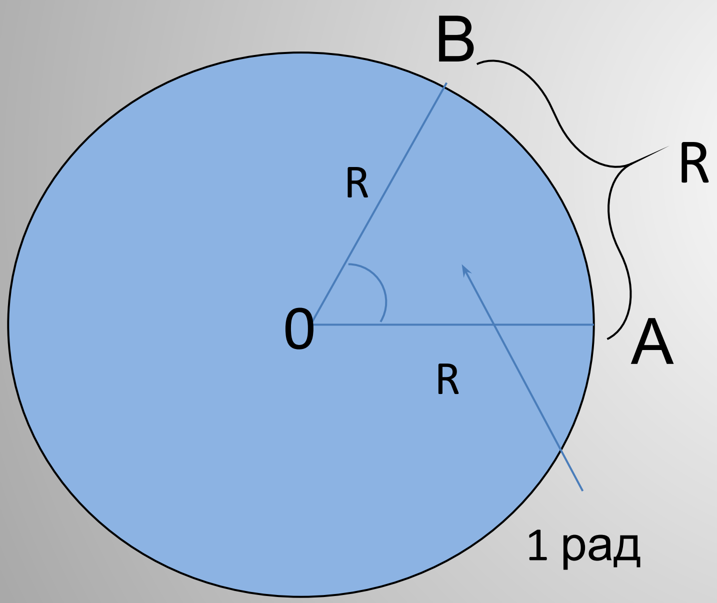
ТРИГОНОМЕТРИ
Я

Попова Лариса Анатольевна ГБОУ ЦО № 173

Радианная мера угла

Единичной окружностью называется окружность с центром в начале координат и радиусом, равным единице.

Центральный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна радиусу окружности, называется углом в один радиан.



1 радиан = ∠ AOC ⟺ Длина ◡ AC = OA = R

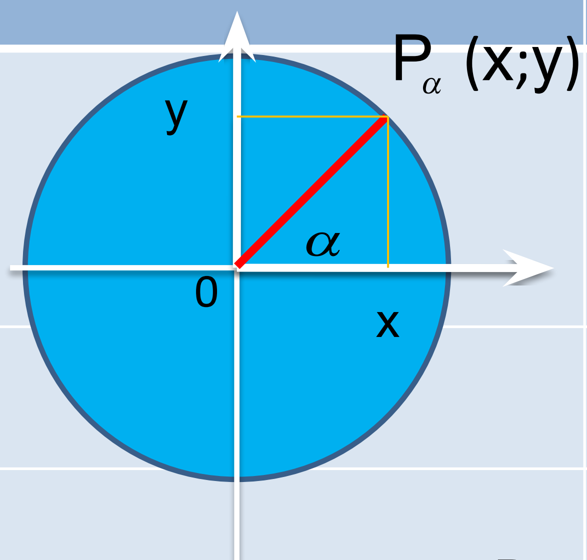
$$1^0 = \frac{Ï}{180}\ ðàäèàí \qquad 1\,ðàäèàí = \frac{180^0}{Ï} \approx 57^0$$

Тригонометрические функции угла и числового аргумента

Определение тригонометрических функций

Через единичную окружность (радиус равен 1)	Через произвольную окружность	Через прямоугольный треугольник (для острых углов

Через единичную окружность (радиус равен 1)



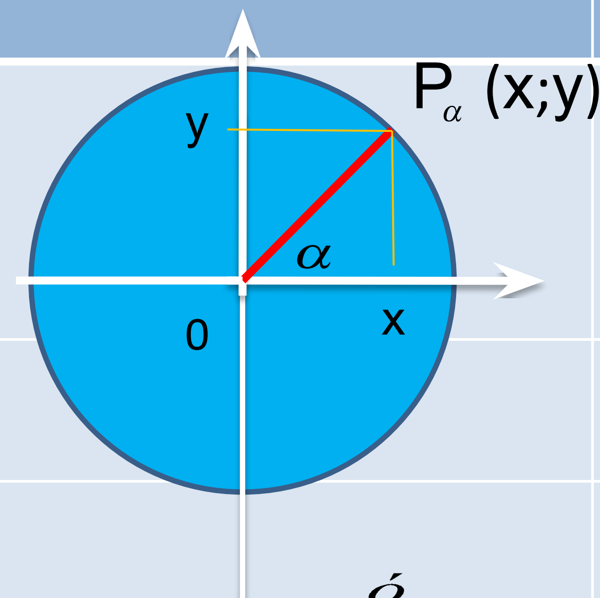
Sin a = y - ордината точки P

Cos a = x - абсцисса точки P

$$tg\alpha = \frac{ó}{õ} = \frac{\sin a}{\cos a}$$

$$ctg\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\cos a}{\sin a}$$

Через произвольную окружность



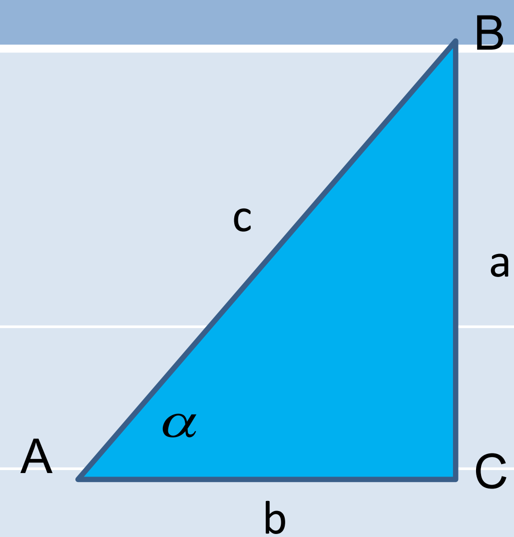
$$\sin\alpha = \frac{ó}{R}$$

$$\cos\alpha = \frac{õ}{R}$$

$$tg\alpha = \frac{ó}{õ}$$

$$ctg\alpha = \frac{õ}{ó}$$

Через прямоугольный треугольник (для острых углов



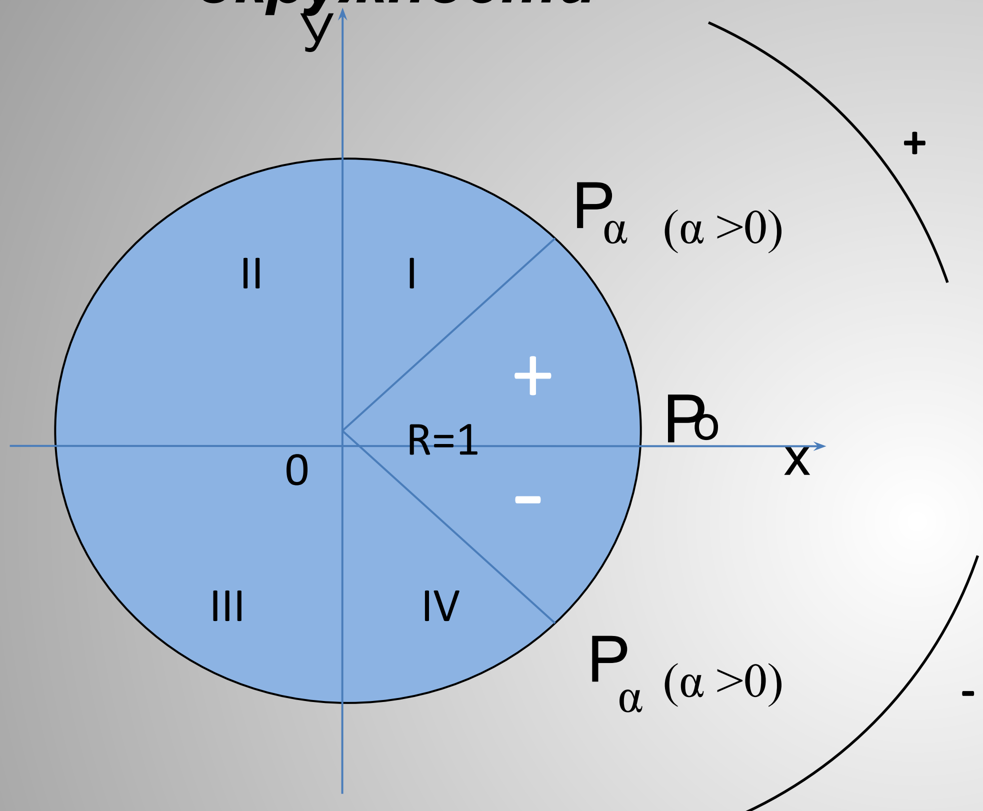
$$\sin\alpha = \frac{à}{ñ}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$tg\alpha = \frac{a}{b}$$

$$ctg\alpha = \frac{b}{a}$$

Положительные и отрицательные углы в окружности



Начало отсчета углов - в точке (1;0)

$OP_o \longrightarrow 0P_\alpha \Leftrightarrow (\alpha > 0)$

повернули на угол α против часовой стрелки

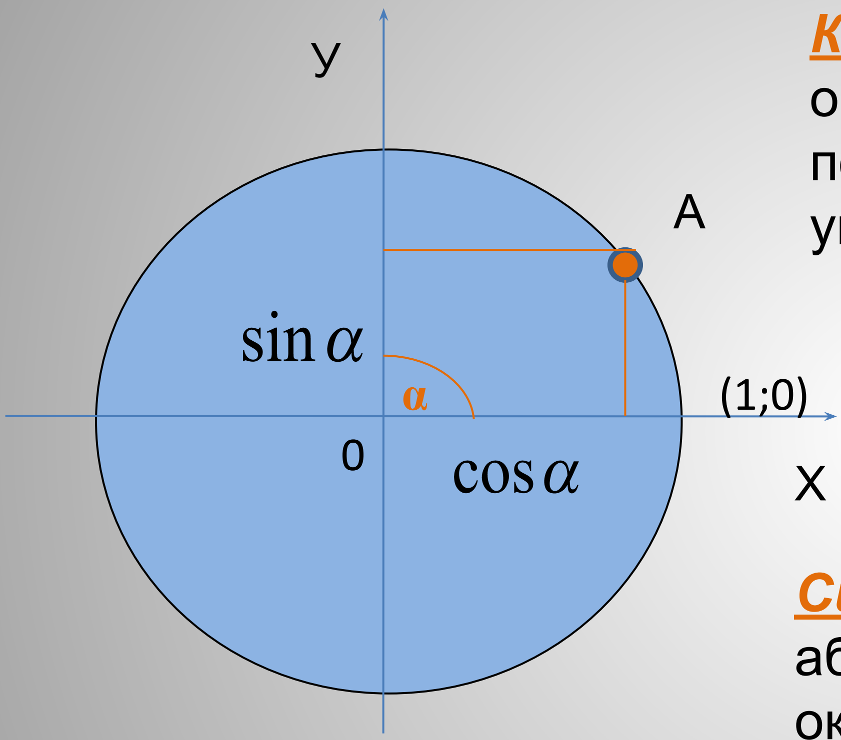
$0P_o \longrightarrow OP_\alpha \Leftrightarrow (\alpha > 0)$

повернули на угол по часовой стрелки

Угол поворота радиуса OP_o **против** часовой стрелки считается ***положительным***,

а **по** часовой --- ***отрицательным***

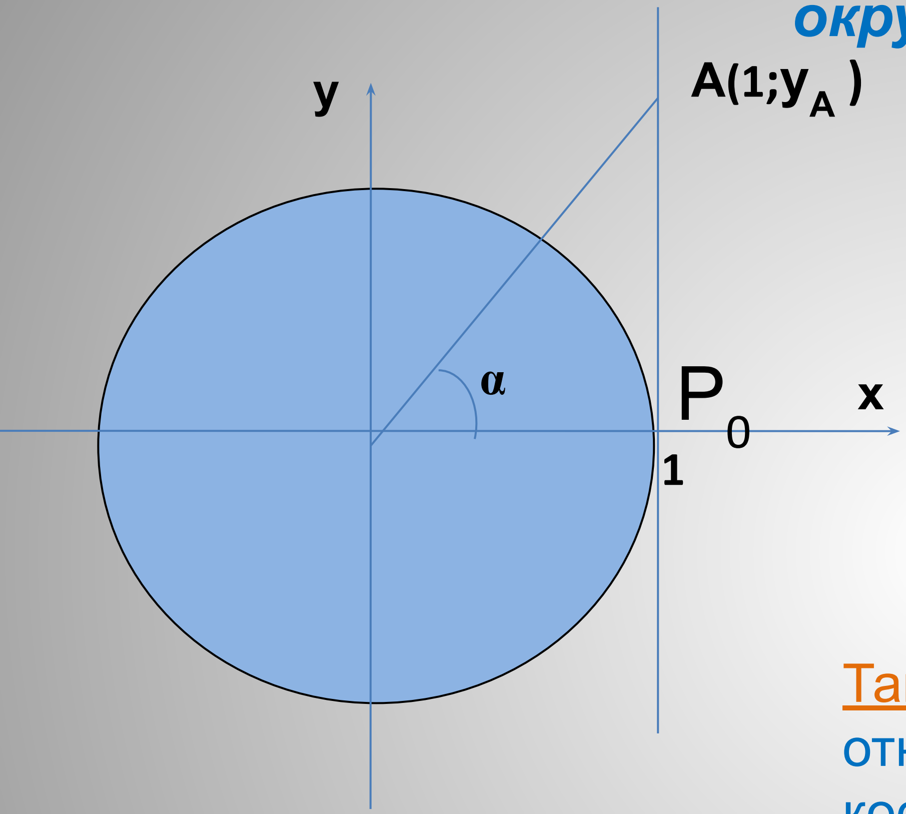
Определение косинуса и синуса



Косинусом *угла* α называется ордината точки единичной окружности, полученной при повороте точки (1;0) на угол α радиан вокруг начала координат.

Синусом *угла* α называется абсцисса точки единичной окружности, полученной при повороте точки (1;0) на угол α радиан вокруг начала координат

Представление тангенса в единичной окружности



AP_0 - ось тангенсов

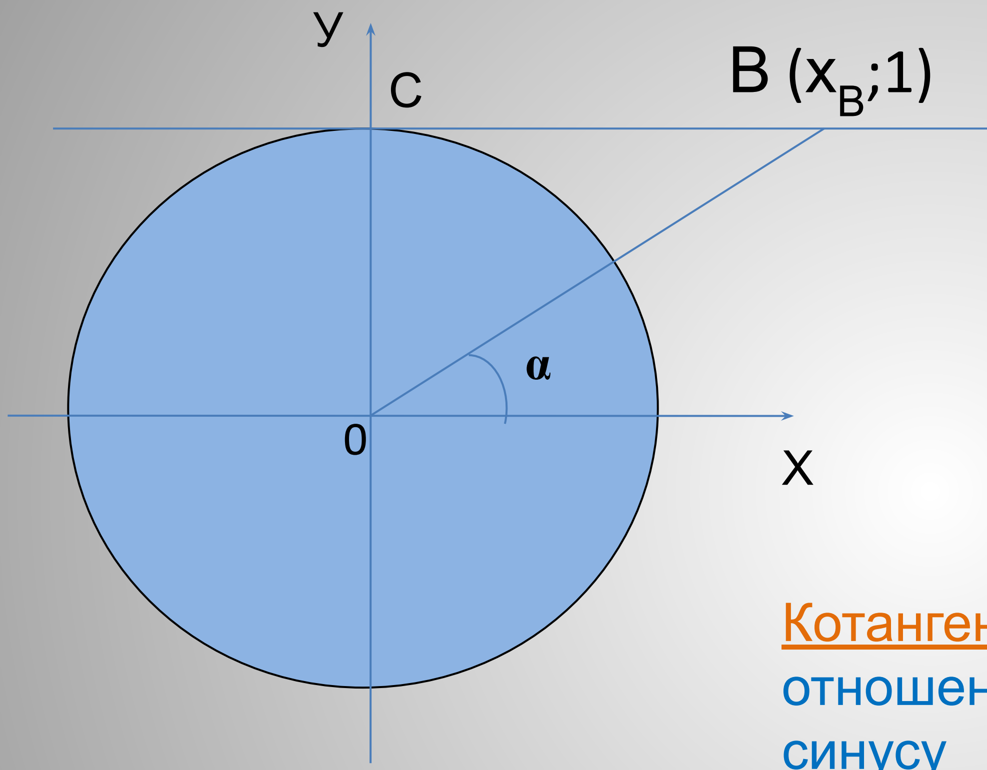
$AP_0 \parallel OY$

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

Тангенсом угла **α** называется отношение синуса угла **α** к его косинусу

По общему определению $tg\alpha = \frac{\acute{o}_A}{1} = \acute{O}_A$ ордината соответствующей точки ос тангенсов

Представление котангенса в единичной окружности



СВ -- ось котангенсов

СВ || Ох

$$ctgx = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha\alpha}$$

Котангенсом угла **α** называется отношение косинуса угла **α** к его синусу

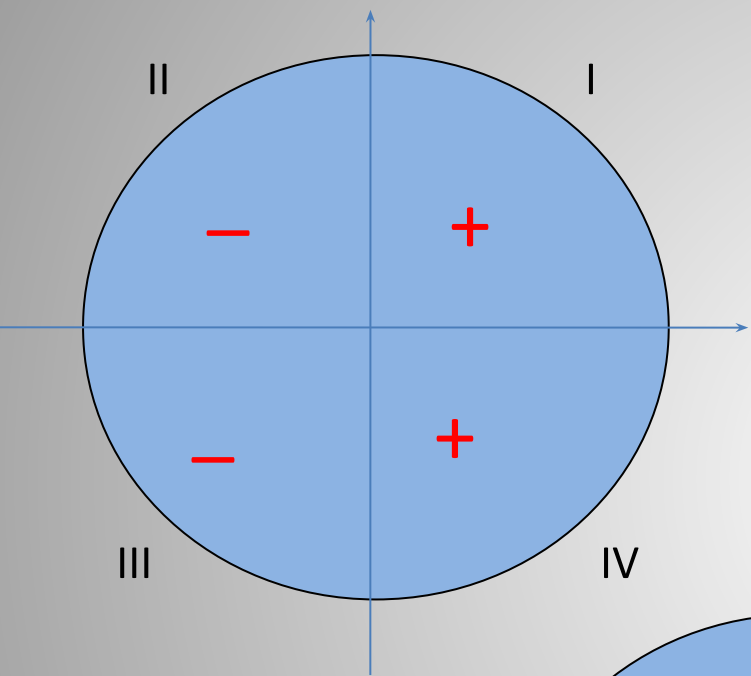
По общему определению

$$ctg\alpha = \frac{x_B}{1} = X_B$$

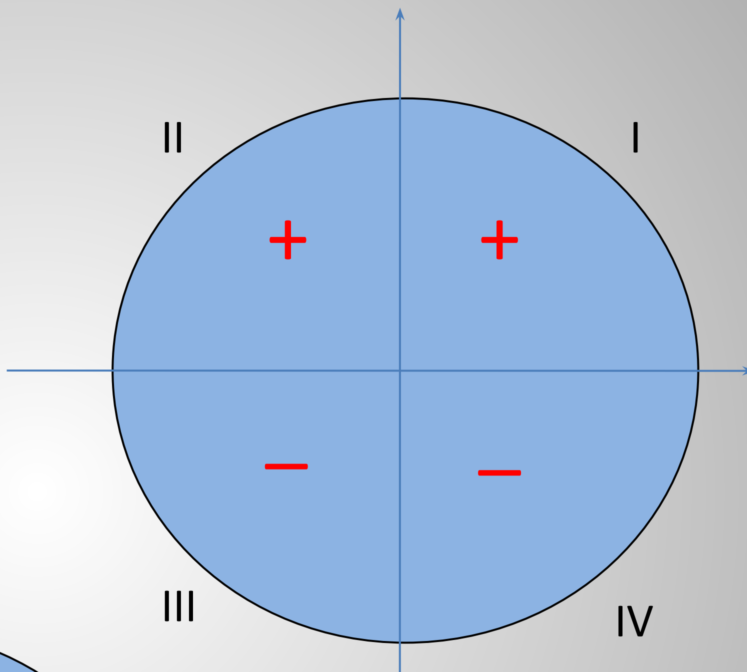
--- абсцисса соответствующей точки оси котангенсов

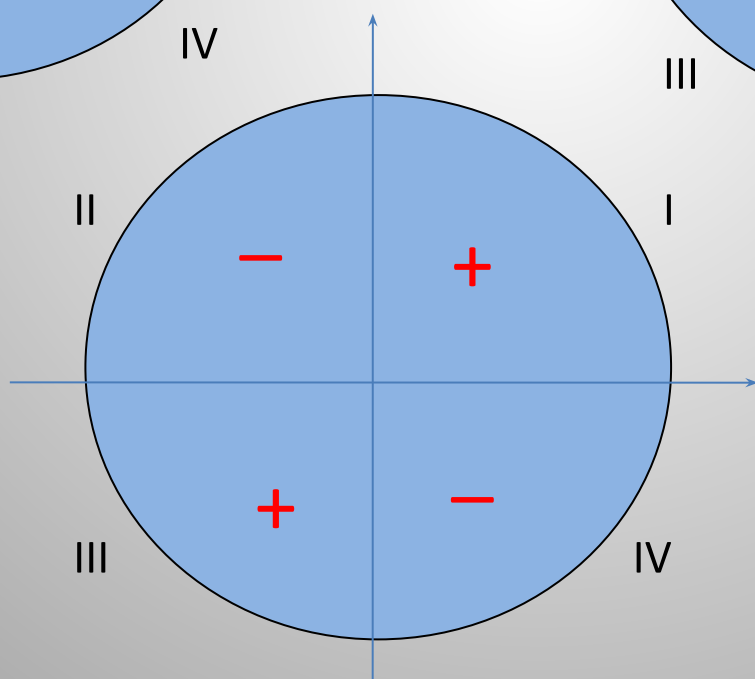
Знаки тригонометрических функций

cosα



Sinα

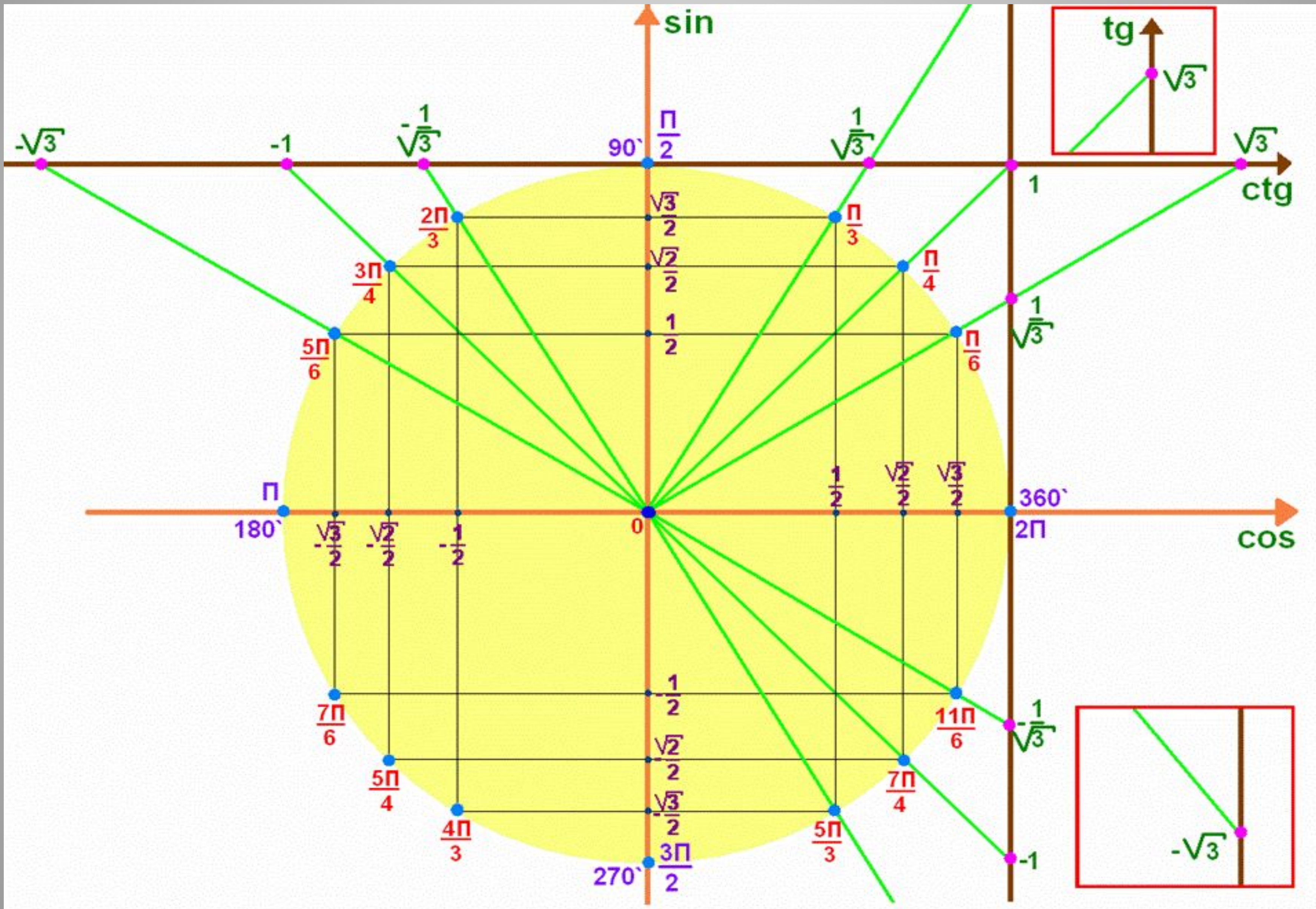




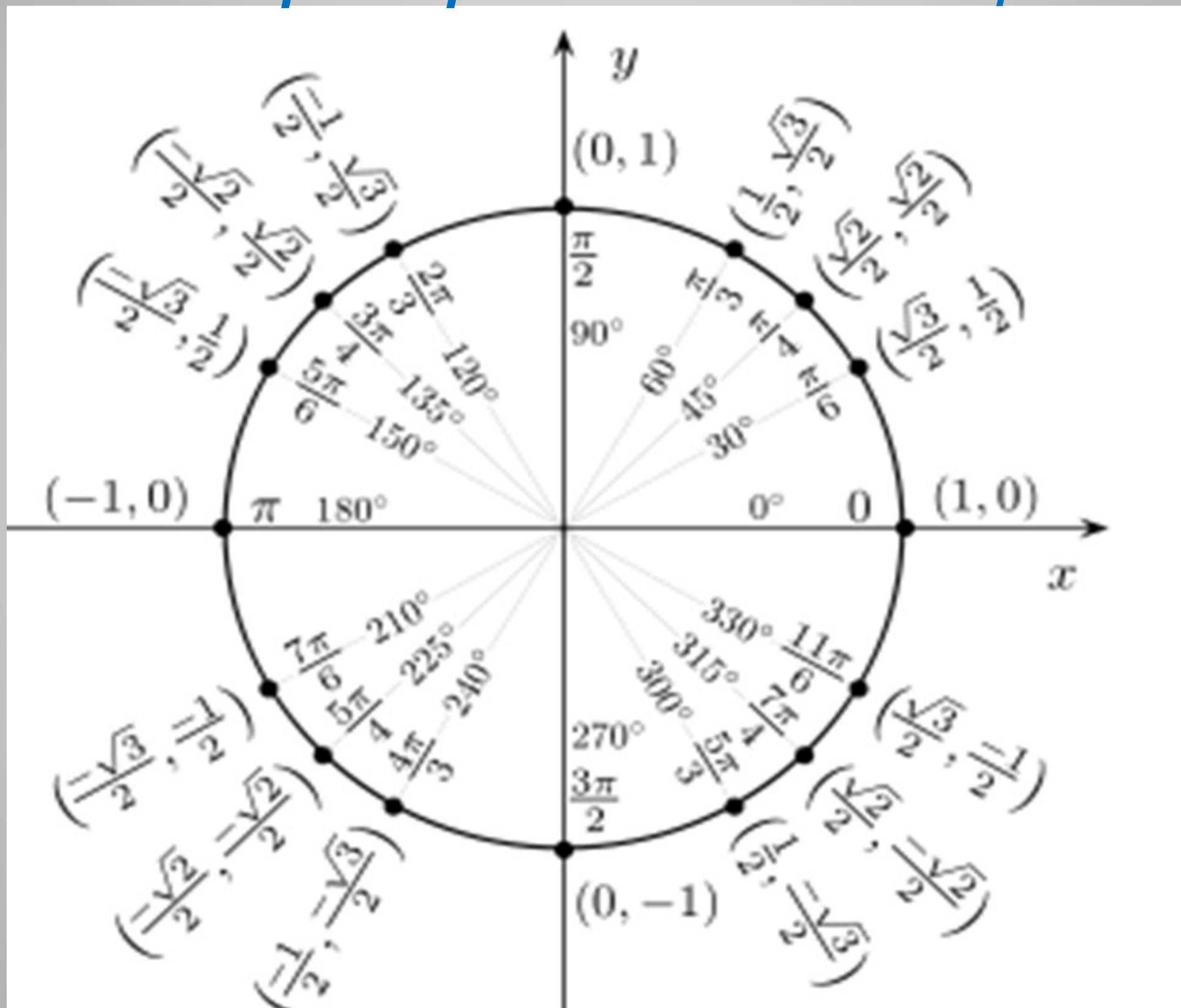
Ctg α

tg α

Тригонометрический круг



Основные значения тригонометрических функций углов
I четверти приведены в таблице.



Значения тригонометрических функций некоторых углов

Функция	Значения									
	0	0^0	$\frac{\pi}{6}$	30^0	$\frac{\pi}{4}$	45^0	$\frac{\pi}{3}$	60^0	$\frac{\pi}{2}$	90^0
$\cos x$	1		$\frac{\sqrt{3}}{2}$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$\frac{1}{2}$		0	
$\sin x$	0		$\frac{1}{2}$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$\frac{\sqrt{3}}{2}$		1	
$tg x$	0		$\frac{\sqrt{3}}{3}$		1		$\sqrt{3}$		-	
$ctg x$	-		$\sqrt{3}$		1		$\frac{\sqrt{3}}{3}$		0	

Единичная окружность соответствует 2π радиан

($180^0 = \pi$ радиан) => **1 радиан = $180^0/\pi \sim 57^0$**

Свойства тригонометрических функций

Четность и нечетность

$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$$

Косинус- четная функция

$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$$

$$tg(-\alpha) = -tg\alpha$$

$$ctg(-\alpha) = -ctg\alpha$$

Синус, тангенс, котангенс – нечетные функции

Периодичность

$\sin\alpha, \cos\alpha$ -- **период** Т = 2П

Тогда $\sin(x + 2\text{Ïê}) = \sin x$

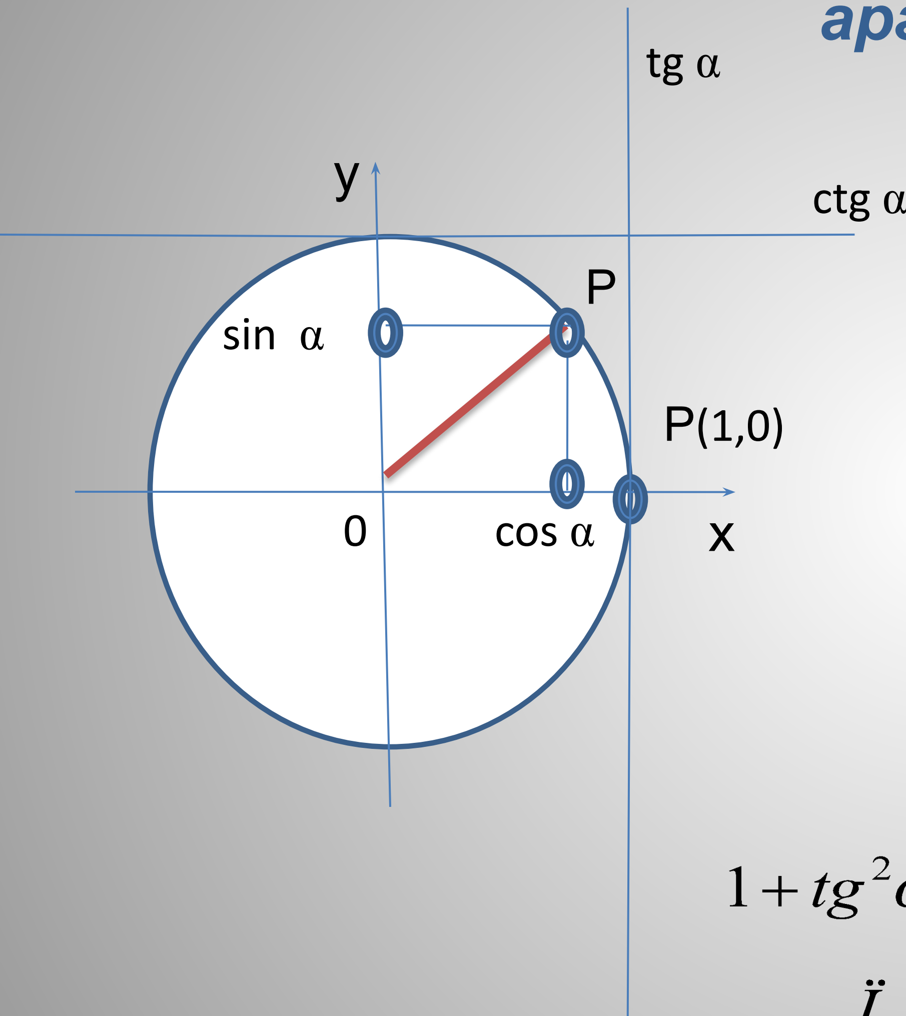
$\cos(x + 2\text{Ïê}) = \sin x, \hat{e} \in Z$

$tg\alpha, ctg\alpha$ --- период Т = П

Тогда $tg(x + \text{Ïê}) = tgx$

$ctg(x + \text{Ïê}) = ctgx, \hat{e} \in Z$

Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одного и того же аргумента



$$\sin^2\alpha + \tilde{n}os^2\alpha = 1$$

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\alpha \neq \frac{\ddot{I}}{2} + \ddot{I}k \;, k \in Z$$

$$ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\alpha \neq \ddot{I}k \;, k \in Z$$

$$tg\alpha * ctg\alpha = 1$$

$$\alpha \neq \frac{\ddot{I}}{2}k, k \in Z$$

$$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$\alpha \neq \frac{\ddot{I}}{2} + \ddot{I}\hat{e} \;, \hat{e} \in Z$$

$$1 + \tilde{n}tg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

$$\alpha \neq \ddot{I}\hat{e} \;, \hat{e} \in Z$$

Формулы приведения

Аргумент x Приводимая функция	+t	п/2+t	п +t	3/2п+t	2п-t
Sinx	+sint	cost	+sint	-cost	-sint
Cosx	cost	+sint	-cost	+sint	cost
Tgx	+tgt	+ctgt	+tgt	+ctgt	-tgt
Ctgx	+ctgt	+tgt	+ctgt	+tgt	-ctgt

мнемоническое правило:

- ***Если аргумент изменяется на угол, кратный π , название функции не меняется.***
- ***Если аргумент изменяется на угол , кратный $\pi/2$, название функции меняется на противоположное.***
- ***Знак новой функции определяется знаком исходной, считая , что α О (0***