

# ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

**Автор урока:**

**Гапонова Марина Александровна,**

**учитель математики**

**МОУ «Средняя школа №9»**

**г.Петрозаводск. Республика Карелия**

**-2015-**

«Геометрия обладает двумя великими сокровищами.

Первое – это теорема Пифагора...»



# НЕОБХОДИМО ВЫЯСНИТЬ:

- кто такой Пифагор;
- в чём заключается теорема Пифагора;
- доказать теорему;
- показать практическое применение;
- показать задачи, используемые в экзамене по данной теме.



## ЦЕЛИ:

- овладение необходимыми знаниями и умениями по теме урока;
- воспитание серьёзного отношения к геометрии, понимание значимости предмета ;
- развитие умения использовать разнообразные источники информации;
- воспитание познавательного интереса в изучении геометрии;
- развитие логического мышления.



## ЗАДАЧИ:

- познакомиться с теоремой Пифагора, её доказательством, историей её создания, биографией Пифагора;
- показать применение теоремы в ходе решения задач;
- расширить круг задач, используемых на уроках геометрии;
- отработать умение делать выводы;
- формировать учебно-познавательные действия;
- развивать умение работать в коллективе, парами и самостоятельно.



## ПОРЯДОК РАБОТЫ:

- цели, задачи;
- разделение на команды для соревнования;
- история Пифагора и его теоремы;
- формулировка теоремы;
- разные способы её доказательства;
- применение теоремы в задачах;
- рефлексия;
- домашнее задание.



# КОМАНДЫ:

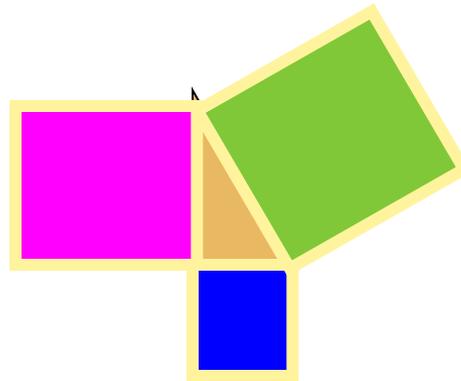
**1 ряд**

«Историки»



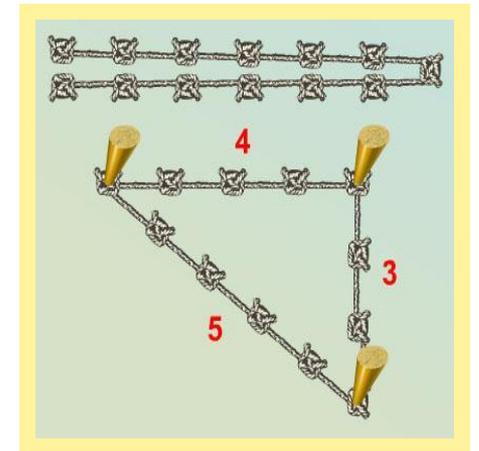
**2 ряд**

«Теоретики»



**3 ряд**

«Практики»



## ИСТОРИЯ О ПИФАГОРЕ:

- Пифагор родился в 580 г. до н.э. в Древней Греции на острове Самос, который находится в Эгейском море, поэтому его называют Пифагором Самосским.
- Его отец был резчиком по камню. Ещё в детстве Пифагор проявлял незаурядные способности, и когда подрос, воображению юноши стало тесно на маленьком острове.



- Пифагор перебрался в г. Милет и стал учеником Фалеса, которому в то время шёл восьмой десяток. Мудрый учёный посоветовал юноше отправиться в Египет. Когда Пифагор постиг науку египетских жрецов, то отправился домой, чтобы там создать свою школу.
- Пифагорейцы, как их позднее стали называть, занимались математикой, философией, естественными науками.



## ИСТОРИЯ ТЕОРЕМЫ:

Изучение вавилонских клинописных таблиц и древних китайских рукописей показало, что это утверждение было известно задолго до Пифагора. Заслуга же Пифагора состояла в том, что он открыл доказательство этой теоремы.

Согласно одной из легенд, знаменитую теорему Пифагор добыл как выигрыш с неизвестным математиком. Тот отдал свиток с теоремой Пифагору и сказал, что человек, который владеет этим свитком, будет известным не одно тысячелетие...

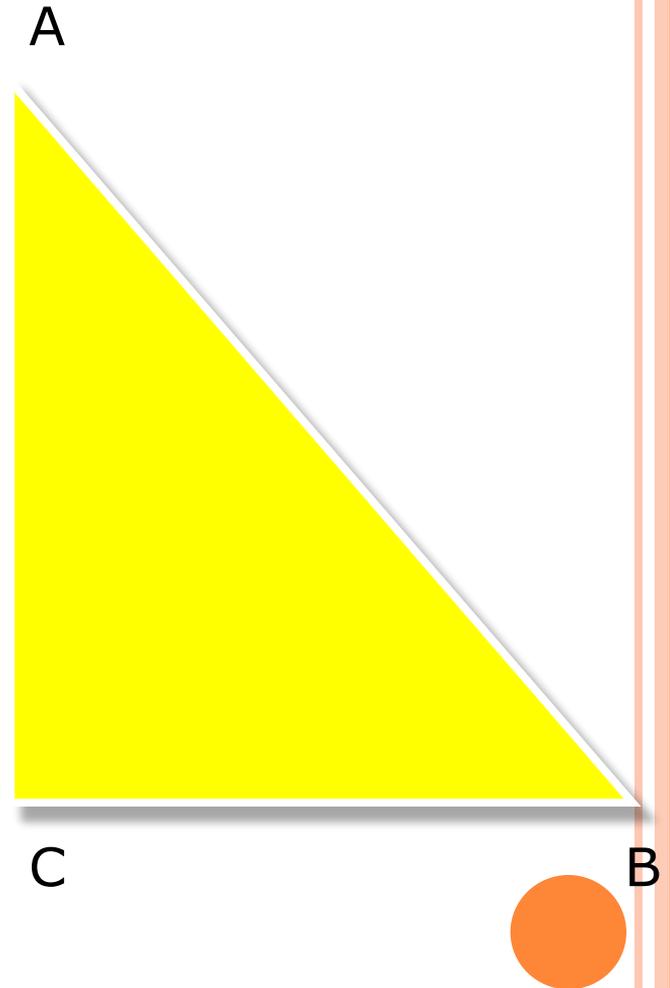


- Теорему называли «мостом ослов», так как слабые ученики, заучивающие теоремы наизусть, без понимания, и прозванные поэтому «ослами», были не в состоянии преодолеть теорему Пифагора, служившую для них вроде непреодолимого моста.



## ПОВТОРЕНИЕ:

- 1) Определите вид треугольника.
- 2) Назовите катеты и гипотенузу данного треугольника.
- 3) Как найти площадь  $\triangle ABC$ ?
- 4) Как найти площадь квадрата?



## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА:

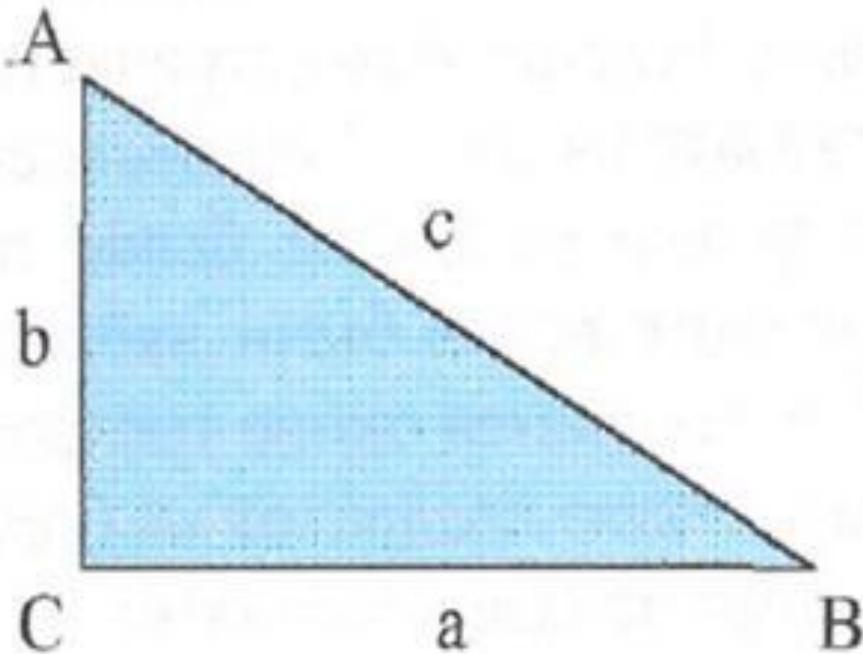
- Постройте прямоугольный треугольник, катеты которого выражаются целыми числами;
- Измерьте катеты и гипотенузу, результаты запишите в тетрадь;
- Возведите все величины в квадрат и запишите:  $a^2$ ;  $b^2$ ;  $c^2$ ;
- Сложите квадраты катетов  $a^2 + b^2$

**Получилось ли, что  $a^2 + b^2 = c^2$ ?**



# ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

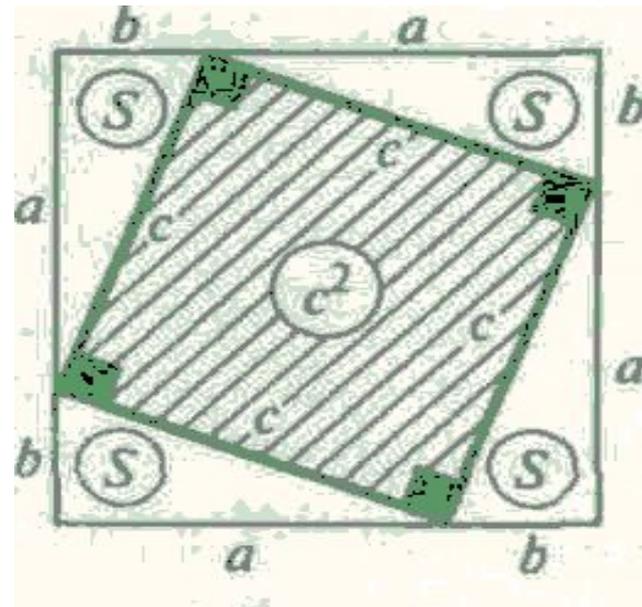


$$c^2 = a^2 + b^2$$

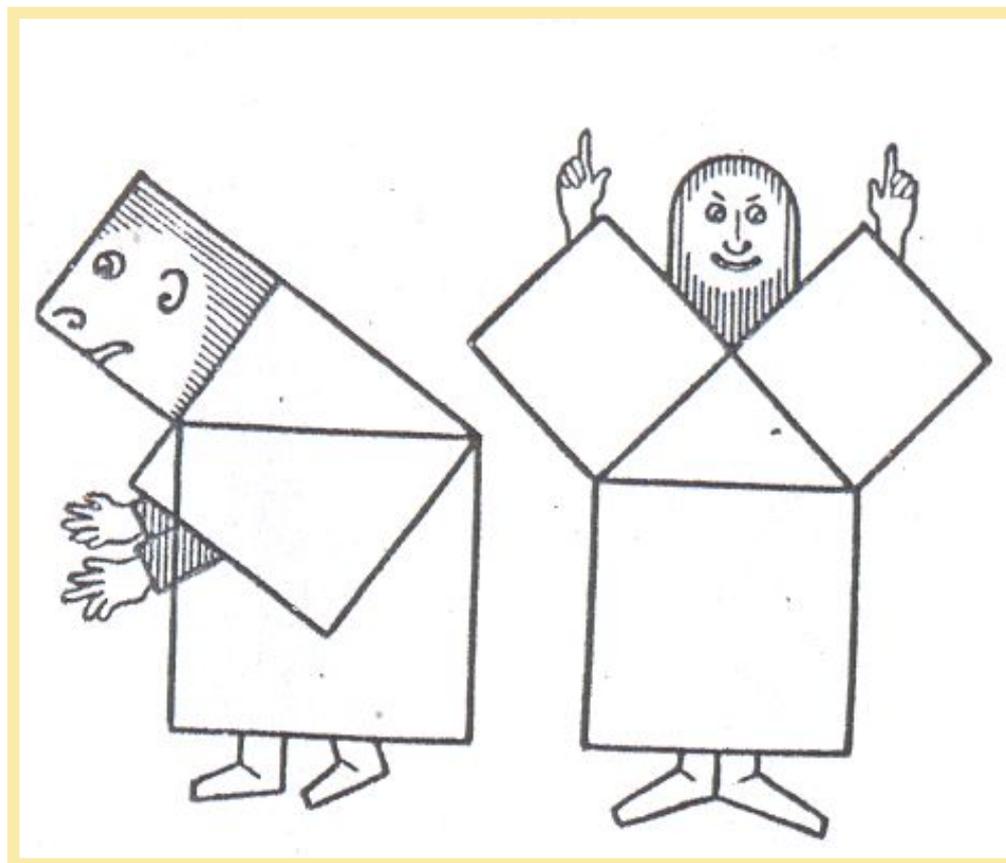


## ДОКАЗАТЕЛЬСТВО:

- 1) Построим прямоугольник до квадрата со стороной  $a + b$ .
- 2) Площадь квадрата равна  $(a + b)^2$
- 3) С другой стороны квадрат составлен из четырёх равных прямоугольных треугольников с площадью  $\frac{1}{2} ab$  и квадрата, площади  $c^2$
- 4)  $S = 4 * \frac{1}{2} ab + c^2 = 2ab + c^2$ .  
 $(a+b)^2 = 2ab + c^2$ .  
 $c^2 = a^2 + b^2$ .

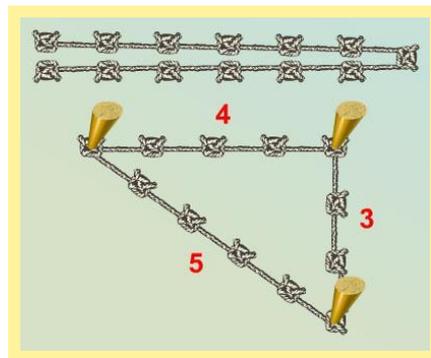


□ Пифагоровы штаны во все стороны равны



# ТЕОРЕМА, ОБРАТНАЯ К ТЕОРЕМЕ ПИФАГОРА:

- позволяет проверить, является ли тот или иной треугольник прямоугольным. Этим пользовались землемеры и строители Древнего Египта: они размечали прямые углы с помощью веревки, разделенной узлами на 12 равных кусков;
- прямоугольный треугольник со сторонами 3, 4, 5 называется «египетским», а тройки  $(a, b, c)$  натуральных чисел, удовлетворяющие уравнению  $c^2 = a^2 + b^2$ , т. е. служащие длинами сторон прямоугольных треугольников, Пифагоровыми.



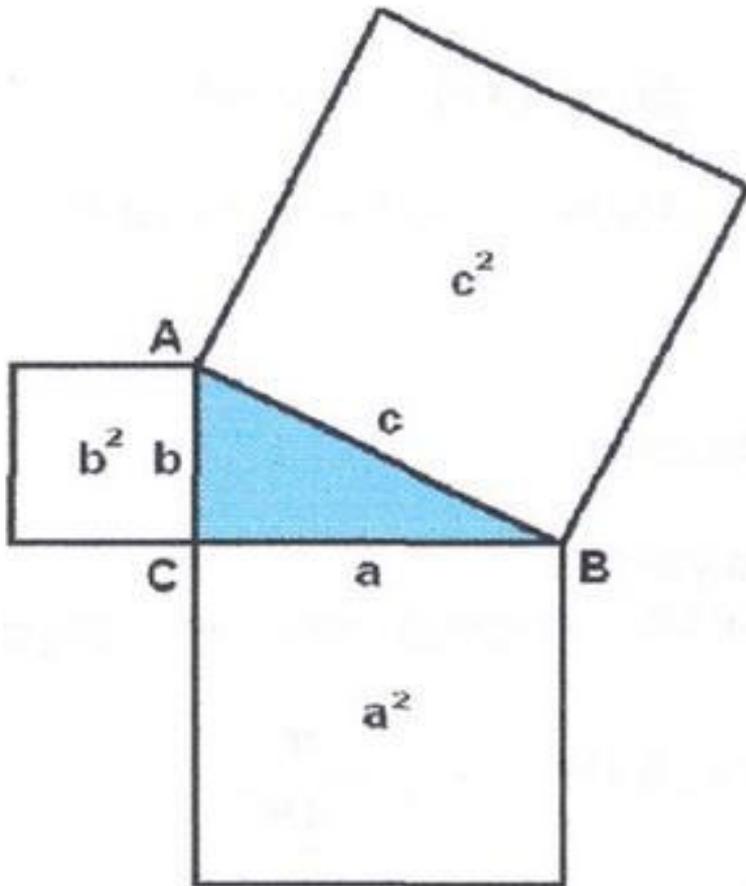
# НЕКОТОРЫЕ ПИФАГОРОВЫ ТРОЙКИ:



$(3,4,5)$ ,  $(6,8,10)$ ,  $(5,12,13)$ ,  
 $(9,12,15)$ ,  $(8,15,17)$ ,  $(12,16,20)$ ,  $(15,20,25)$ ,  
 $(7,24,25)$ ,  $(10,24,26)$ ,  $(20,21,29)$ ,  
 $(18,24,30)$ ,  $(10,30,34)$ ,  $(21,28,35)$ ,  
 $(12,35,37)$ ,  $(15,36,39)$ ,  $(24,32,40)$ ,  $(9,40,41)$ ,  
 $(27,35,45)$ ,  $(14,48,50)$ ,  $(30,40,50)$ ...



# ЕЩЁ ОДНА ФОРМУЛИРОВКА ТЕОРЕМЫ:



- Площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, равна сумме площадей квадратов, построенных на его катетах.



# АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО:

1) Проведем высоту  $CD$  из вершины прямого угла  $C$ .

2) По определению косинуса угла  $\cos A = AD/AC = AC/AB$ , отсюда следует

$$AB \cdot AD = AC^2.$$

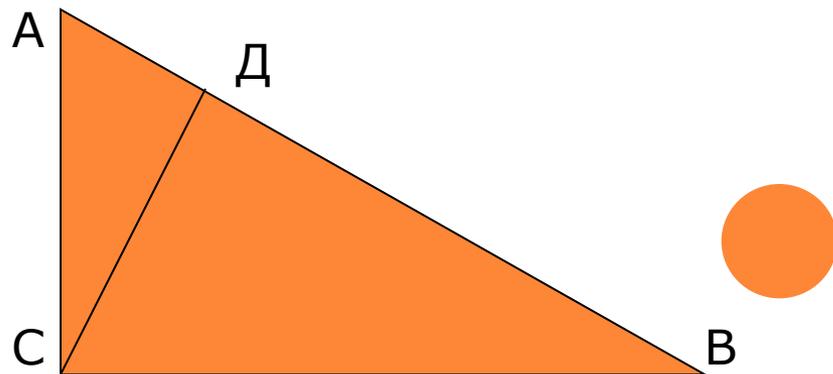
3) Аналогично  $\cos B = BD/BC = BC/AB$ , значит

$$AB \cdot BD = BC^2.$$

4) Сложив полученные равенства почленно, получим:

$$AC^2 + BC^2 = AB \cdot (AD + DB)$$

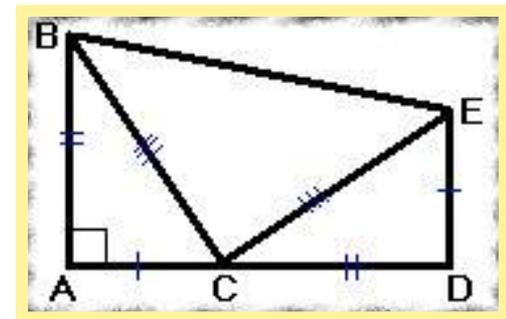
□  $AB^2 = AC^2 + BC^2.$



# ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО:

- 1) Построим отрезок  $CD$  равный отрезку  $AB$  на продолжении катета  $AC$  прямоугольного треугольника  $ABC$ . Затем опустим перпендикуляр  $ED$  к отрезку  $AD$ , равный отрезку  $AC$ , соединим точки  $B$  и  $E$ .
- 2) Площадь фигуры  $ABED$  можно найти, если рассматривать её как сумму площадей трёх треугольников:  $S_{ABED} = 2 \cdot AB \cdot AC / 2 + BC^2 / 2$
- 3) Фигура  $ABED$  является трапецией, значит, её площадь равна:  
 $S_{ABED} = (DE + AB) \cdot AD / 2$ .
- 4) Если приравнять левые части найденных выражений, то получим:  
 $AB \cdot AC + BC^2 / 2 = (DE + AB)(CD + AC) / 2$   
 $AB \cdot AC + BC^2 / 2 = (AC + AB) \cdot 2 / 2$   
 $AB \cdot AC + BC^2 / 2 = AC^2 / 2 + AB^2 / 2 + AB \cdot AC$   
 $BC^2 = AB^2 + AC^2$ .

□ Это доказательство было опубликовано в 1882 году Гэрфилдом.



# ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕМЫ ПИФАГОРА

В настоящее время на рынке мобильной связи идет большая конкуренция среди операторов. Чем надежнее связь, чем больше зона покрытия, тем больше потребителей у оператора. При строительстве вышки (антенны) часто приходится решать задачу: какую наибольшую высоту должна иметь антенна, чтобы передачу можно было принимать в определенном радиусе.



# МОБИЛЬНАЯ СВЯЗЬ

- Какую наибольшую высоту должна иметь антенна мобильного оператора, чтобы передачу можно было принимать в радиусе  $R=200$  км? (радиус Земли равен 6380 км.)

- Решение:

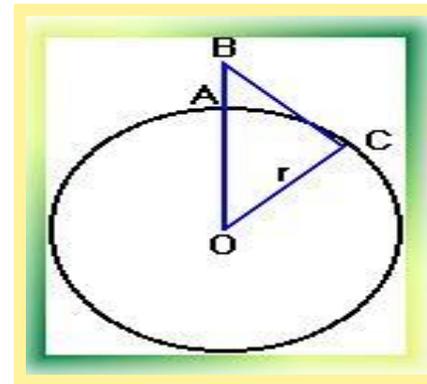
Пусть  $AB = x$ ,  $BC = R = 200$  км,

$OC = r = 6380$  км.

$OB = OA + AB$

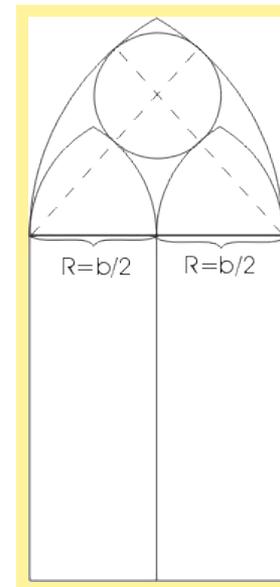
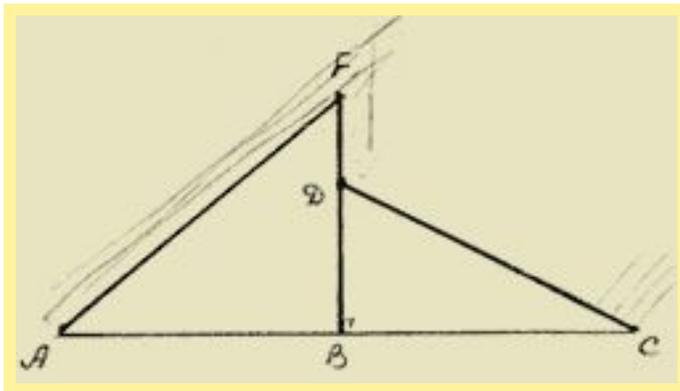
$OB = r + x$ .

- Используя теорему Пифагора, получим ответ: 2,3 км.



# ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕМЫ ПИФАГОРА

- Теорему Пифагора широко применяют и в строительстве, при вычислении размеров крыши, построении окон, используется в большинстве архитектурных сооружений. В астрономии используют для вычисления расстояний.



## ИНТЕРЕСНОЕ О ПИФАГОРЕ:

- Пифагор – это на самом деле прозвище, а не имя (Пифагор - "убеждающий речью").
- Увлекался спортом, побеждал в кулачном бою на Олимпийских играх.
- Придумал специальную кружку, которая заставляла пить только в ограниченных количествах. Сегодня она продается на Родосе, Самосе и Крите как сувенир.
- Пифагор считал, что нельзя употреблять пищу животного происхождения. Он верил, что в животных переселяются души людей.



# ВАЖНЫЕ ОТКРЫТИЯ, СВЯЗАННЫЕ С ИМЕНЕМ ПИФАГОРА:

- в географии и астрономии – представление о том, что Земля – шар и что существуют другие, похожие на неё миры;
- в музыке – зависимость между длиной струны арфы и звуком, который она издаёт;
- в геометрии – построение правильных многоугольников (один из них пятиконечная звезда – стал символом пифагорейцев).



Если дан нам треугольник  
И притом с прямым углом,  
То квадрат гипотенузы  
Мы всегда легко найдём:  
Катеты в квадрат возводим,  
Сумму степеней находим —  
И таким простым путём  
К результату мы придём.



Не знаю, чем кончу поэму,  
И как мне печаль избыть:  
Древнейшую теорему  
Никак я не в силах забыть.  
Стоит треугольник как ментор,  
И угол прямой в нём есть,  
И всем его элементам  
Повсюду слава и честь!

**Вебер**



# ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ

- Выбрать задачу и решить её

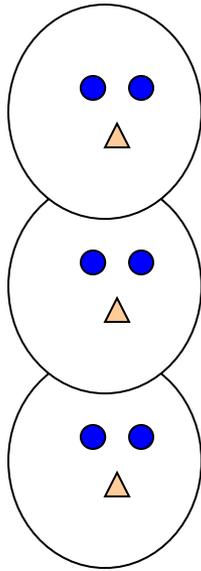
Задачи для проверки

Задачи из открытого банка заданий к экзамену



# РЕФЛЕКСИЯ:

- На ваших карточках дорисуйте снеговика:



**Я пришёл на урок с таким настроением**

**Я присутствовал на уроке с таким настроением**

**Я ухожу с урока с таким настроением**



## ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ НА ВЫБОР:

- найти другой способ доказательства теоремы Пифагора;
- найти пифагоровы тройки;
- придумать свою задачу на применение теоремы Пифагора;
- найти задачи из базы задач по геометрии с сайта [fipi](#).



«Не гоняйся за счастьем:  
оно всегда находится в  
тебе самом».

□ Пифагор.



## ЛИТЕРАТУРА:

- Л.С. Атанасян учебник «Геометрия 7-9» Москва «Просвещение» 2009 г.
- Е.М. Рабинович «Задачи и упражнения на готовых чертежах».
- Волошинов А.В. «Математика и искусство». - М.: «Просвещение» 2000.
- Волошинов А.В. «Пифагор». - М.: «Просвещение» 2001.
- Литцман В. «Теорема Пифагора». - М.: «Государственное издательство физико-математической литературы» 2000.
- Глейзер И. «История математики в школе».
- Чистяков В.Д. «Старинные задачи по элементарной математике»



# РЕСУРСЫ ИНТЕРНЕТ

<http://encyklopedia.narod.ru/bios/nauka/pifagor/pifagor.html>

[http://fevt.ru/load/prezentacii\\_powerpoint/teorema\\_pifagora\\_prezentacija/110-1-0-967](http://fevt.ru/load/prezentacii_powerpoint/teorema_pifagora_prezentacija/110-1-0-967)

[http://volna.org/geometrija/tieoriema\\_pifaghora.html](http://volna.org/geometrija/tieoriema_pifaghora.html)

<http://prezentacii.com/matematike/9566-teorema-pifagora-i-ee-primenenie.html>

<http://video.promail.kz/video/226022>

<http://moypifagor.narod.ru/media.htm>

