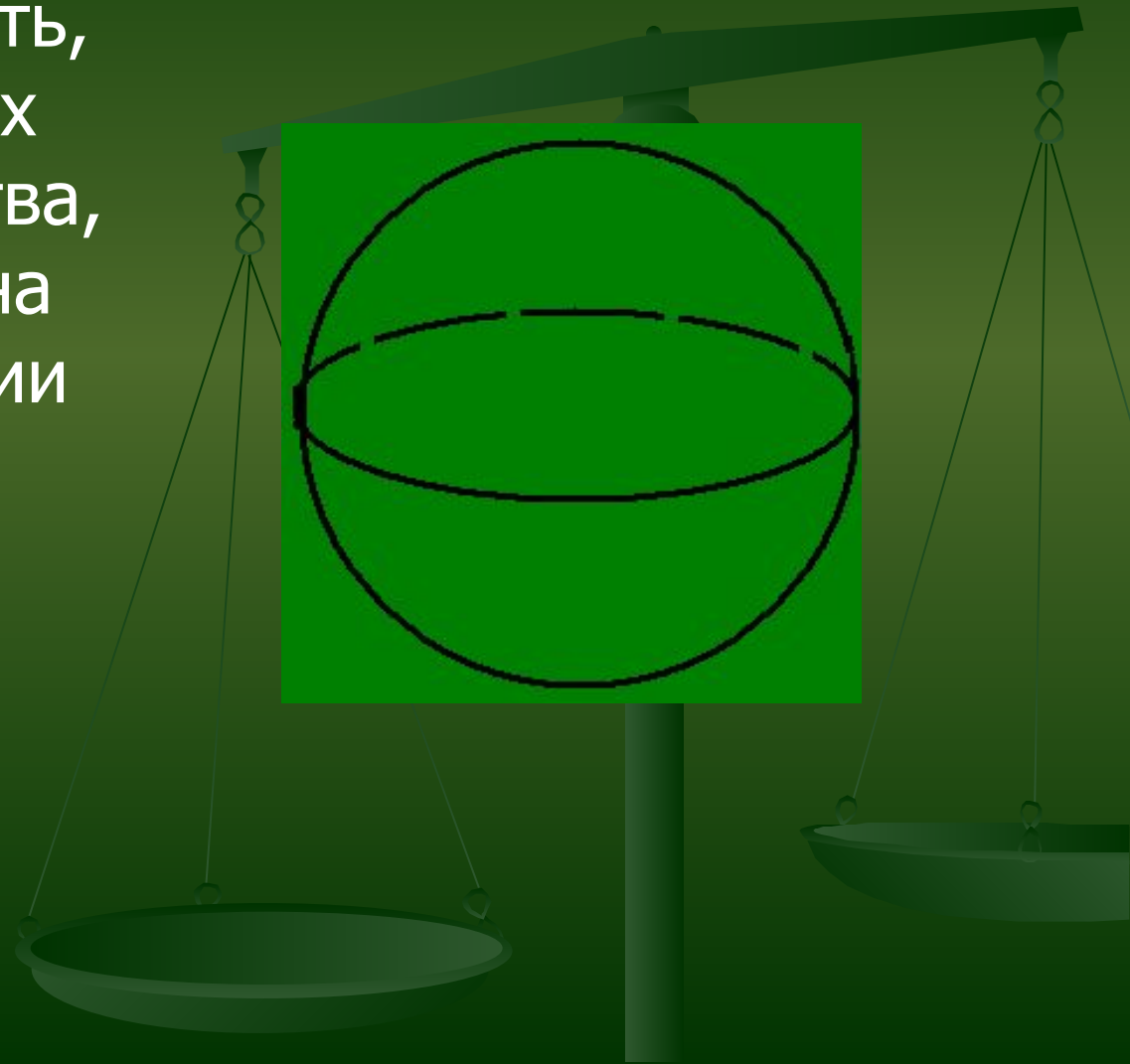


Мяч

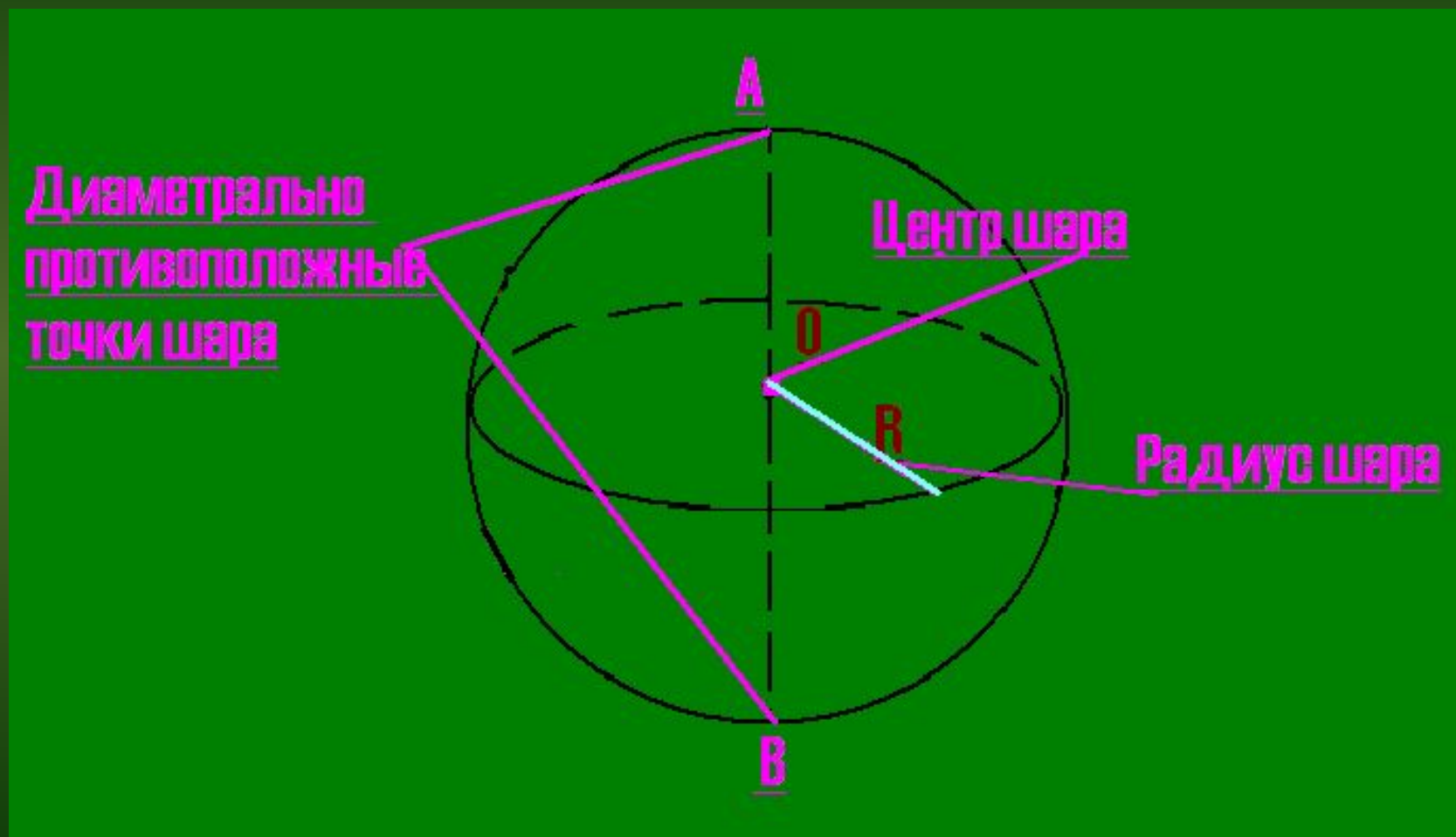
Определение шара:

Сфера – поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии от данной точки.

Шар – тело, ограниченное сферой.

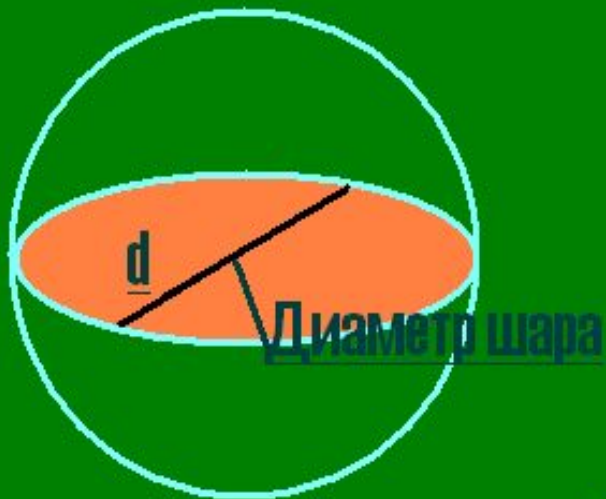


Составляющие шара:

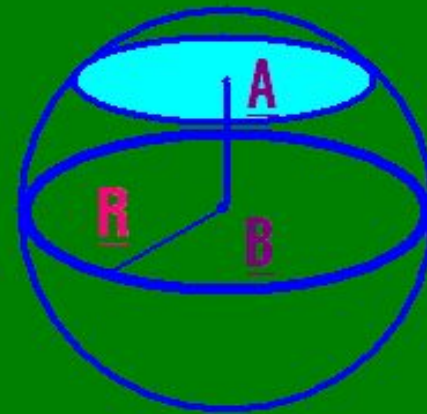


Сечения шара:

Диаметральное сечение

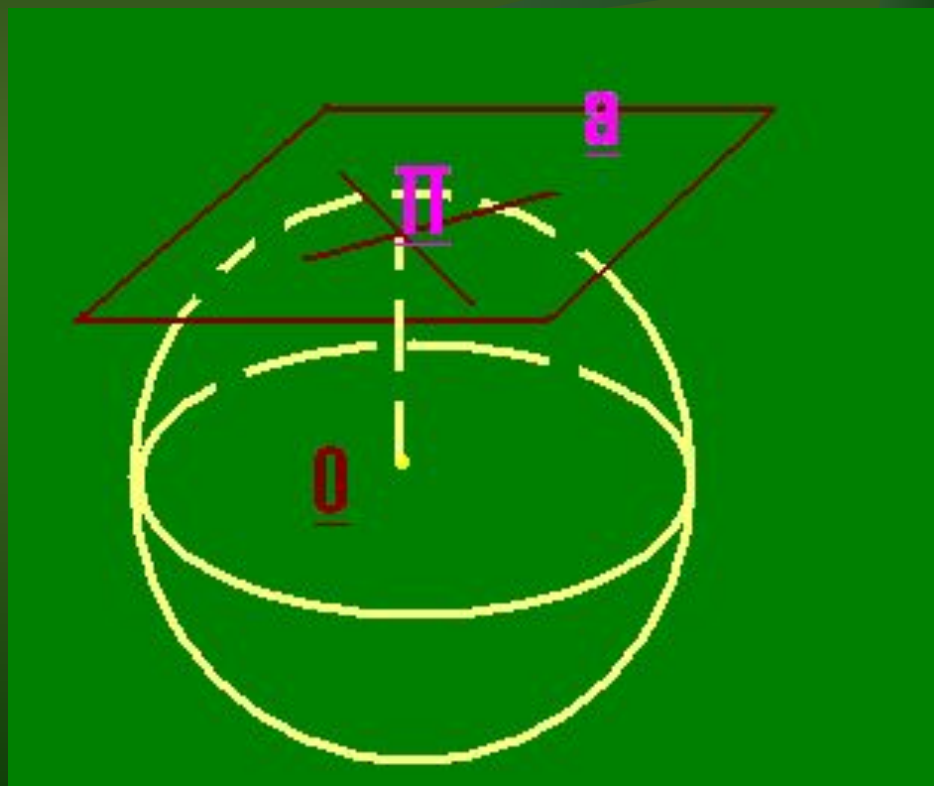


Сечение плоскостью, проходящей
через центр шара

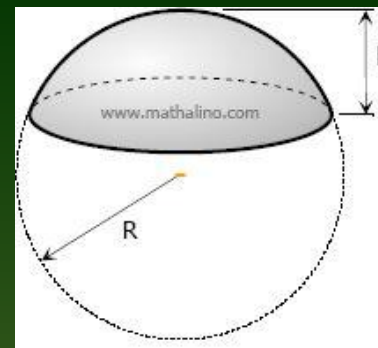


Всякое сечение шара плоскостью
есть круг. Центр этого круга -
основание перпендикуляра,
опущенного из центра шара на
секущую плоскость.

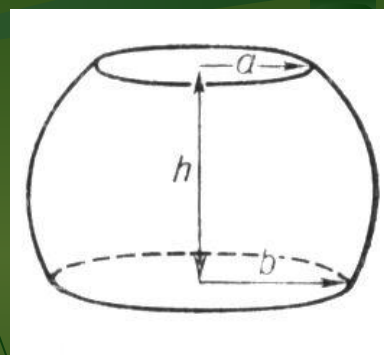
Прямая, проходящая через любую точку шаровой поверхности перпендикулярно к радиусу, проведенному в эту точку, называется касательной.



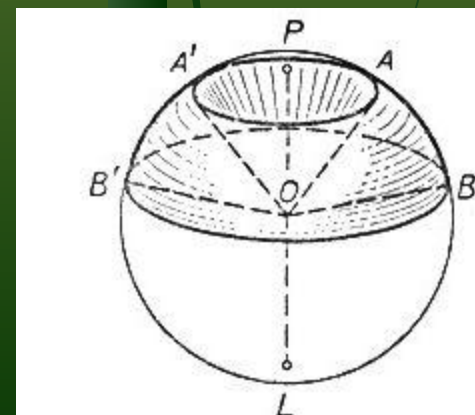
Шаровой сегмент – часть шара, отсекаемая от него плоскостью.



Шаровой слой – часть шара, расположенная между двумя параллельными плоскостями.



Шаровой сектор получается из шарового сегмента и конуса: если шаровой сегмент меньше полушара, то сегмент дополняется конусом, у которого вершина в центре шара, а основание является основанием сегмента. Если же сегмент больше полушара, то указанный конус из него не удаляется.



Основные формулы:

Шар:

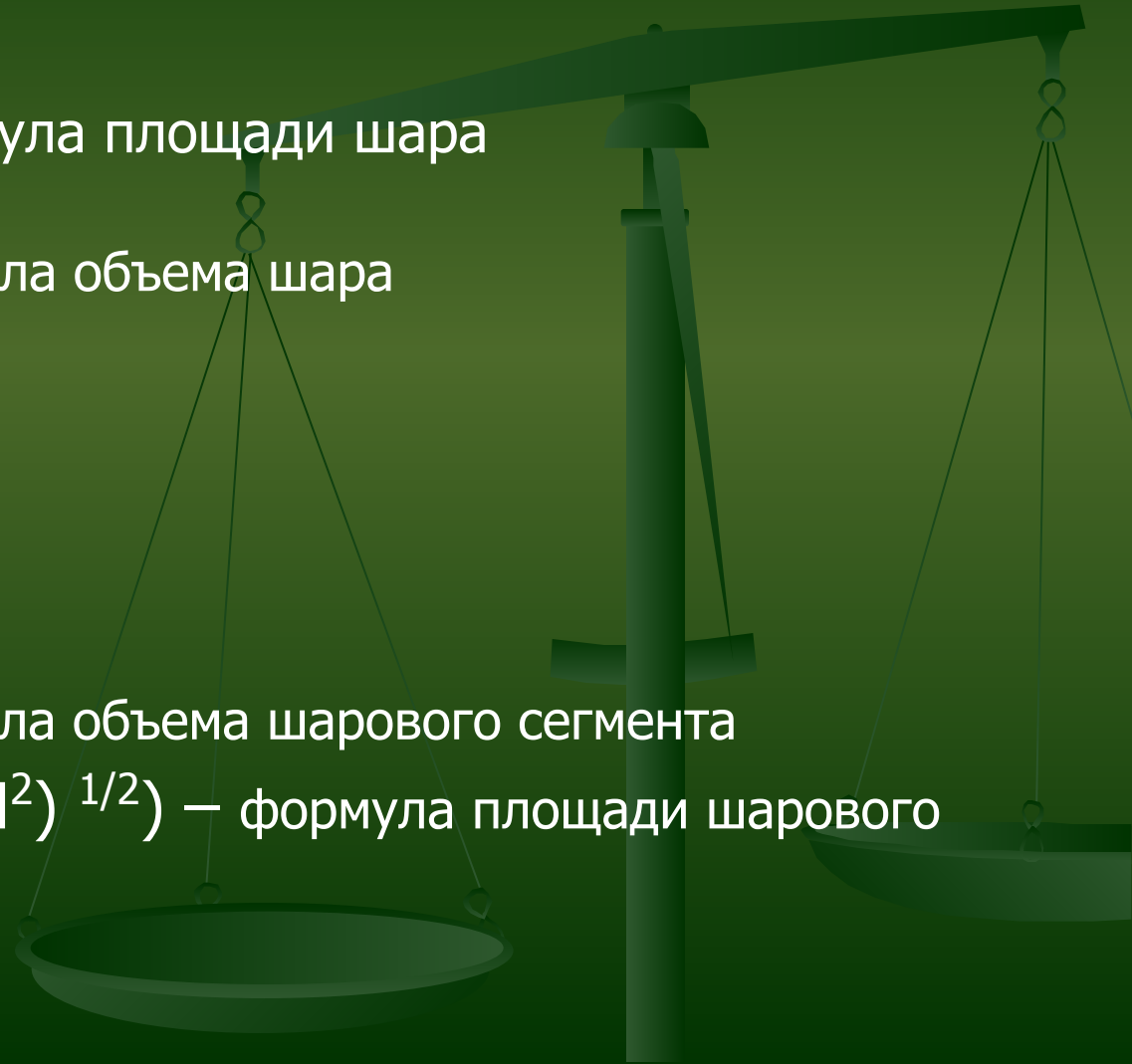
- $S_{\text{полн}} = 4\pi R^2$ – формула площади шара
- $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ – формула объема шара

Шаровой сегмент:

- $V = \pi H^2(R - \frac{1}{3}H)$
- $S_{\text{полн}} = 2\pi RH$

Шаровой сегмент:

- $V = \frac{2}{3}\pi R^2 H$ – формула объема шарового сегмента
- $S_{\text{полн}} = \pi R(2H + (2RH - H^2)^{1/2})$ – формула площади шарового сегмента



Задача

Дан шар, радиус которого равен 25 см, найти площадь полной поверхности шара.



Решение: используя формулу площади полной поверхности шара, имеем –

$$S_{\text{полн}} = 4\pi 25^2 \text{ см}^2 = 2500\pi \text{ см}^2$$

Ответ: $2500\pi \text{ см}^2$

