

Решение систем неравенств

*Методическая разработка учителя математики
ГБОУ СОШ № 322 Дубровской Т.И.*

*Санкт-Петербург
2012 г.*

«Математика - наука о порядке»

А. Уайтхед.

Обучение математике через задачи – идея далеко не новая. Еще Ньютон сказал: «Примеры поучают больше, чем теория». Нужно разумно чередовать задачи, осуществляющие различную степень познавательной самостоятельности.

Работа учителя всегда была и остается творческой.

Алгоритм решения систем неравенств

Чтобы решить систему неравенств, надо:

- 1) решить каждое неравенство системы;
- 2) изобразить решение каждого неравенства данной системы на одной числовой прямой.
- 3) записать решение системы, используя скобки, в случаях, когда решением является отрезок, луч, интервал или полуинтервал (решение может быть записано с помощью простейшего неравенства)
- 4) записать ответ

Блиц - опрос

Найти все решения системы неравенств и записать ответ с помощью числового промежутка:

$$1) \begin{cases} x < 5,1, \\ x \geq -3,7; \end{cases}$$

Ответ: полуинтервал $[-3,7; 5,1)$

$$2) \begin{cases} x \leq 7,9, \\ x > 3; \end{cases}$$

Ответ: полуинтервал $(3; 7,9]$

$$3) \begin{cases} x \leq 2,7, \\ x \geq -3,5; \end{cases}$$

Ответ: отрезок $[-3,5; 2,7]$

$$4) \begin{cases} x > 3, \\ x > -1. \end{cases}$$

Ответ: луч $(3; +\infty)$

$$5) \begin{cases} x \leq 7, \\ x \leq -3,1. \end{cases}$$

Ответ: луч $(-\infty; -3,1]$

Решить систему неравенств:
$$\begin{cases} 3 - 2x \geq 0, \\ 4x + 8 > 0. \end{cases}$$

Решение. 1) решим каждое неравенство исходной системы, получим:

$$\begin{cases} -2x \geq -3 & : (-2), \\ 4x > -8 & : 4; \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 1,5, \\ x > -2. \end{cases}$$

2) изобразим решение каждого из получившихся неравенств на одной числовой прямой:

$$\begin{cases} x \leq 1,5, \\ x > -2. \end{cases}$$



3) $(-2; 1,5]$,то есть $-2 < x \leq 1,5$

Ответ: $(-2; 1,5]$.

Решить систему неравенств:

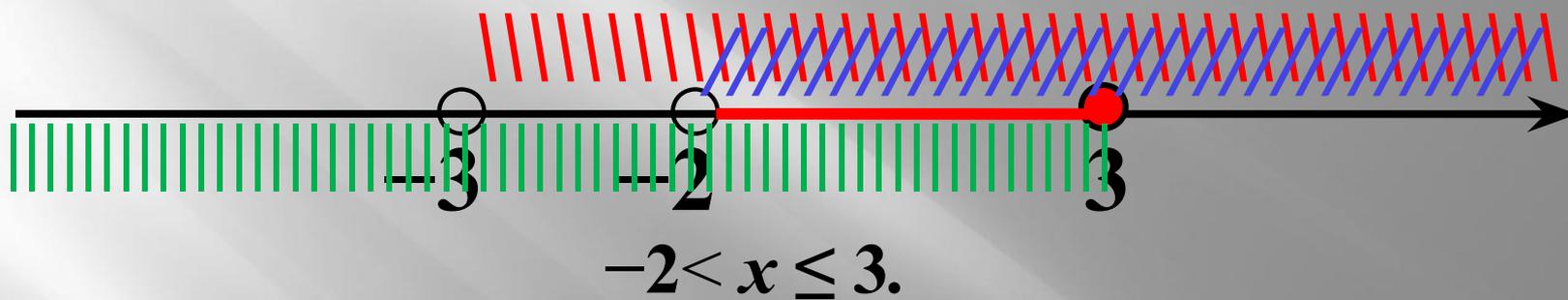
$$\begin{cases} 3x + 2 > x - 2, \\ x + 15 > 6 - 2x, \\ 5x + 11 \leq x + 23. \end{cases}$$

Решение. 1) Решим каждое из неравенств данной системы одновременно, получим:

$$\begin{cases} 3x - x > -2 - 2, \\ x + 2x > 6 - 15, \\ 5x - x \leq 23 - 11; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x > -4 \\ 3x > -9 \\ 4x \leq 12 \end{cases} \quad \begin{array}{l} : 2, \\ : 3, \\ : 4; \end{array} \quad \begin{cases} x > -2, \\ x > -3, \\ x \leq 3. \end{cases}$$

2) **Изобразим решение каждого** из получившихся неравенств на одной числовой прямой:

$$\begin{cases} x > -2, \\ x > -3, \\ x \leq 3. \end{cases}$$



3) **Получили решение исходной системы:** полуинтервал $(-2; 3]$

Ответ: $(-2; 3]$.

Решить систему неравенств:

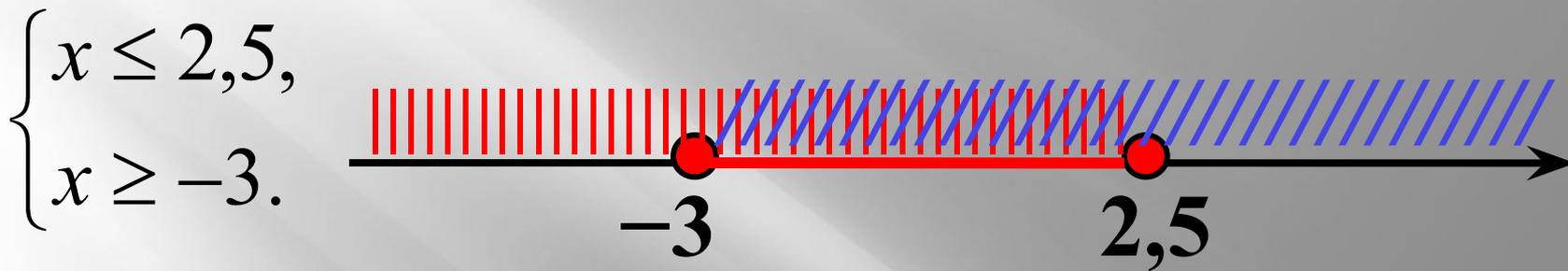
$$\begin{cases} 5(x+1) \leq 3(x+3) + 1, \\ \frac{2x-1}{7} \leq \frac{x+1}{2}. \end{cases}$$

Решение. 1) Решим **каждое неравенство данной системы:**

$$\begin{cases} 5x + 5 \leq 3x + 9 + 1, \\ 2(2x - 1) \leq 7(x + 1); \end{cases} \quad \begin{cases} 5x - 3x \leq 10 - 5, \\ 4x - 2 \leq 7x + 7; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x \leq 5 \\ -3x \leq 9 \end{cases} \quad \begin{array}{l} : 2, \\ : (-3); \end{array} \quad \begin{cases} x \leq 2,5, \\ x \geq -3. \end{cases}$$

2) **Изобразим решение каждого** из получившихся неравенств на одной числовой прямой:



$$-3 \leq x \leq 2,5.$$

3) **Решение системы** – отрезок **$[-3; 2,5]$**

Ответ: **$[-3; 2,5]$** .

Блиц-опрос. Выбери числовой промежуток, являющийся решением системы неравенств

$$\begin{cases} x + 15 > 6 - 2x, \\ 5x + 11 \leq x + 23. \end{cases}$$

$[-3; 3)$

Проверь!

$(5,8;7]$

Подумай!

$(-3; 3)$

Проверь!

$(-3; 3]$

Верно!

Блиц-опрос. Выбери числовой промежуток, являющийся решением системы неравенств
$$\begin{cases} 4x - 13 \leq 3x - 10, \\ 11 - 4x < 12 - 3x. \end{cases}$$

Проверь!

Молодец!

(1; 3)

(-1; 3]

Подумай!

Проверь!

(-3; 3)

[-3; 1)

Блиц-опрос. Выбери наибольшее целое решение системы

$$\begin{cases} 3(x+8) > 4(7-x), \\ (x+2)(x-5) \geq (x+3)(x-4). \end{cases}$$

Думай!



Молодец!



Думай!



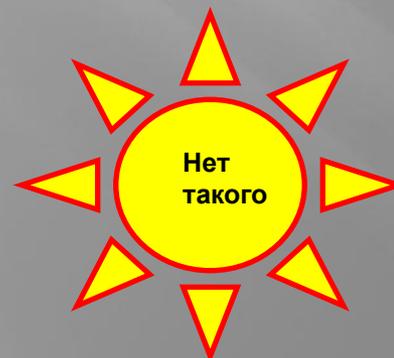
Думай!

Нет
такого



Блиц-опрос. Выбери наименьшее целое решение системы

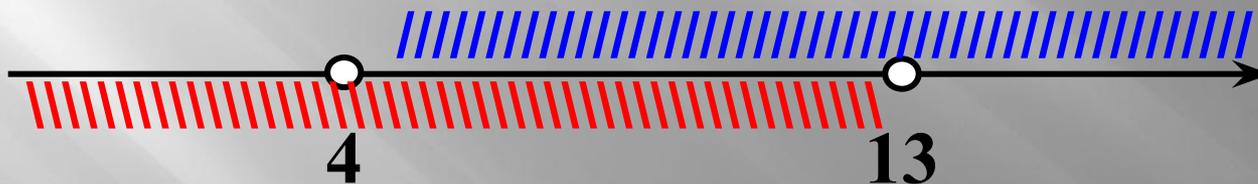
$$\begin{cases} (x+3)(x-6) \leq (x+2)(x+1) + 4, \\ 2(6x-1) \geq 7(2x-4). \end{cases}$$



Задача. Одна сторона треугольника равна 5 метрам, а другая- 8 метрам. Какой может быть третья сторона, если периметр треугольника больше 17 метров ?

Решение. Пусть *x метров* ($x > 0$) — длина третьей стороны треугольника, тогда, согласно условию задачи и учитывая неравенство треугольника, составим и решим систему неравенств:

$$\begin{cases} x < 5 + 8, \\ 5 + 8 + x > 17. \end{cases} \quad \begin{cases} 13 + x > 17 \\ x < 13 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 17 - 13 \\ x < 13 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 4 \\ x < 13 \end{cases}$$



$4 < x < 13$, значит, длина третьей стороны есть любое число из интервала $4 < x < 13$.

Ответ: длина третьей стороны больше 4 метров, но меньше 13 метров.