

Координатная прямая

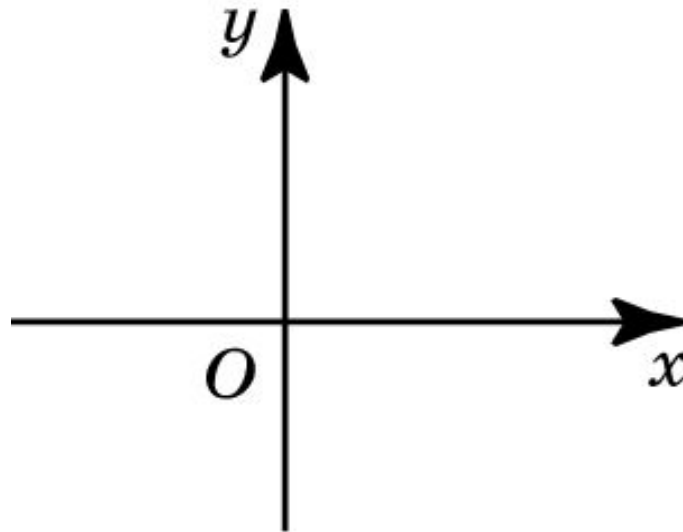
Координатной прямой, или координатной осью называется прямая, на которой выбраны точка O , называемая **началом координат**, и единичный отрезок OE , указывающий положительное направление координатной прямой.

Координатой точки A на координатной прямой называется расстояние x от точки A до начала координат O , взятое со знаком "+", если A принадлежит положительной полуоси, и со знаком "-", если A принадлежит отрицательной полуоси.

Теорема. Расстояние между точками A_1 , A_2 на координатной прямой с координатами x_1 , x_2 соответственно выражается формулой: $A_1A_2 = |x_1 - x_2|$.

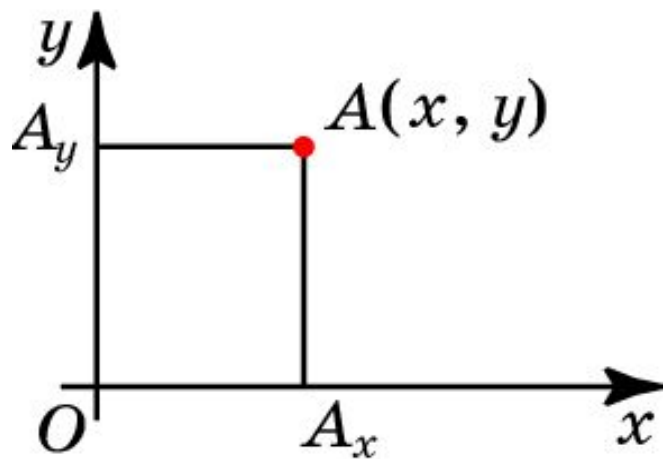
Координатная плоскость

Прямоугольной системой координат на плоскости называется пара перпендикулярных координатных прямых с общим началом координат. Начало координат обозначается буквой O , а координатные прямые обозначаются Ox , Oy и называются соответственно **осью абсцисс** и **осью ординат**. Плоскость, с заданной прямоугольной системой координат, называется **координатной плоскостью**.



Координаты точки

Пусть A – точка на координатной плоскости. Через точку A проведем прямую, перпендикулярную оси Ox , и точку ее пересечения с осью Ox обозначим A_x . Координата этой точки на оси Ox называется **абсциссой** точки A и обозначается x . Аналогично через точку A проведем прямую, перпендикулярную оси Oy и точку ее пересечения с осью Oy обозначим A_y . Координата этой точки на оси Oy называется ординатой точки A и обозначается y .



Таким образом, точке A на координатной плоскости соответствует пара (x, y) , называемая **координатами точки** на плоскости относительно данной системы координат. Точка A с координатами (x, y) обозначается $A(x, y)$.

Вопрос 1

Какая прямая называется координатной?

Ответ. Координатной прямой, или координатной осью называется прямая, на которой выбраны точка O , называемая началом координат, и единичный отрезок OE , указывающий положительное направление координатной прямой.

Вопрос 2

Что называется координатой точки на координатной прямой?

Ответ. Координатой точки A на координатной прямой называется расстояние x от точки A до начала координат O , взятое со знаком "+", если A принадлежит положительной полуоси, и со знаком "-", если A принадлежит отрицательной полуоси.

Вопрос 3

Как выражается расстояние между двумя точками на координатной прямой?

Ответ. Расстояние между точками A_1 , A_2 на координатной прямой с координатами x_1 , x_2 соответственно выражается формулой: $A_1A_2 = |x_1 - x_2|$.

Вопрос 4

Что называется прямоугольной системой координат на плоскости?

Ответ. Прямоугольной системой координат на плоскости называется пара перпендикулярных координатных прямых с общим началом координат.

Вопрос 5

Какая плоскость называется координатной плоскостью?

Ответ. Плоскость, с заданной прямоугольной системой координат, называется координатной плоскостью.

Вопрос 6

Как обозначаются и как называются координатные прямые на координатной плоскости?

Ответ. Координатные прямые обозначаются Ox , Oy и называются соответственно осью абсцисс и осью ординат.

Пример 1

На координатной прямой точки A_1 , A_2 имеют координаты x_1 и x_2 соответственно. Найдите координату середины A отрезка A_1A_2 .

Ответ: $\frac{x_1 + x_2}{2}$.

Пример 2

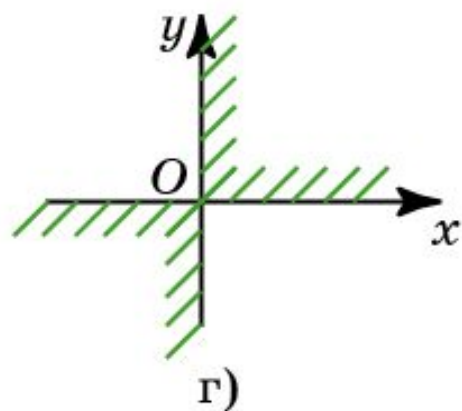
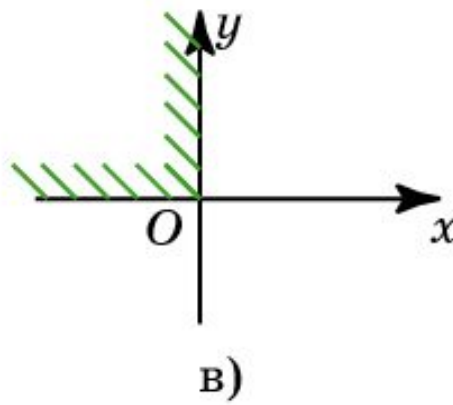
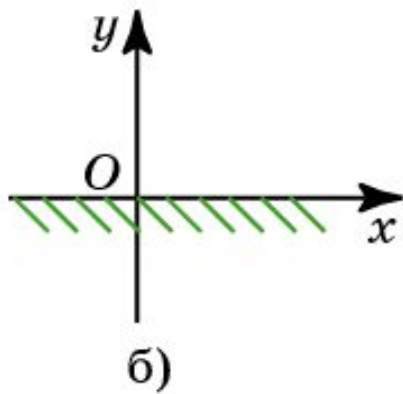
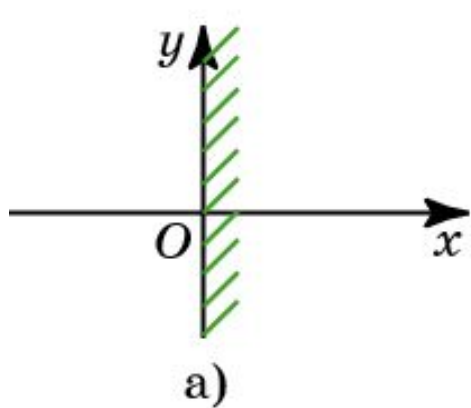
Найдите геометрическое место точек на координатной плоскости, для которых: а) $x \geq 0$; б) $y < 0$; в) $x \leq 0, y \geq 0$; г) $xy > 0$.

Ответ: а) Полуплоскость, расположенная справа от оси ординат;

б) полуплоскость, расположенная ниже оси абсцисс, без самой оси абсцисс;

в) левый верхний квадрант координатной плоскости;

г) правый верхний и левый нижний квадранты координатной плоскости, без осей координат.



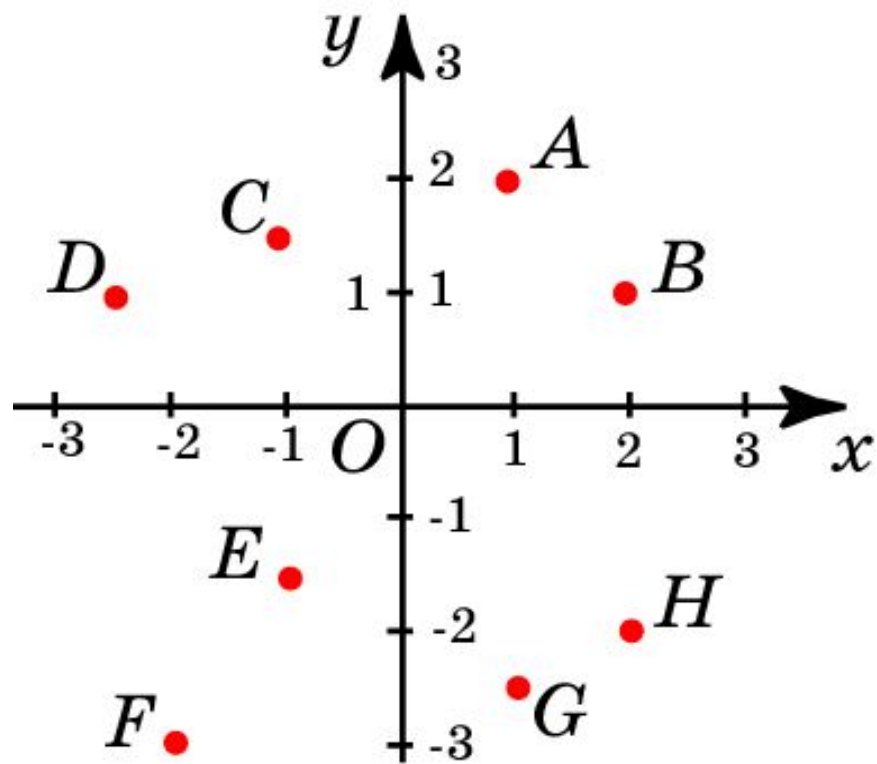
Упражнение 1

Найдите координату середины отрезка на координатной прямой, если его концы имеют координаты: а) 1, 3; б) -2 , 4; в) -3 , -5 .

Ответ: а) 2;
б) 1;
в) -4 .

Упражнение 2

Для заданных точек на координатной плоскости найдите их координаты.



Ответ: $(1, 2)$, $(2, 1)$, $(-1, 1,5)$, $(-2,5, 1)$, $(-1, -1,5)$, $(-2, -3)$, $(1, -2,5)$, $(2, -2)$.

Упражнение 3

На прямой, параллельной оси абсцисс, взяты две точки. У одной из них ордината равна 2. Чему равна ордината другой точки?

Ответ: 2.

Упражнение 4

На прямой, перпендикулярной оси абсцисс, взяты две точки. У одной из них абсцисса равна 3. Чему равна абсцисса другой точки?

Ответ: 3.

Упражнение 5

Из точки $A(2, 3)$ опущен перпендикуляр на ось абсцисс. Найдите координаты основания перпендикуляра.

Ответ: $(2, 0)$.

Упражнение 6

Через точку $A(2, 3)$ проведена прямая, параллельная оси абсцисс. Найдите координаты ее точки пересечения с осью ординат.

Ответ: $(0, 3)$.

Упражнение 7

Найдите координаты точки, симметричной точке $A(x, y)$ относительно: а) оси абсцисс; б) оси ординат; в) начала координат.

Ответ: а) $(x, -y)$;
б) $(-x, y)$;
в) $(-x, -y)$.

Упражнение 8

Точки $N(\dots, 6)$ и $N_1(2, \dots)$ симметричны относительно оси ординат. Назовите пропущенные координаты этих точек.

Ответ: $N(-2, 6)$; $N_1(2, 6)$.

Упражнение 9

Найдите координаты точки, полученной поворотом точки A вокруг начала координат на угол 90° против часовой стрелки, если точка A имеет координаты: а) $(2, 1)$; б) $(-1, 3)$; в) $(-2, -3)$; г) $(1, -3)$.

Ответ: а) $(-1, 2)$;
б) $(-3, -1)$;
в) $(3, -2)$;
г) $(3, 1)$.

Упражнение 10

Найдите координаты точки, полученной поворотом точки $A(1, 0)$ вокруг начала координат против часовой стрелки на угол: а) 30° ; б) 45° ; в) 60° .

Ответ: а) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$;
б) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$;
в) $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Упражнение 11

Найдите геометрическое место точек на координатной плоскости, для которых: а) $x = 2$; б) $y = -1$; в) $|x| = 3$; г) $|y| \geq 1$; д) $x = y$; е) $x = -y$.

Ответ: а) Прямая, параллельная оси ординат;
б) прямая, параллельная оси абсцисс;
в) две прямые, параллельные оси ординат;
г) две полуплоскости;
д) прямая;
е) прямая.

Упражнение 12

Найдите расстояние от начала координат до точки с координатами: а) $(1, 1)$; б) $(-3, 4)$; в) $(-1, -2)$.

Ответ: а) $\sqrt{2}$;

б) 5;

в) $\sqrt{5}$.

Упражнение 13

Найдите координаты середины отрезка AB , если: а) $A(1, -2)$, $B(5, 6)$; б) $A(-3, 4)$, $B(1, 2)$; в) $A(5, 7)$, $B(-3, -5)$.

Ответ: а) $(3, 2)$;
б) $(-1, 3)$;
в) $(1, 1)$.