Классическое определение вероятности

Токарева Инна Александровна
МБОУ гимназия №1 г. Липецка

Классическое определение вероятности

Теория вероятностей – это раздел математики, изучающий вероятно-статистические закономерности

Достоверные, невозможные и случайные события

Во многих играх используют кубик, у которого на каждой грани отмечено различное количество точек – от 1 до 6. Бросание кубика будем считать опытом, а полученный результат событием. Какие предсказания можно сделать бросая игральный кубик?

1) Выпадет одна из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 (да, выпадет). Событие, которое в данном опыте обязательно наступит, называют достоверным событием.

2) Выпадет цифра 7 (нет, не выпадет). Событие, которое в данном опыте наступить не может, называют невозможным событием.

3) Выпадет цифра 1 (да или нет, выпадет или не выпадет). Событие, которое в данном опыте может наступить, а может и не наступить, называют случайным событием.

Вероятность события

Вероятность достоверного события считается равной 1.

Вероятность невозможного события считается равной 0.

Вероятность случайного события равна дроби, в знаменателе которой содержится число всех равновероятных возможностей (число всех исходов), из которых состоит достоверное событие, а в числителе число тех возможностей, при которых рассматриваемое событие происходит (число всех благоприятных исходов).

$$\boxed{P = \frac{\text{число всех благоприятных исходов}}{\text{число всех исходов}}}$$

Принято вероятность события обозначать буквой P.

Вероятность часто записывают в процентах (%).

КЛАССИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

Вероятностью события A при проведении некоторого испытания называют отношение числа исходов, в результате которых наступает событие A, к общему числу всех равновозможных между собой исходов этого испытания.

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

m **– число исходов, благоприятствующих событию**

n **– число всех возможных исходов**

Вероятность случайного события

Пример. Бросают игральный кубик. Какова вероятность, что выпадет 1) 1, 2) чётное число очков.

1) Всего имеется 6 равновероятных возможностей выпадения на кубике 1, 2, 3, 4, 5, 6 (достоверное событие). Вероятность достоверного события равна 1, значит, вероятность каждого из шести равновероятных событий равна $\frac{1}{6}$.

$$P = \frac{1}{6}.$$

2) Этот случай состоит из трёх равновероятных возможностей - выпадения 2, выпадения 4, выпадения 6. Значит

$$P = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ (или 50\%).}$$

Элементарные события

В результате случайного опыта могут произойти различные случайные события. Например, в результате бросания игральной кости может выпасть четвёрка, может выпасть чётное число очков.

Заметим, что событие «выпало чётное число очков» при бросании игральной кости состоит из трёх элементарных событий: «выпало два очка», «выпало четыре очка» и «выпало шесть очков». А событие «выпала четвёрка» на более простые события не разделяется.

События, которые нельзя разделить на более простые, называются **элементарными событиями**.

В результате случайного опыта обязательно наступает только одно элементарное событие.

Равновозможные элементарные события

Элементарные события при одном бросании игральной кости нам известны: это 1, 2, 3, 4, 5 или 6 очков. Если кость правильная, то шансы этих элементарных событий одинаковы.

Элементарные события, шансы которых одинаковы, будем называть **равновозможными**.

При бросании двух игральных костей элементарных событий уже 36, а все они тоже равновозможны. Случайные опыты, в которых все элементарные события равновозможны, часто возникают при бросании костей, раздаче игральных карт, при розыгрыше лотереи и т. п.

Задача

Сколько элементарных событий в опыте,

если вероятность осуществления одного

из них равна 1/7?

Ответ:
7.

Благоприятствующие элементарные события

Каждое событие состоит из элементарных событий. Например, событие «выпало чётное число очков» при бросании игральной кости состоит из трёх элементарных событий: «выпало два очка», «выпало четыре очка» и «выпало шесть очков».

Элементарные события, при которых наступает событие А, называются **элементарными событиями, благоприятствующими событию А**.

Случайное событие может иметь несколько благоприятствующих элементарных событий. Два различных события могут произойти одновременно. Это не относится к элементарным событиям.

Элементарное событие всегда наступает только одно.

Вероятности событий

Вероятности элементарных событий обычно обозначают буквой P латинского алфавита. Вероятность случайного события будем обозначать так же. Например, вероятность события A обозначаем P(A), вероятность события B – это P(B), и т. д.

Правило вычисления вероятностей: Вероятность события равна сумме вероятностей элементарных событий, благоприятствующих этому событию.

Запишем это правило вычисления вероятностей в виде формулы. Пусть событию A благоприятствуют элементарные события a, b, c, d. Тогда его вероятность равна сумме вероятностей этих элементарных событий:

$$P(A) = P(a) + P(b) + P(c) + P(d).$$

Противоположное событие

Событием, противоположным событию А, называют событие, которому благоприятствуют все элементарные события, не благоприятствующие событию А.

Событие, противоположное событию А, обозначают $\bar{A}$.

Если событие В противоположно событию А, то $B = \bar{A}$.

События А и $\bar{A}$ называют **взаимно противоположными** или **дополнениями** друг для друга.

Взаимно противоположные события одновременно произойти не могут, но какое-либо из них происходит обязательно. Поэтому $P(A) + P(\bar{A}) = 1$.

Иными словами, сумма вероятностей взаимно противоположных событий равна единице. Следовательно,

$$\boxed{P(\bar{A}) = 1 - P(A) \quad \text{и} \quad P(A) = 1 - P(\bar{A}).}$$

№1. В сборнике билетов по биологии 25 билетов, в двух из них задачи о грибах. На экзамене школьнику достается 1 билет. Найти вероятность того, что этот вопрос не о грибах.

№2. Из 25 билетов по геометрии ученик успел подготовить 11 первых и 8 последних билетов. Какова вероятность того, что на экзамене ему достанется билет, который он не подготовил?

№3. В доме 100 квартир, в котором 3 на первом этаже и 6 на последнем. Какова вероятность того, что жильцу не достанется квартира на первом и последнем этажах?

№4. Карточки с цифрами 1, 2, 3, 4, 5 перемешивают и выкладывают в ряд. Какова вероятность того, что получится четное число?

№5. Подбрасывают два игральных кубика. Какова вероятность того, что оба числа окажутся меньше 5?

№6. Два пассажира садятся в электричку, состоящую из 8 вагонов. А) С какой вероятностью они окажутся в разных вагонах, если каждый из них выбирает вагон случайным образом? Б) Какова вероятность того, что они окажутся в одном вагоне?

№7. Бросают три игральных кубика. Найти вероятность того, что в сумме выпадет не более четырех очков.

№8. В уроне 10 шаров черного и белого цвета. Вероятность того, что 2 шара, вынутых одновременно, будут черными равна 1/15. Сколько в урне белых шаров?

Задачи.

Пример 2. Найти вероятность того, что при одном бросании игрального кубика выпадет: а) 4; б) 5; в) четное число очков; г) число очков, большее 4; д) число очков, не кратное трем.

Пример 3. Найти вероятность того, что при двукратном бросании игрального кубика произведение выпавших очков будет: а) кратно 5; б) кратно 6.