

Разбор задач ЕГЭ

Рекурсивные алгоритмы. ● ●



Задача 1.

Последовательность чисел Фибоначчи задается рекуррентным соотношением:

$$F(1) = 1$$

$$F(2) = 1$$

$F(n) = F(n-2) + F(n-1)$, при $n > 2$, где n – натуральное число.

Чему равно девятое число в последовательности Фибоначчи?

А *В ответе запишите только натуральное число.*

Решение.

$$F(3) = F(1) + F(2) = 2,$$

$$F(4) = F(2) + F(3) = 3,$$

$$F(5) = F(3) + F(4) = 5,$$

$$F(6) = F(4) + F(5) = 8,$$

$$F(7) = F(5) + F(6) = 13,$$

$$F(8) = F(6) + F(7) = 21,$$

$$F(9) = F(7) + F(8) = 34.$$

Ответ 34

Задача 1.

Решение.

Шаг	S=	K=
1	$1+2*0=1$	$0+4=4$
2	$1+2*4=9$	$4+4=8$
3	$9+2*8=25$	$8+4=12$
4	$25+2*12=49$	$12+4=16$

Условие $k < 13$ проверяется сразу после $k:=k+4$, следовательно, действие $s:=s+2*k$ для $k=16$ выполняться не будет.

$$s+k=49+16=65$$

Ответ 65

Задача 2.

Дан рекурсивный алгоритм:

```
procedure F(n: integer);  
begin  
  writeln('*');  
  if n > 0 then  
    Begin  
      F(n-2);  
      F(n div 2)  
    end;  
  end;
```

Сколько символов "звездочка" будет напечатано на экране при выполнении вызова F(7)?

Задача 2.

Решение1.

сначала определим рекуррентную формулу; обозначим через $G(n)$ количество звездочек, которые выводит программа при вызове $F(n)$ из программы видим, что

$$G(n) = 1 \text{ при всех } n \leq 0$$

$$G(n) = 1 + G(n-2) + G(n \text{ div } 2) \text{ при } n > 0$$

вспомним, что $n \text{ div } 2$ – это частное от деления n на 2

по этим формулам заполняем таблицу, начиная с нуля:

$$G(0) = 1$$

$$G(1) = 1 + G(-1) + G(0) = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$G(2) = 1 + G(0) + G(1) = 1 + 1 + 3 = 5$$

$$G(3) = 1 + G(1) + G(1) = 1 + 3 + 3 = 7$$

$$G(4) = 1 + G(2) + G(2) = 1 + 5 + 5 = 11$$

$$G(5) = 1 + G(3) + G(2) = 1 + 7 + 5 = 13$$

$$G(6) = 1 + G(4) + G(3) = 1 + 11 + 7 = 19$$

$$G(7) = 1 + G(5) + G(3) = 1 + 13 + 7 = 21$$

Ответ 21

Задача 2.

Решение2(«с конца»).

пп. 1-3 – как в варианте 1

по формулам $G(7) = 1 + G(5) + G(3)$, поэтому нужно найти $G(5)$ и $G(3)$

$G(5) = 1 + G(3) + G(2)$, нужны $G(3)$ и $G(2)$

$G(3) = 1 + G(1) + G(1)$, нужно $G(1)$

$G(2) = 1 + G(0) + G(1) = 2 + G(1)$, нужно $G(1)$

$G(1) = 1 + G(-1) + G(0) = 1 + 1 + 1 = 3$

теперь идем «обратным ходом»:

$G(2) = 2 + G(1) = 5$

$G(3) = 1 + G(1) + G(1) = 1 + 3 + 3 = 7$

$G(5) = 1 + G(3) + G(2) = 1 + 7 + 5 = 13$

$G(7) = 1 + G(5) + G(3) = 1 + 13 + 7 = 21$

Ответ 21

Задача 2.

Решение 3 (построение графа).

•G(1)

•G(0)

•G(-1)

•G(2)

•*

•G(0)

•G(1)

•*

•G(0)

•G(-1)

•G(3)

•*

•G(1)

G(0) выведет одну звёздочку «*»,
G(-1) выведет одну звёздочку «*», отметим все звёздочки (зелёным) и посчитаем их количество, получим ответ: 21.

Ответ 21

Вопросы.

Дан рекурсивный алгоритм:

```
procedure F(n: integer);  
begin  
  writeln('*');  
  if n > 0 then begin  
    writeln('*');  
    F(n-2);  
    F(n div 2);  
  end;  
end;
```

Сколько символов "звездочка" будет напечатано на экране при выполнении вызова F(7)?

Ответ 31

Вопросы.

Дан рекурсивный алгоритм:

```
procedure f(n:integer);
```

```
begin
```

```
  writeln(n);
```

```
  if n>0 then
```

```
  begin
```

```
    f(n-2);
```

```
    f(n-3);
```

```
  end;
```

```
end;
```

Найти сумму всех чисел которые выведет программа при вызове F(7)?

Ответ 17

Вопросы.

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$ и $G(n)$, где n – натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = 1$$

$$F(n) = 2 * G(n-1) + 5 * n, \text{ при } n > 1$$

$$G(1) = 1$$

$$G(n) = F(n-1) + 2 * n, \text{ при } n > 1$$

Чему равно значение функции $F(4) + G(4)$?

В ответе запишите только натуральное число.

Вопросы.

Последовательность чисел трибоначчи задается рекуррентным соотношением:

$$F(1) = 0$$

$$F(2) = 1$$

$$F(3) = 1$$

$F(n) = F(n-3) + F(n-2) + F(n-1)$, при $n > 3$, где n – натуральное число.

Чему равно одиннадцатое число в последовательности трибоначчи?

В ответе запишите только натуральное число.

Ответ 149

Вопросы.

$$F(1) = 1,$$

$$F(2) = 3,$$

$$F(3) = 6,$$

$$F(4) = 10,$$

....

$$F(40) = ?$$

Что это за функция? Как можно её представить в виде рекуррентного соотношения?

Ответ 820

Ответ Это сумма n членов арифметической прогрессии.

$$F(n) = n + F(n-1)$$