

# Решение заданий С1 на ЕГЭ

Выполнила учитель МКОУ «Бобровская СОШ »  
Гуськова Е.М.

а) Решите уравнение  $\sin 2x - 2\sqrt{3}\cos^2 x - 4\sin x + 4\sqrt{3}\cos x = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения,  
принадлежащие промежутку :  $\left[ \pi; \frac{5\pi}{2} \right]$ .

**Решение.**

а) Разложим левую часть на множители:

$$2\sin x \cos x - 2\sqrt{3}\cos^2 x - 4\sin x + 4\sqrt{3}\cos x = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sin x (\cos x - 2) - \sqrt{3}\cos x (\cos x - 2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\cos x - 2) (\sin x - \sqrt{3}\cos x) = 0.$$

Уравнение  $\cos x - 2 = 0$ , не имеет корней. Имеем

$$\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0.$$

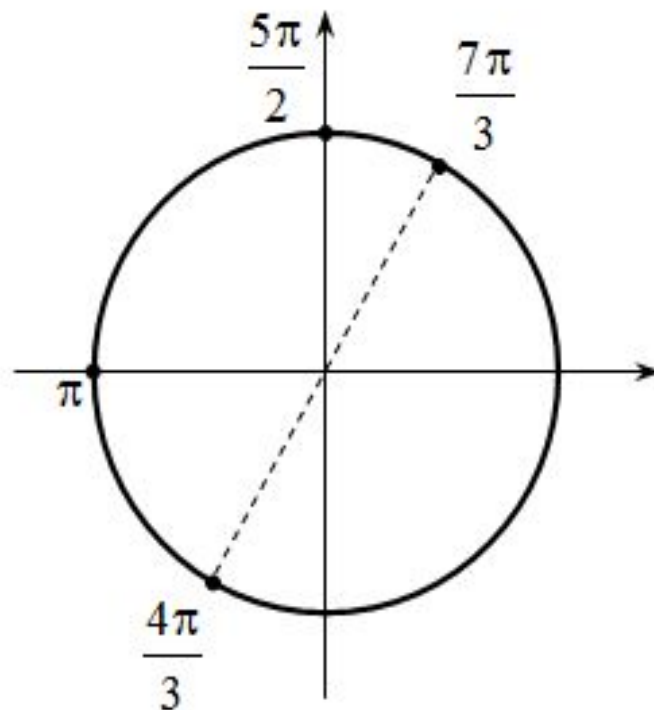
Если  $\cos x = 0$ , то  $\sin x = 0$ , это невозможно. Это однородное уравнение первой степени, разделим обе его части на  $\cos x$ . Получаем:

$$\tan x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

б) Отрезку  $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$  принадлежат корни  $\frac{4\pi}{3}$  и  $\frac{7\pi}{3}$ . (см. рис.)

Ответ: а)  $\frac{\pi}{3} + \pi k$ , где  $k \in \mathbb{Z}$

б)  $\frac{4\pi}{3}$  и  $\frac{7\pi}{3}$ .



а) Решите уравнение  $7 \operatorname{tg}^2 x - \frac{1}{\cos x} + 1 = 0$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$

**Решение.**

а) Решим уравнение

$$7 \operatorname{tg}^2 x - \frac{1}{\cos x} + 1 = 0 \Leftrightarrow 7 \cdot \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} - \frac{1}{\cos x} + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6 \cos^2 x + \cos x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1; \\ \cos x = -\frac{7}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

б) Найдем корни, лежащие в заданном отрезке, решая двойное неравенство:

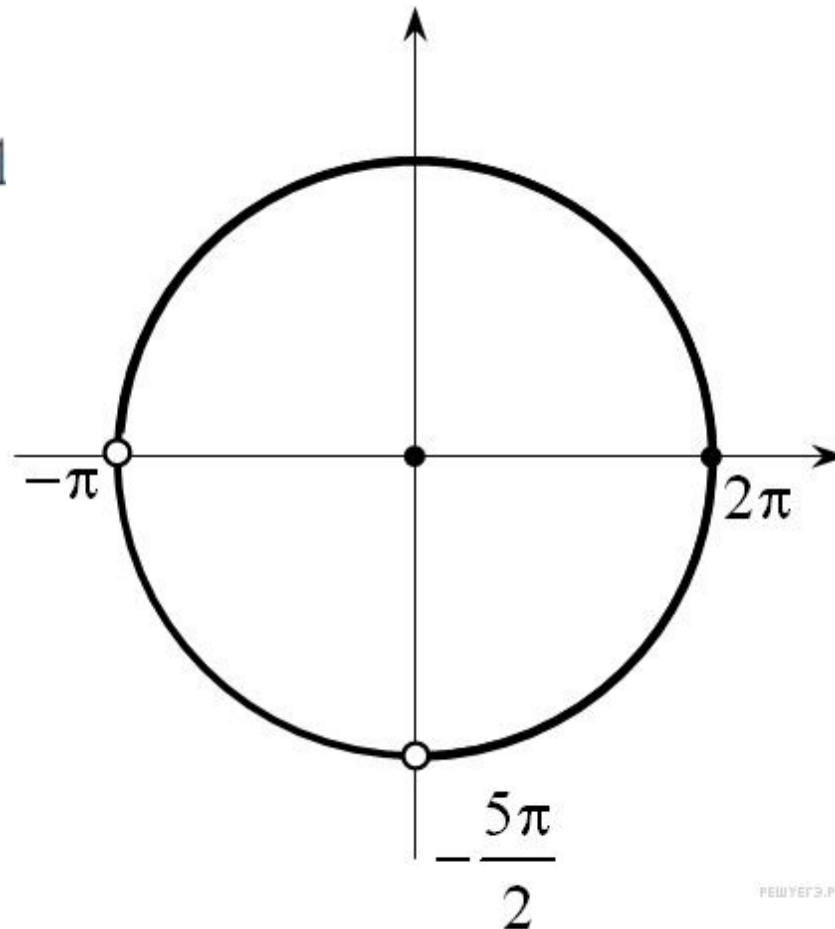
$$-\frac{5\pi}{2} \leq 2\pi k \leq -\pi \Leftrightarrow -\frac{5}{4} \leq k \leq -\frac{1}{2} \Leftrightarrow k = -1$$

Тогда искомый корень  $-2\pi$ .

*Примечание.*

Отобрать корни можно, используя тригонометрическую окружность (см. рис.).

Ответ: а)  $2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ , б)  $-2\pi$



а) Решите уравнение  $\log_2(\cos x + \sin 2x + 8) = 3$

б) Найдите все корни этого уравнения,  
принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$

**Решение.** а) Из данного уравнения получаем:

$\cos x + \sin 2x + 8 = 8 \Leftrightarrow \cos x + 2 \cos x \sin x = 0 \Leftrightarrow \cos x(2 \sin x + 1) = 0$ ,  
или  $\cos x = 0$ , откуда  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$   
или  $\sin x = -\frac{1}{2}$ , откуда  $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k$   
или  $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

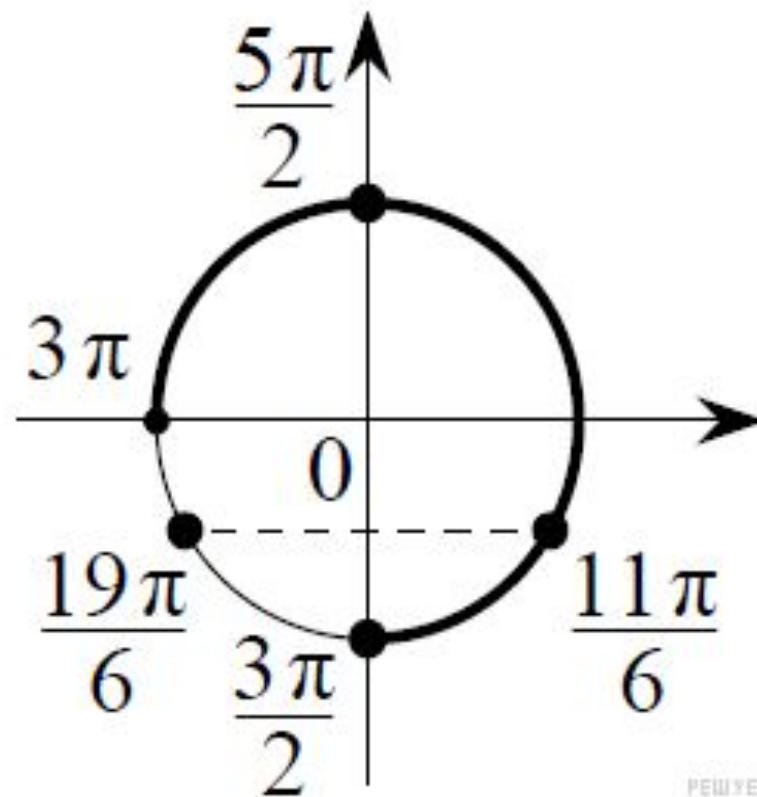
б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$

Получим числа:  $\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}, \frac{5\pi}{2}$ .

Ответ: а)  $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$$-\frac{\pi}{6} + 2\pi k, -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k \quad k \in \mathbb{Z}$$

б)  $\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}, \frac{5\pi}{2}$



а) Решите уравнение :  $\left(\frac{1}{81}\right)^{\cos x} = 9^{2 \sin 2x}$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку:  $[-3\pi; -2\pi]$

**Решение:**

а) Запишем уравнение в виде :

$$81^{-\cos x} = 81^{\sin 2x} \Leftrightarrow -\cos x = 2 \sin x \cos x \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \cos x \cdot (2 \sin x + 1) = 0.$$

Значит, или  $\cos x = 0$ , откуда  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ , или

$$\sin x = -\frac{1}{2},$$

откуда  $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi k$  или  $x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

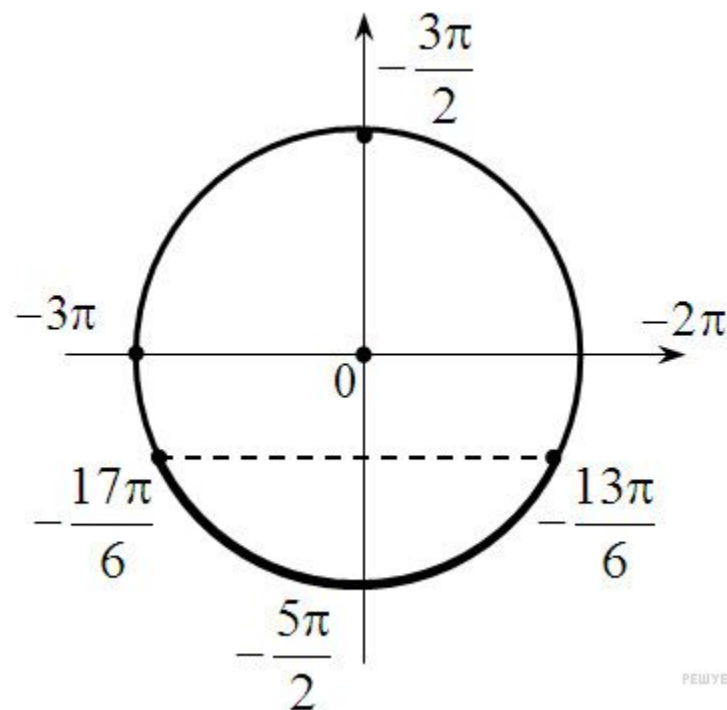
б) С помощью числовой окружности отберем корни уравнения, принадлежащие отрезку  $[-3\pi; -2\pi]$ .

Получим числа:  $-\frac{17\pi}{6}, -\frac{5\pi}{2}$  и  $-\frac{13\pi}{6}$

Ответ: а)  $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$

$$-\frac{\pi}{6} + 2\pi k, -\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

б)  $-\frac{17\pi}{6}, -\frac{5\pi}{2}$  и  $-\frac{13\pi}{6}.$



Решите уравнение :  $\frac{6\cos^2 x - \cos x - 2}{\sqrt{-\sin x}} = 0$

**Решение.**

Уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} 6\cos^2 x - \cos x - 2 = 0, \\ -\sin x > 0. \end{cases}$$

Из неравенства получаем, что  $\sin x < 0$

В уравнении сделаем замену  $\cos x = t$  и решим уравнение  $6t^2 - t - 2 = 0$ ,  $t = -\frac{1}{2}$  или  $t = \frac{2}{3}$ . Равенствам  $\cos x = -\frac{1}{2}$  и  $\cos x = \frac{2}{3}$  на тригонометрической окружности соответствует четыре точки.

Две из них, находящиеся в  
верхней полуплоскости, не  
удовлетворяют условию  
 $\sin x < 0$

Получаем решения:

$$x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n \text{ и } x = -\arccos \frac{2}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ:  $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$ ,

$$x = -\arccos \frac{2}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

