

Действия с логарифмами

Действия с логарифмами

Логарифм произведения:

$$\log_c (a \cdot b) = \log_c a + \log_c b$$

Логарифм частного:

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

Логарифм степени:

$$\log_c a^k = k \cdot \log_c a$$

логарифм корня:

$$\log_c \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \cdot \log_c a$$

переход к новому основанию:

$$\log_c \left(\frac{a}{b} \right) = \log_c a - \log_c b$$

Вычислите

$$\log_4 100 + \log_4 0,64 =$$

$$= \log_4 100 \cdot 0,64 = \log_4 64 = 3$$

$$\lg \sqrt{500} - \lg \sqrt{125} =$$

$$= \lg \frac{\sqrt{500}}{\sqrt{125}} = \lg \sqrt{\frac{500}{125}} = \lg \sqrt{4} = \lg 2$$

Вычислите

$$\lg 5 + \lg 2 = \lg(5 \cdot 2) = \lg 10 = 1$$

$$\begin{aligned} \log_{12} 2 + \log_{12} 72 &= \log_{12} (2 \cdot 72) = \\ &= \log_{12} 144 = \log_{12} 12^2 = 2 \end{aligned}$$

$$\log_3 6 + \log_3 \frac{3}{2} = \log_3 6 \cdot \frac{3}{2} = \log_3 9 = 2$$

Вычислите

$$\log_5 75 - \log_5 3 = \log_5 \frac{75}{3} =$$

$$= \log_5 25 = 2$$

$$\log_2 15 - \log_2 \frac{15}{16} = \log_2 \left(15 \div \frac{15}{16} \right) =$$

$$= \log_2 \left(15 \cdot \frac{16}{15} \right) = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$$

Вычислите

$$\log_{\frac{1}{3}} 54 - 2 \log_{\frac{1}{3}} 2 = \log_{\frac{1}{3}} 27 =$$

$$= \log_{\frac{1}{3}} 3^3 = -3$$

$$\log_8 \frac{1}{16} - \log_8 32 = \log_8 \left(\frac{1}{16} \div 32 \right) =$$

$$= \log_8 \left(\frac{1}{16 \cdot 32} \right) = \log_8 \left(\frac{1}{16 \cdot 32} \right) = \log_8 \frac{1}{8^3} = -3$$

Вычислите

$$\log_a x^p = p \log_a x$$

$$\frac{\log_3 8}{\log_3 16} = \frac{\log_3 2^3}{\log_3 2^4} = \frac{3 \log_3 2}{4 \log_3 2} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{\log_5 27}{\log_5 9} = \frac{\log_3 3^3}{\log_3 3^2} = \frac{3 \log_3 3}{2 \log_3 3} = \frac{3}{2}$$

Вычислите

$$\log_a x^p = p \log_a x$$

$$\frac{\log_5 36 - \log_5 12}{\log_5 9} = \frac{\log_5 \frac{36}{12}}{\log_5 9} = \frac{\log_5 3}{\log_5 9} =$$

$$= \frac{\log_5 3}{\log_5 3^2} = \frac{\cancel{\log_5 3}}{2 \cancel{\log_5 3}} = \frac{1}{2}$$

Переход от одного основания логарифма к другому

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

Выразить данный логарифм через логарифм с основанием 7:

$$\log_a b = \frac{b}{\log_b a}$$

$$\log_5 3 = \frac{\log_7 3}{\log_7 5}$$

$$\lg 6 = \frac{\log_7 6}{\log_7 10}$$

$$\log_2 7 = \frac{7}{\log_7 2}$$

Вычислите

$$a^{\log_a b} = b$$

$$2^{\log_2 3} =$$

$$3^{\log_3 5} =$$

$$7^{\log_7 9} =$$

$$2^{\log_2 3 + \log_2 5} =$$

$$\left(3^{\log_3 7}\right)^2 =$$

$$\left(3^2\right)^{\log_3 7} =$$

$$7^{2 \log_7 3} =$$

$$10^{3 \log_{10} 5} =$$

$$0,1^{2 \log_{0,1} 10} =$$

Решение тренировочных упражнений

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a^c = c$$

$$a^{m+n} = a^m \cdot a^n$$

$$a^{mn} = (a^m)^n = (a^n)^m$$

$$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Найдите число x

а) $\log_5 x = 2;$

б) $\log_3 x = -1;$

$\log_{\frac{1}{6}} x = -3$

$\log_{\sqrt{5}} x = 0$

д) $\log_x 81 = 4;$

е) $\log_x = 2;$

ж) $\log_x = -2;$

з) $\log_x 27 = 3$

Вариант 1

Вариант 2

Вычислить

$$\log_{0,5} 0,5 \cdot \log_9 \frac{1}{81} - 7^{\log_2 2}$$

$$\log_{0,2} \left(\frac{1}{5}\right) \cdot \log_{\sqrt{3}} 3 + 128^{\frac{1}{7} \log_2 7}$$

$$\lg 10 \cdot \log_{\frac{1}{5}} 125 + 31^{\log_{31} 8}$$

$$\lg 135 \cdot \log_{\sqrt[3]{4}} 1 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2 + \log_{\frac{1}{3}} 5}$$

Решите уравнение:

$$\log_3 x = -4$$

$$\log_x 64 = 6$$

$$\log_{\pi} x = 0$$

$$\log_x 256 = 8$$

$$\lg x = -1$$

$$\log_x 2 = -\frac{1}{5}$$

$$\log_x 1000 = 3$$

$$\log_{25} x = \frac{1}{2}$$

Решите неравенство:

$$5^x > 7$$

$$6^{-x} \geq 15$$

$$0,5^x < 3$$

$$3^{0,5x} \leq 6$$