

Если математическая модель исследуемого процесса и ограничения на значения ее параметров **линейны**, то задача достижения цели является **задачей линейного программирования**.

Если математическая модель исследуемого процесса или ограничения на значения ее параметров **нелинейны**, то задача достижения цели является **задачей нелинейного программирования**.

# Оптимизация

**Оптимизация** – это поиск оптимального (наилучшего) варианта в заданных условиях.

**Оптимальное решение** – такое, при котором некоторая заданная функция (целевая функция) достигает минимума или максимума.

# **Информационные оптимизационные модели**

# Постановка задачи

**Найти:**  $x_1, x_2, \dots, x_n$

**такие, что:**  $F(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \{\text{Max}; \text{Min}; = \text{Value}\}$

**при ограничениях:**

$G(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \{>\text{Value}; <\text{Value}; \geq\text{Value}; \leq\text{Value}; = \text{Value}\}$

**где**  $X_1, X_2, \dots, X_n$  - называются регулируемыми ячейками.

$F(x_1, x_2, \dots, x_n)$  – целевая функция, называемая иногда просто целью, должна задаваться в виде формулы в ячейке рабочего листа.

Функции  $G(x_1, x_2, \dots, x_n)$  называются ограничениями. Их можно задать как в виде равенств, так и неравенств.

	A	B	C	D	E
1	Количество листов, раскроенных способом 1 — X1				0
2	Количество листов, раскроенных способом 2 — X2				0
3	Количество листов, раскроенных способом 3 — X3				0
4					
5	Количество листов материала (min)				<b>=E1+E2+E3</b>
6					
7	<b>Ограничения:</b>				
8	Количество заготовок А				<b>=10*E1+3*E2+8*E3</b>
9	Количество заготовок В				<b>=3*E1+6*E2+4*E3</b>
10					

# Решатель

Целевая ячейка

SE\$5

Результат

Максимум

Минимум

Значение

## Параметры

Механизм решателя

OpenOffice.org линейный решатель

Параметры:

Ограничение поиска решения по времени (секунд): 100

- Ограничить глубину ветвей и границ
- Принять переменные как неотрицательные
- Принять переменные как целочисленные

Уровень эpsilon (0-3): 0

Изменить...

Справка

OK

Отмена

Закрыть

Решить

# На языке программирования Паскаль

```
var x1,x2,x3,f:integer;
```

```
begin
```

```
f:=300;
```

```
for x1:=1 to 100 do
```

```
for x2:=1 to 100 do
```

```
x3:=1 to 100 do
```

```
for (10*x1+3*x2+8*x3=500) and
```

```
if (3*x1+6*x2+4*x3=300).....
```

```
then x1+x2+x3 <
```

```
f:=x1+x2+x
```

```
if writeln(x1,' ',x2,' ',x3);
```

3

```
writeln('f=',f); n ;
```

## **Линейная оптимизационная задача**

*(для самостоятельного выполнения)*

Цех выпускает детали А и В. На производство детали А рабочий тратит 3 часа, на производство детали В - 2 часа. От реализации детали А предприятие получает прибыль 80 ден. ед., В - 60 ден. ед. Цех должен выпустить не менее 100 штук деталей А и не менее 200 штук деталей В. Сколько деталей каждого вида надо выпустить для получения наибольшей прибыли, если фонд рабочего времени составляет 900 человеко-часов.

## Математическая модель задачи

Обозначим за  $x_1$  и  $x_2$  количество изделий А и В в оптимальном плане производства.

$$80x_1 + 60x_2 \rightarrow \max$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x_1 + 2x_2 \leq 900 \\ x_1 \geq 100 \\ x_2 \geq 200 \\ x_1, x_2 \in \text{целые числа} \end{array} \right.$$

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3			<b>Затраты времени на производство одной детали, ч.</b>	<b>Прибыль от реализации одной детали, ден. ед.</b>	<b>Минимальный план выпуска, штук</b>	<b>Оптимальный план производства, штук</b>
4		A				
5		B				
6						
7		Фонд рабочего времени, человеко-часов				
8		составляет				
9		задействовано				
10						
11		<b>Максимальная прибыль от реализации, ден. ед.</b>				
12						

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3		Деталь	Затраты времени на производ ство одной	Прибыль от реализации одной детали, ден. ед.	Минимальный план выпуска, штук	Оптимальный план производства, штук
4		A	3	80	100	0
5		B	2	60	200	0
6						
7		Фонд рабочего времени, человеко-часов				
8		составляет			900	
9		задействовано			$=C4*F4+C5*F5$	
10						
11		Максимальная прибыль от реализации, ден. ед.				$=D4*F4+D5*F5$
12						

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3		<b>Деталь</b>	<b>Затраты времени на производство одной детали, ч.</b>	<b>Прибыль от реализации одной детали, ден. ед.</b>	<b>Минимальный план выпуска, штук</b>	<b>Оптимальный план производства, штук</b>
4		A	3	80	100	100
5		B	2	60	200	300
6						
7		<b>Фонд рабочего времени, человеко-часов</b>				
8		составляет			900	
9		задействовано			900	
10						
11		<b>Максимальная прибыль от реализации, ден. ед.</b>				<b>26000</b>
12						

# Решатель



Целевая ячейка

SES12



Результат

Максимум

Минимум

Значение



Изменя ячейки

SES5:SES6



Ограничительные условия

Ссылка на ячейку

Операция

Значение

SDS10



<=



900



SES5



>=



100



SES6



>=



200



<=



Параметры...

Справка

Закрыть

Решить

	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4	Деталь	Затраты времени на производство одной детали, ч.	Прибыль от реализации одной детали, ден. ед.	Минимальный план выпуска, штук	Оптимальный план производства, штук
5	A	3	80	100	100
6	B	2	60	200	300
7					
8	Фонд рабочего времени, человеко-часов				
9	составляет			900	
10	задействовано			900	
11					
12	Максимальная прибыль от реализации, ден. ед.				26000
13					

## Задача 2

Предположим, что мы решили производить несколько видов конфет. Назовем их условно "А", "В" и "С". Известно, что реализация 10-и килограмм конфет "А" дает прибыль 9 д.е., "В" - 10 д.е. и "С" - 16 д.е. Конфеты можно производить в любых количествах (сбыт обеспечен), но запасы сырья ограничены. Необходимо определить, каких конфет и сколько десятков килограмм необходимо произвести, чтобы общая прибыль от реализации была максимальной.

## Нормы расхода сырья на производство 10 кг конфет

Сырье	Нормы расхода сырья			Запас сырья
	А	В	С	
Какао	18	15	12	360
Сахар	6	4	8	192
Наполнитель	5	3	3	180
<b>Прибыль</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>16</b>	

	A	B	C
1	<b>Изделия</b>		
2	<i>Наименование</i>	<i>Количество</i>	<i>Прибыль</i>
3	A	0	0
4	B	0	
5	C	0	
6	<b>Общая прибыль</b>		0
7			
8	<b>Расход сырья</b>		
9	<i>Какао</i>	<i>Сахар</i>	<i>Наполнитель</i>
10	0		
11			

## **Анализ результатов**

**Оптимальный план выпуска предусматривает изготовление 80 кг конфет "В" и 20 кг конфет "С".**

**Конфеты "А" производить не стоит.**

**Полученная Вами прибыль составит 400 д.е.**

## **Задача 1**

**Машиностроительный завод, реализуя продукцию по договорным ценам, получил определенную выручку, затратив на производство некоторую сумму денег. Определить отношение чистой прибыли к вложенным средствам.**

# Постановка задачи

Цель моделирования — исследовать процесс производства и реализации продукции с целью получения наибольшей чистой прибыли. Пользуясь экономическими формулами найти отношение чистой прибыли к вложенным средствам.

Чистая прибыль — это прибыль после уплаты налога. При расчете налога на прибыль необходимо учитывать его зависимость от уровня рентабельности. Примем, если уровень рентабельности не превышает 50%, то с прибыли предприятия взимается налог в 32%. Если же уровень рентабельности превышает 50%, то с соответствующей суммы прибыли налог взимается в размере 75%.

**Объектом моделирования** является процесс производства и реализации некоторой продукции.

Основными параметрами объекта моделирования являются:

- ◆выручка,
- ◆себестоимость,
- ◆прибыль,
- ◆рентабельность,
- ◆налог с прибыли.

# Разработка модели

## Исходные данные:

выручка **V**;

затраты (себестоимость) **S**.

Значение прибыли определяется как разность между выручкой и себестоимостью

$$P = V - S$$

Рентабельность **r** вычисляется по формуле:

$$r = P/S * 100\%$$

Прибыль, соответствующая предельному уровню рентабельности 50%, составляет 50% от себестоимости продукции **S**, т.е.  **$S * 50/100 = S/2$** , поэтому налог с прибыли **N** определяется следующим образом:

если  **$r \leq 50$** , то  **$N = P * 32/100$**  р., иначе

$$N = S/2 * 32/100 + (P - S/2) * 75/100$$

Чистая прибыль  **$P_{ч} = P - N$**

И, наконец, результат решения этой задачи — отношение чистой прибыли к вложенным средствам

$$q = P_{ч}/S$$

	<b>A</b>	<b>B</b>
<b>1</b>	<b><i>Рентабельность производства</i></b>	
<b>2</b>	<i>Исходные данные</i>	
<b>3</b>	<b>Выручка (р.)</b>	
<b>4</b>	<b>Себестоимость (р.)</b>	
<b>5</b>		
<b>6</b>	<b>Прибыль (р.)</b>	<b>=B2-B3</b>
<b>7</b>	<b>Рентабельность (%)</b>	<b>=B4/B3*100</b>
<b>8</b>	<b>Налог (р.)</b>	<b>=ЕСЛИ(B7&lt;=50;B6*0,32;B4/2*0,32+(B6-B4/2)*0,75)</b>
<b>9</b>	<b>Чистая прибыль (р.)</b>	<b>=B4-B6</b>
<b>10</b>	<b>Отношение чистой прибыли к вложенным средствам</b>	<b>=B7/B3</b>

# Компьютерный эксперимент

1. Введите в компьютерную модель исходные данные

Например:  **$V=3000$ ;  $S=2000$** .

2. Исследовать, как изменяется отношение чистой прибыли к вложенным средствам, если менять только выручку, оставляя постоянной себестоимость.

3. Исследовать, как изменяется отношение чистой прибыли к вложенным средствам, если менять только себестоимость, оставляя постоянной выручку.

4. Как измениться модель, если налог вычисляется следующим образом

<b>рентабельность</b>	<b><math>\leq 30\%</math></b>	<b>от 30 до 70%</b>	<b><math>&gt; 70\%</math></b>
<b>налог</b>	<b>20%</b>	<b>40%</b>	<b>60%</b>

Изменится только формула в ячейке В8.

8	Налог (р.)	=ЕСЛИ(В7<=30; В6*0,2;ЕСЛИ(В7<=70; В6*0,4; В6*0,6))
---	------------	---

# **Анализ результатов**

Полученная модель позволяет в зависимости от рентабельности определять налог с прибыли, автоматически пересчитывать размер чистой прибыли, находить отношение чистой прибыли к вложенным средствам.

Проведенный компьютерный эксперимент показывает, что отношение чистой прибыли к вложенным средствам увеличивается при увеличении выручки и уменьшается при увеличении себестоимости продукции.