

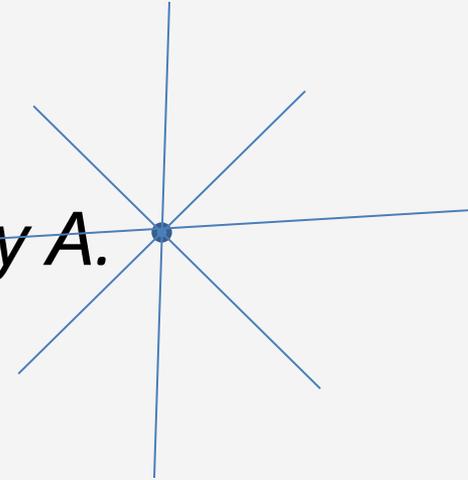
7 класс

ПЛАНИМЕТРИЯ

Прямая

1. Дана точка A .

Провести прямую через точку A .



2. Через любые две точки можно провести прямую, и только одну.



Угол — это геометрическая фигура, состоящая из точки и двух лучей, исходящих из этой точки.

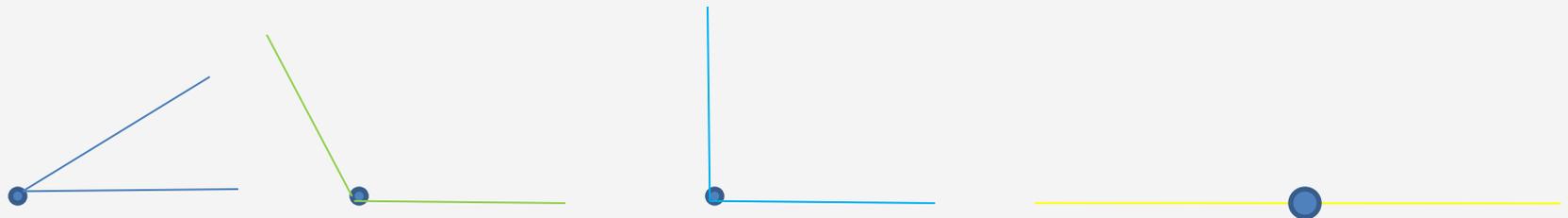
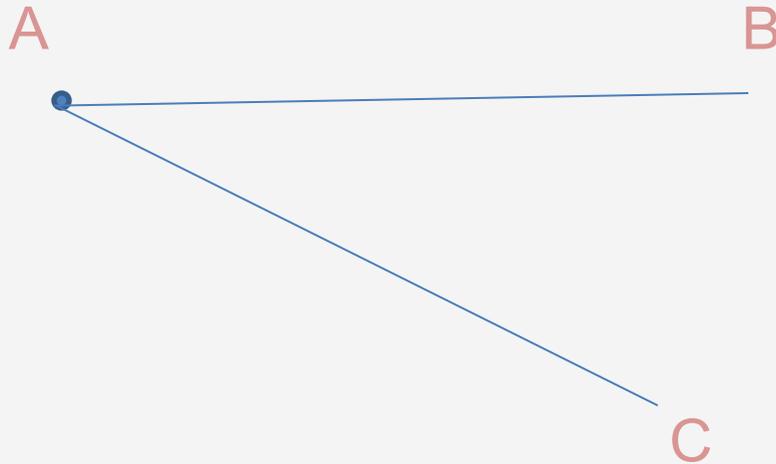
Виды углов:

острый,

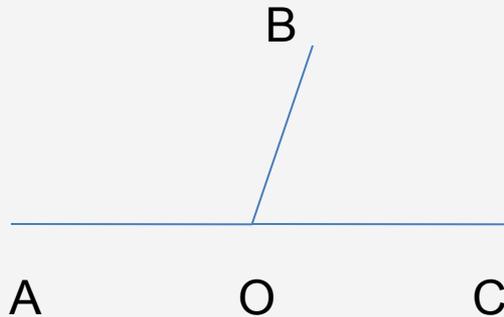
тупой,

прямой,

развёрнутый.



Смежные углы



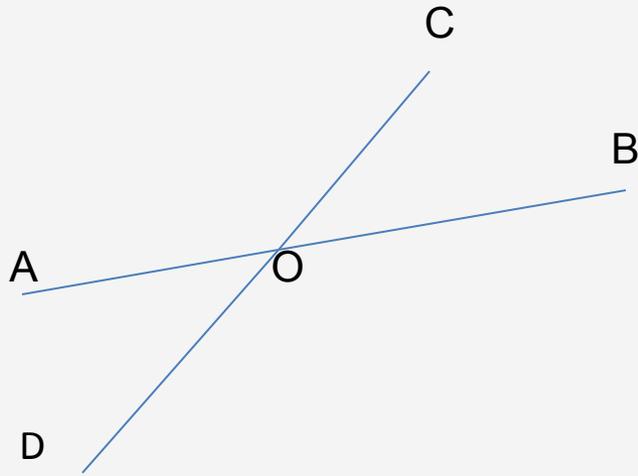
Два угла, у которых одна сторона общая, а две другие являются продолжениями одна другой, называются **смежными**.

Свойство:

Сумма смежных углов равна 180° .

$$\angle AOB + \angle BOC = 180^\circ$$

Вертикальные углы



Два угла называются **вертикальными**, если стороны одного угла являются продолжениями сторон другого.

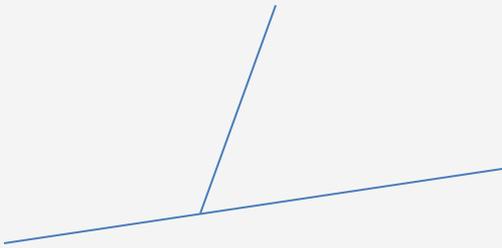
Свойство:

Вертикальные углы равны.

$$\angle AOD = \angle COB, \angle AOC = \angle DOB$$

Укажите смежные углы:

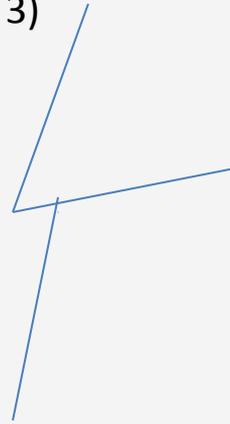
1)



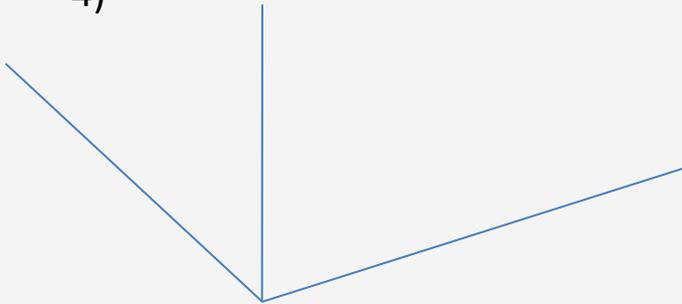
2)



3)



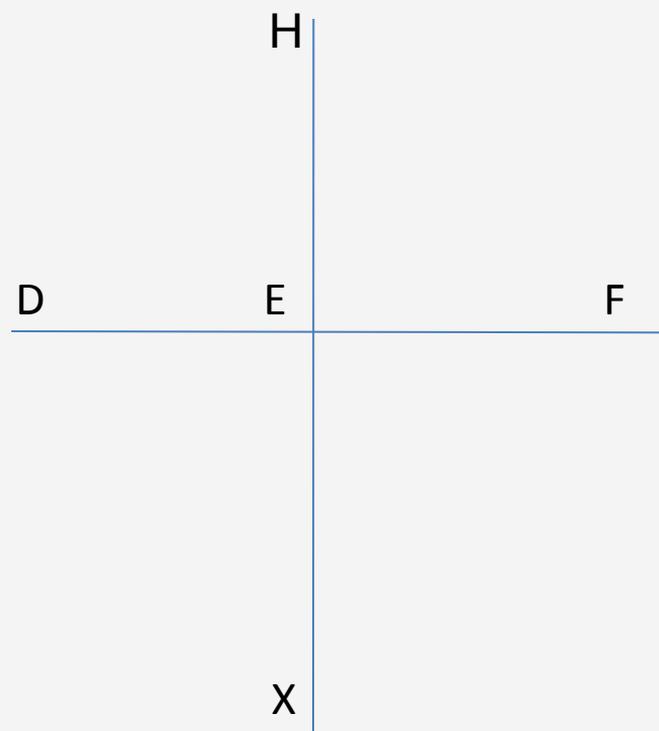
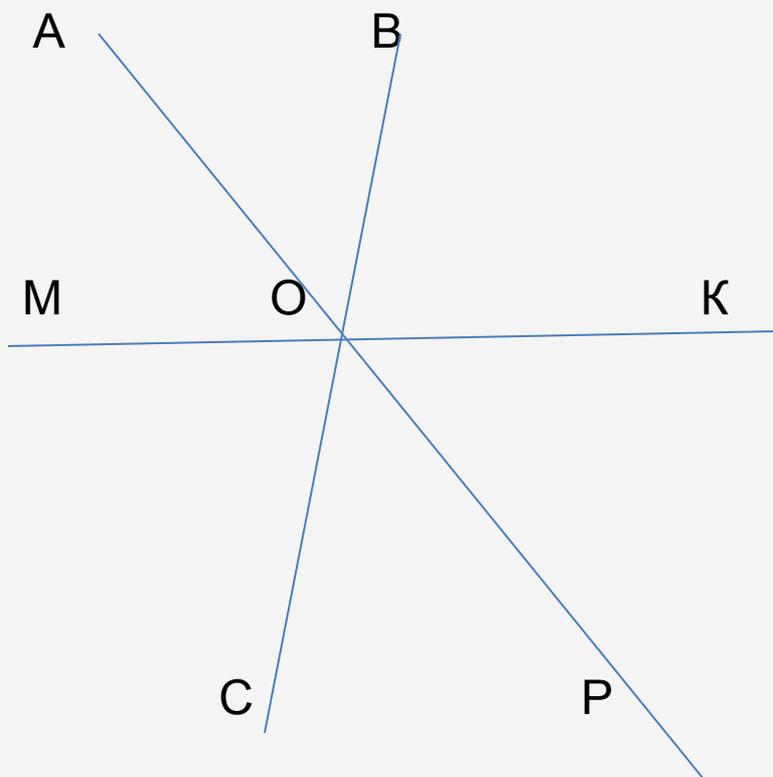
4)



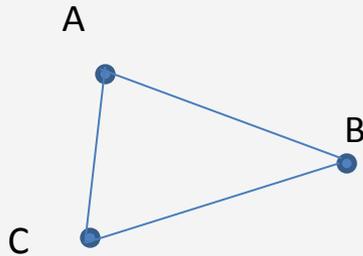
5)



Укажите вертикальные углы:



Треугольник



$\triangle ABC$

$$P = AB + BC + CA$$

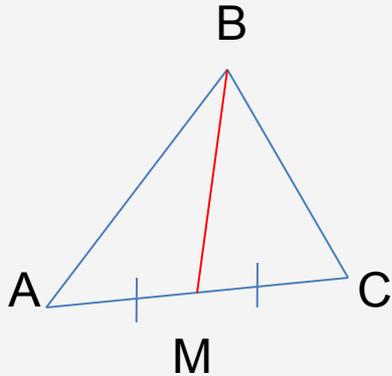
Это геометрическая фигура состоящая из трёх точек, не лежащих на одной прямой, и трёх отрезков, соединяющих эти точки.

A, B, C - вершины

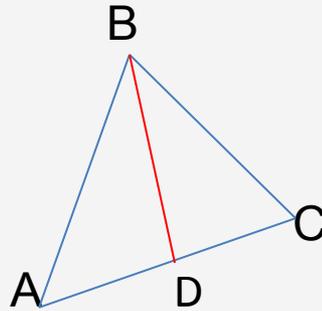
AB, BC, AC - стороны

$\sphericalangle A, \sphericalangle B, \sphericalangle C$

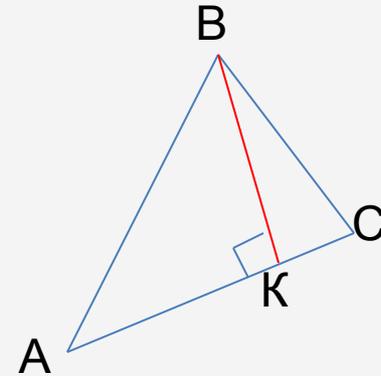
Медиана, биссектриса и высота треугольника



BM – медиана
 $AM = MC$

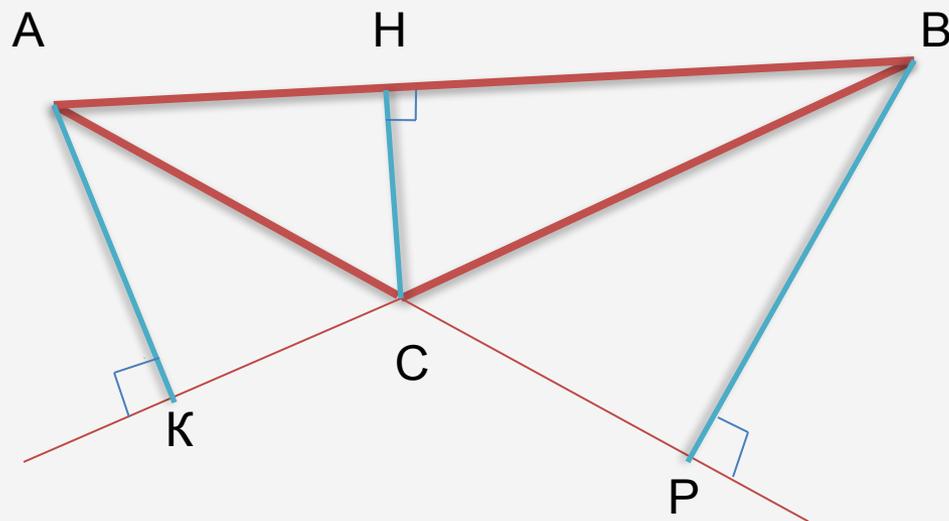


BD – биссектриса
 $\angle ABD = \angle DBC$



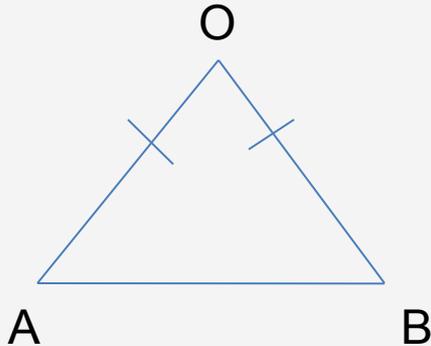
BK – высота
 $BK \perp AC$

Высота тупоугольного треугольника.



AK, BP, CH - высоты

Равнобедренный треугольник



Треугольник называется **равнобедренным**, если **две** стороны **равны**.

Свойство 1:

В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.

$$\sphericalangle A = \sphericalangle B$$

Свойство 2:

В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведённая к основанию, является медианой и высотой.

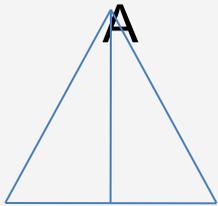
$$AO = OB$$

AB – основание

AO, OB – боковые стороны

СВОЙСТВО 1

В равнобедренном треугольнике углы при основании равны.



Дано: $\triangle ABC$, $AB = AC$

Доказать: $\sphericalangle B = \sphericalangle C$

B D C

Доказательство.

Проведём биссектрису AD . Рассмотрим $\triangle ABD$ и $\triangle ACD$.

$AB = AC$ – по условию;

AD – общая;

$\sphericalangle BAD = \sphericalangle DAC$, так как AD – биссектриса.

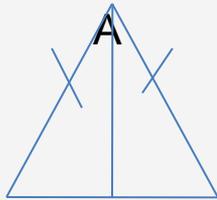
Значит, $\triangle ABD = \triangle ACD$ - по первому признаку равенства треугольников.

Из равенства треугольников следует, что $\sphericalangle B = \sphericalangle C$.

Теорема доказана.

СВОЙСТВО 2

**В равнобедренном треугольнике
биссектриса,
проведённая к основанию, является
медианой и высотой.**



В D С

Дано: $\triangle ABC$, $AB = AC$, AD - биссектриса

Доказать: AD – медиана и высота.

Доказательство.

$\triangle ABD = \triangle ACD$ (по первому признаку равенства треугольников).

Значит, $BD = DC$ и $\angle ADB = \angle ADC$.

Из равенства $BD = DC$ следует, что D – середина BC и AD – **медиана** $\triangle ABC$.

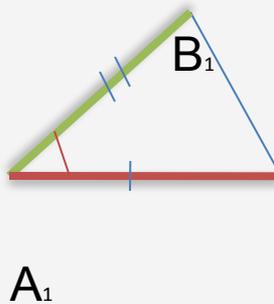
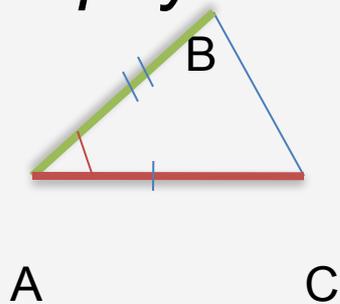
Так как $\angle ADB = \angle ADC$ и эти углы смежные, то они прямые.

Следовательно, AD – **высота** $\triangle ABC$.

Теорема доказана.

Первый признак равенства треугольников

Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

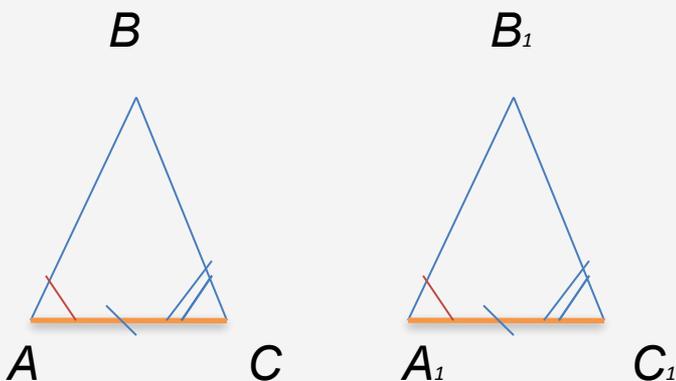


$$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$$

$$\begin{aligned} AB &= A_1B_1 \\ AC &= A_1C_1 \\ \angle A &= \angle A_1 \end{aligned}$$

Второй признак равенства треугольников

Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.



$$AC = A_1C_1$$

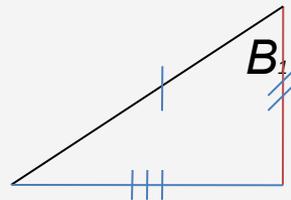
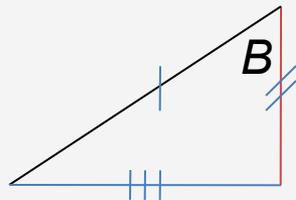
$$\sphericalangle A = \sphericalangle A_1$$

$$\sphericalangle C = \sphericalangle C_1$$

$$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$$

Третий признак равенства треугольников

Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.



$$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$$

A

C

A₁

C₁

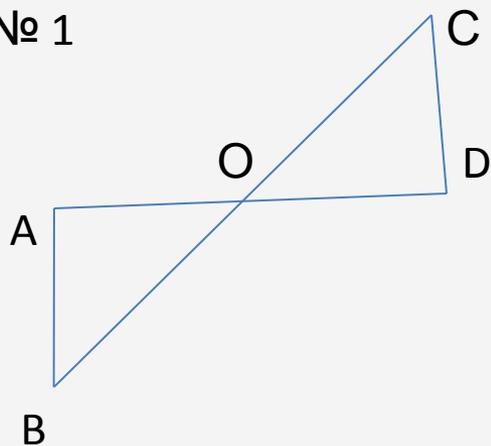
$$AB = A_1B_1$$

$$BC = B_1C_1$$

$$AC = A_1C_1$$

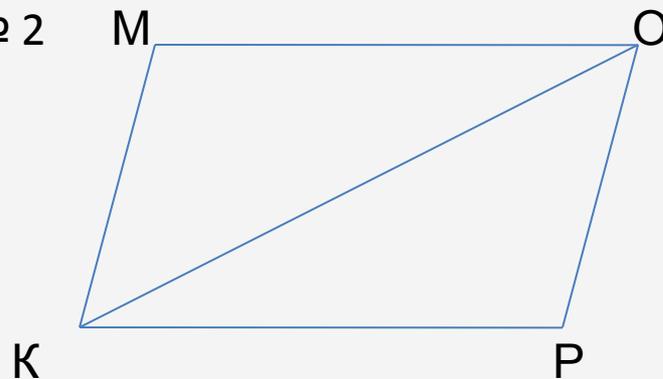
Признаки равенства треугольников

№ 1



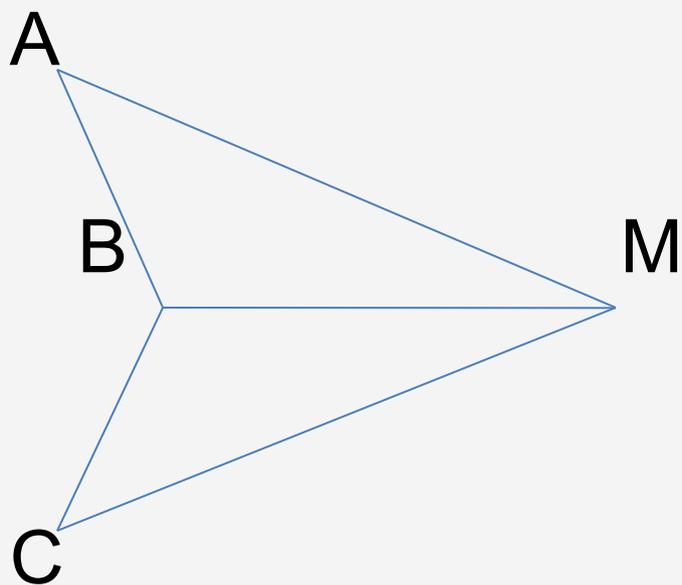
Доказать: $\triangle AOB = \triangle DOC$

№ 2



Доказать: $\triangle KMO = \triangle OPK$

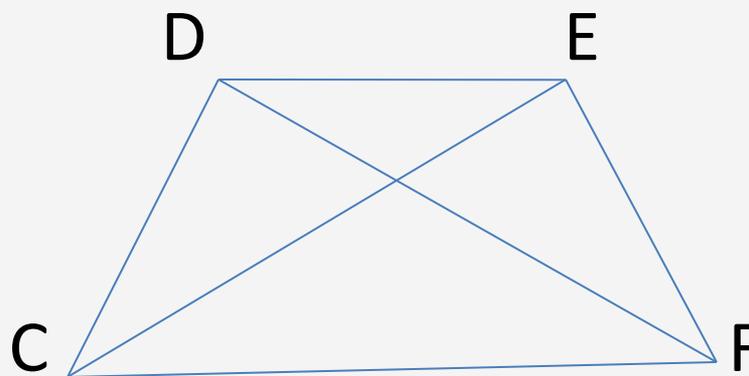
№ 3



Доказать: MB – биссектриса угла AMC

№ 4

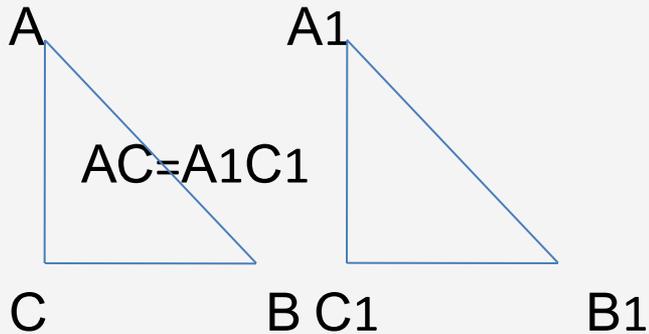
Дано: $DF=CE$, $CD=EF$



Доказать: $\triangle CDF = \triangle FEC$

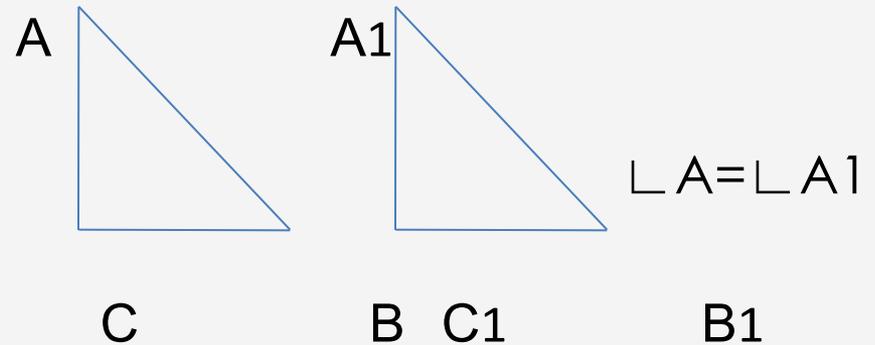
Признаки равенства прямоугольных треугольников

№ 1 По двум катетам

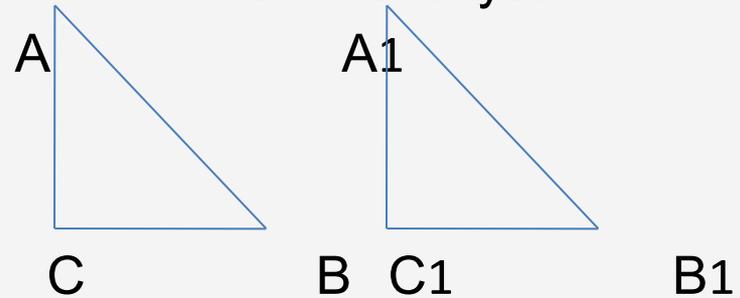


$AC=A_1C_1, CB=C_1B_1$

№ 2 По катету и прилежащему
острому углу

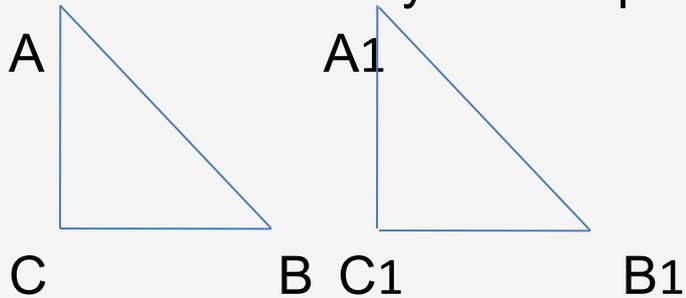


№ 4 По гипотенузе и катету



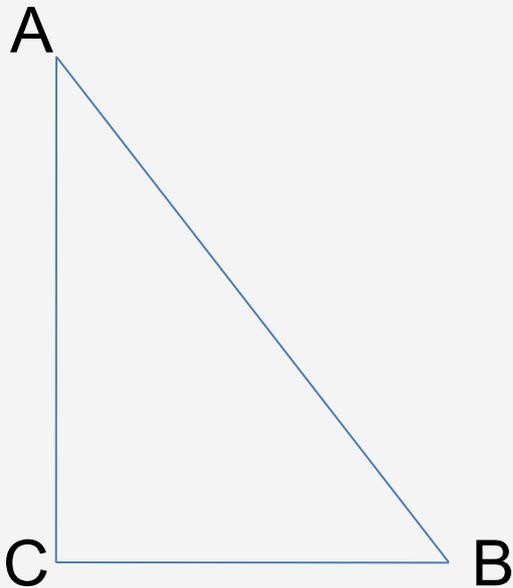
$AC=A_1C_1, AB=A_1B_1$

№ 3 По гипотенузе и острому углу



$AB=A_1B_1, \angle B = \angle B_1$

ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК



AC – катет

CB – катет

AB – гипотенуза

$\sphericalangle C = 90^\circ$