Логарифмическая функция

Преподаватель математики СПб ГБПОУ
колледжа отраслевых технологий «Краснодеревец»
Костерина Е.В.

Цели урока:

Познакомить учащихся с видом логарифмической функции, её основными свойствами; научить строить график логарифмической функции с данным основанием, использовать свойства логарифмической функции при решении задач

Задачи урока:

- Рассмотреть определение логарифмической функции, свойств логарифмов; выработать навыки их применения.
- Развивать логическое мышление, память, исследовательские качества учащихся; развивать рефлексивные умения через проведение анализа результатов урока.
- Развивать речь как показатель интеллектуального и общего развития обучающегося; воспитывать аккуратность, точность; развивать коммуникативные качества.

СОДЕРЖАНИЕ

завершить

ЛОГАРИФМОМ ПОЛОЖИТЕЛЬНОГО ЧИСЛА В ПО ПОЛОЖИТЕЛЬНОМУ И ОТЛИЧНОМУ ОТ 1 ОСНОВАНИЮ А НАЗЫВАЮТ ПОКАЗАТЕЛЬ СТЕПЕНИ, В КОТОРУЮ НЕОБХОДИМО ВОЗВЕСТИ ЧИСЛО А, ЧТОБЫ ПОЛУЧИТЬ ЧИСЛО В.

$a \in (0;1) \cup (1;+\infty) \qquad b \in (0;+\infty)$

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

Пример:

$$\log_2 8 = 3 \Leftrightarrow 2^3 = 8$$

В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЗНАЧЕНИЯ ОСНОВАНИЯ ПРИНЯТЫ ДВА ОБОЗНАЧЕНИЯ

1. **Если основанием является 10, то вместо $\log_{10} x$ пишут $\lg x$.**
2. **Для введения следующего определения стоит понимать что за число е.**
   Число е есть предел, к которому стремится при неограниченном возрастании n. Т.е $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$

   Вместо $\log_e x$ принято писать $\ln x$.

$$e = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = 2{,}718281\ldots$$

Из определения логарифма следует следующее тождество:

$$a^{\log_a b} = b$$

МОЖНО ВЫДЕЛИТЬ ТРИ ФОРМУЛЫ

$$\log_a 1 = 0 \qquad \log_a a = 1 \qquad \log_a a^c = c$$

Примеры:

$$3^{\log_3 5} = 5 \qquad \lg 1 = 0 \qquad \ln e = 1$$

ГРАФИКИ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ ФУНКЦИИ

1. $y = \lg x$
2. $y = \ln x$
3. $y = \log_a x$, $a>1$
4. $y = \log_a x$, $0<a<1$
5. Свойства функции.

содержание

ГРАФИК ФУНКЦИИ Y=LG X

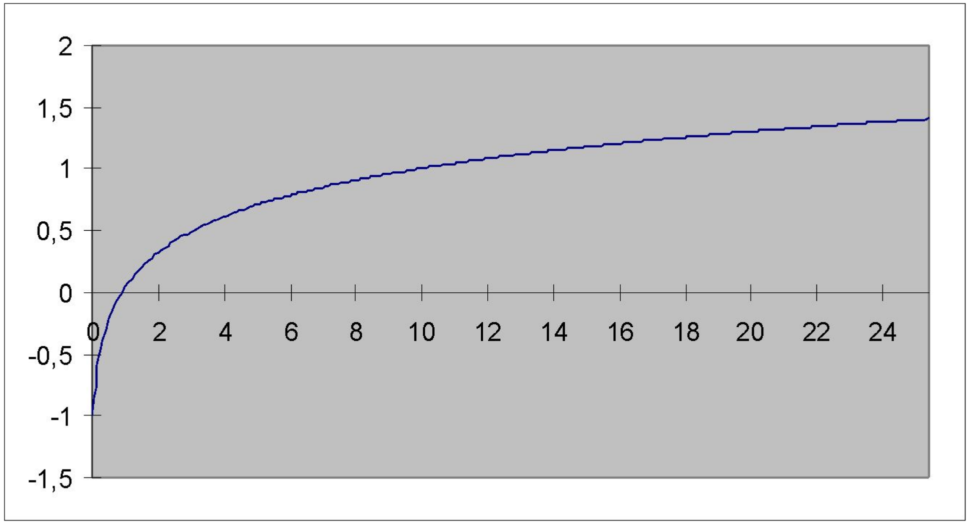


ГРАФИК ФУНКЦИИ Y=LN X

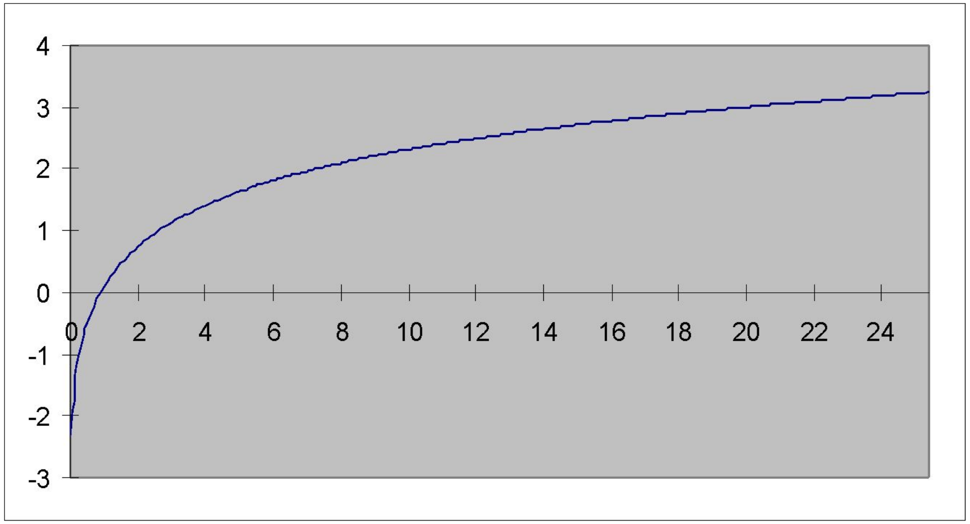


ГРАФИК ФУНКЦИИ $Y=LOG_A X$
a>1

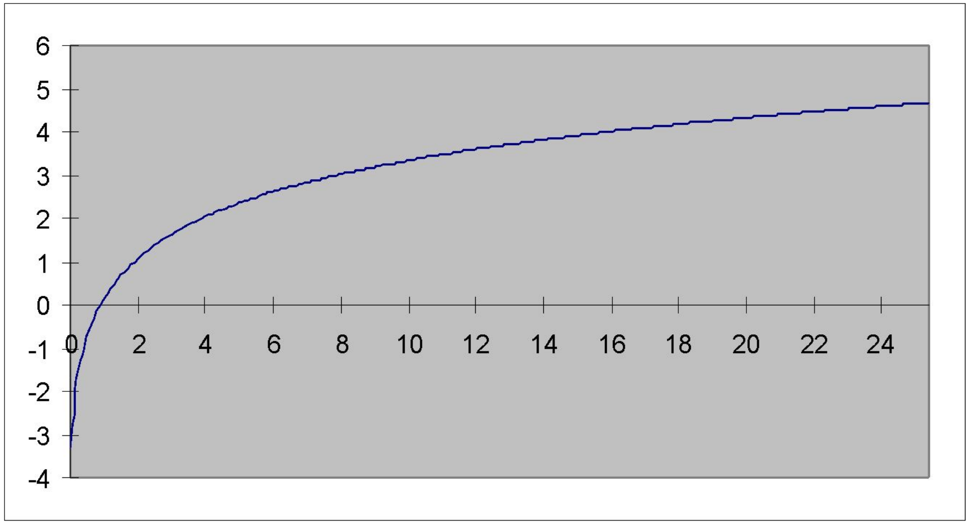
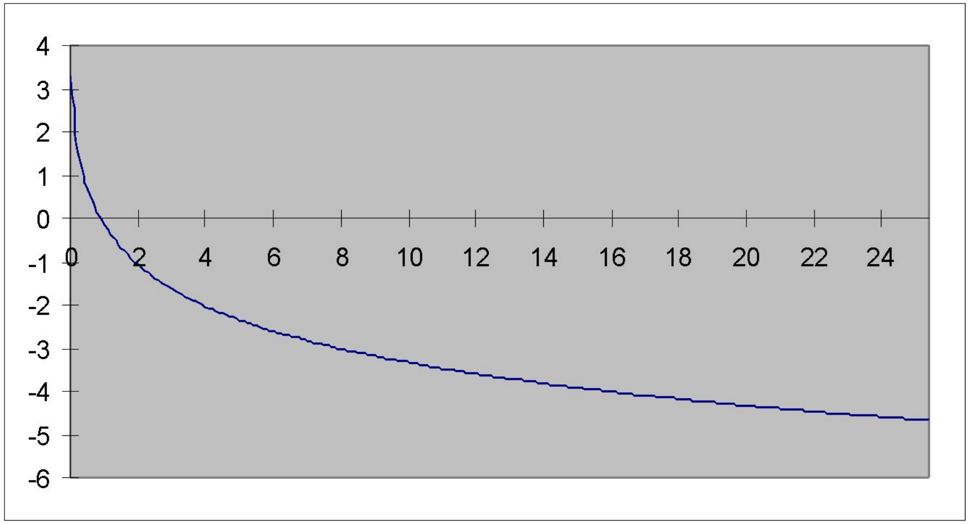


ГРАФИК ФУНКЦИИ $Y=\log_a x$ $0<a<1$



Свойства $f(x)=\log_a x$

1. $D(f)=(0;+\infty)$;
2. Не является ни четной, ни нечетной;
3. При $a>1$ функция возрастающая, при $0<a<1$ функция убывающая;
4. Не ограничена;
5. Не имеет ни максимального, ни минимального значения;
6. Непрерывна;
7. $E(f)=(-\infty;+\infty)$;
8. Асимптота $x=0$;
9. Выпукла вверх при $a>1$, выпукла вниз при $0<a<1$

Стоит заметить, что график проходит через точки (1;0) и (a;1)

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

1. **Логарифм произведения.**
2. **Логарифм частного.**
3. **Логарифм степени.**
4. **Логарифм корня.**
5. **Переход от одного показателя к другому.**
6. **Свойства натуральных логарифмов.**

содержание

1. ЛОГАРИФМ ПРОИЗВЕДЕНИЯ РАВЕН СУММЕ ЛОГАРИФМОВ МНОЖИТЕЛЕЙ:

$$\log_x(ab) = \log_x a + \log_x b$$

2. ЛОГАРИФМ ЧАСТНОГО РАВЕН ЛОГАРИФМОВ ДЕЛИМОГО БЕЗ ЛОГАРИФМА ДЕЛИТЕЛЯ:

$$\log_x\left(\frac{a}{b}\right) = \log_x a - \log_x b$$

3. ЛОГАРИФМ СТЕПЕНИ РАВЕН ПРОИЗВЕДЕНИЮ ПОКАЗАТЕЛЯ СТЕПЕНИ НА ЛОГАРИФМ ЕЕ ОСНОВАНИЯ:

$$\log_x a^m = m \log_x a$$

4. ЛОГАРИФМ КОРНЯ РАВЕН ОТНОШЕНИЮ ЛОГАРИФМА ПОДКОРЕННОГО ВЫРАЖЕНИЯ И ПОКАЗАТЕЛЯ КОРНЯ:

$$\log_x \sqrt[m]{a} = \frac{\log_x a}{m}$$

5. ПЕРЕХОД ОТ ОДНОГО ОСНОВАНИЯ К ДРУГОМУ

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} \Rightarrow \log_a x = \frac{1}{\log_x a}$$

СВОЙСТВА НАТУРАЛЬНЫХ ЛОГАРИФМОВ

Чтобы по известному десятичному логарифму числа х найти его натуральный логарифм, нужно разделить десятичный логарифм числа х на десятичный логарифм числа е:

$$\ln x = \frac{\lg x}{\lg e} \approx \frac{\lg x}{0.43429} \approx 2.30259 \lg x$$

Чтобы по известному натуральному логарифму числа х найти его десятичный логарифм, нужно умножить натуральный логарифм числа х на десятичный логарифм числа е:

$$\lg x = \lg e \cdot \ln x \approx 0.43429 \ln x$$

Число lg e=0.43429 называется модулем десятичных логарифмов и обозначается через М.

РЕШЕНИЯ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

$\log_x 5 = 2$

$x^2 = 5$

$\underline{x = \sqrt{5}}, т.к. \sqrt{5} > 0$

$Ответ: x = \sqrt{5}$

$\log_4 x = 0{,}5$

$x = 4^{0.5} = \sqrt{4} = 2$

$\underline{x = 2}$

$Ответ: x = 2$

Решить уравнение:

$$\frac{2^x\left(2^x-4\right)}{1-2^x}=\frac{2^{x+1}-5}{1-2^x}$$

$$\textit{Пусть } m=2^x, \textit{причем } m\in(0;1)\cup(1;+\infty)$$

$$m(m-4)=2m-5$$

$$m^2-4m-2m+5=0$$

$$m^2-6m+5=0$$

$$a=1, k=\frac{b}{2}=-3, c=5$$

$$D_1=k^2-ac=4$$

$$m_{1,2}=\frac{-k\pm\sqrt{D_1}}{a}=3\pm2$$

$m_1=1,$ *но* $m\neq1$ $\qquad \underline{m_2=5}$

Значит, $2^x=5\Leftrightarrow x=\log_2 5$

$$\textit{Ответ}: x=\log_2 5.$$

РЕШЕНИЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКИХ НЕРАВЕНСТВ

$$\log_{0.5} x > 0$$

$$\log_{0.5} x = 0$$

$$x = 1$$

$$\textit{Ответ}: x \in (0;1)$$

$$2^x > 3$$

$$2^x > 2^{\log_2 3}$$

$$x > \log_2 3$$

$$\textit{Ответ}: x \in \left(\log_2 3;+\infty\right).$$

РЕШИТЕ НЕРАВЕНСТВО:

$$\left(10^x - 2\right)^2 \le 3 \cdot 10^x - 2$$

$$\textit{Пусть } t = 10^x,\ t \in (0, +\infty)$$

$$(t-2)^2 \le 3t - 2$$

$$t^2 - 4t + 4 - 3t + 2 \le 0$$

$$t^2 - 7t + 6 \le 0$$

$$(t-1)(t-6) \le 0$$

$$1 \le t \le 6$$

$$1 \le 10^x \le 6$$

$$0 \le x \le \lg 6$$

$$\textit{Ответ}: x \in [0; \lg 6].$$

Спасибо за внимание