

# *Сфера и шар*

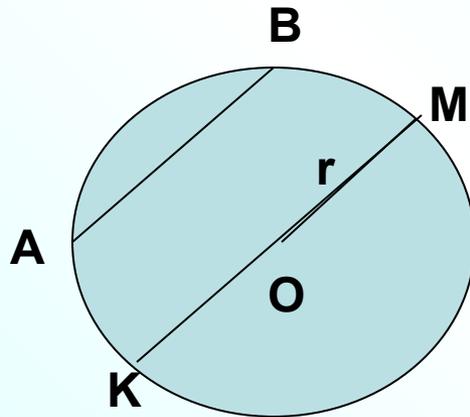
**Учитель математики  
МОУ СОШ №4  
Урекина А.Ю.**

**Оленегорск, 2013**

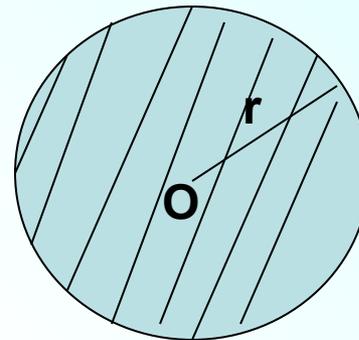
# Цели урока:

- ввести понятия сферы и шара;
- ввести уравнение сферы;
- рассмотреть взаимное расположение сферы и плоскости;
- дать определение касательной плоскости к сфере;
- записать формулу для вычисления площади сферы.

**Окружность**



**Круг**



**Геометрическое место точек  
плоскости, равноудалённых  
от центра.**

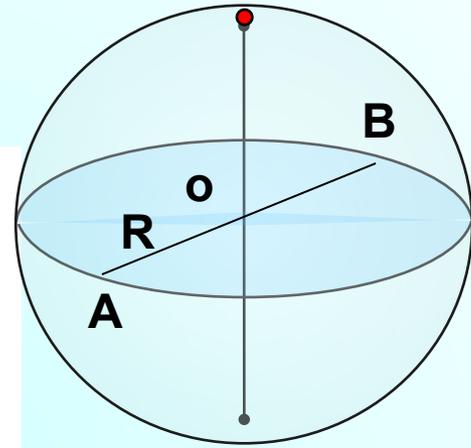
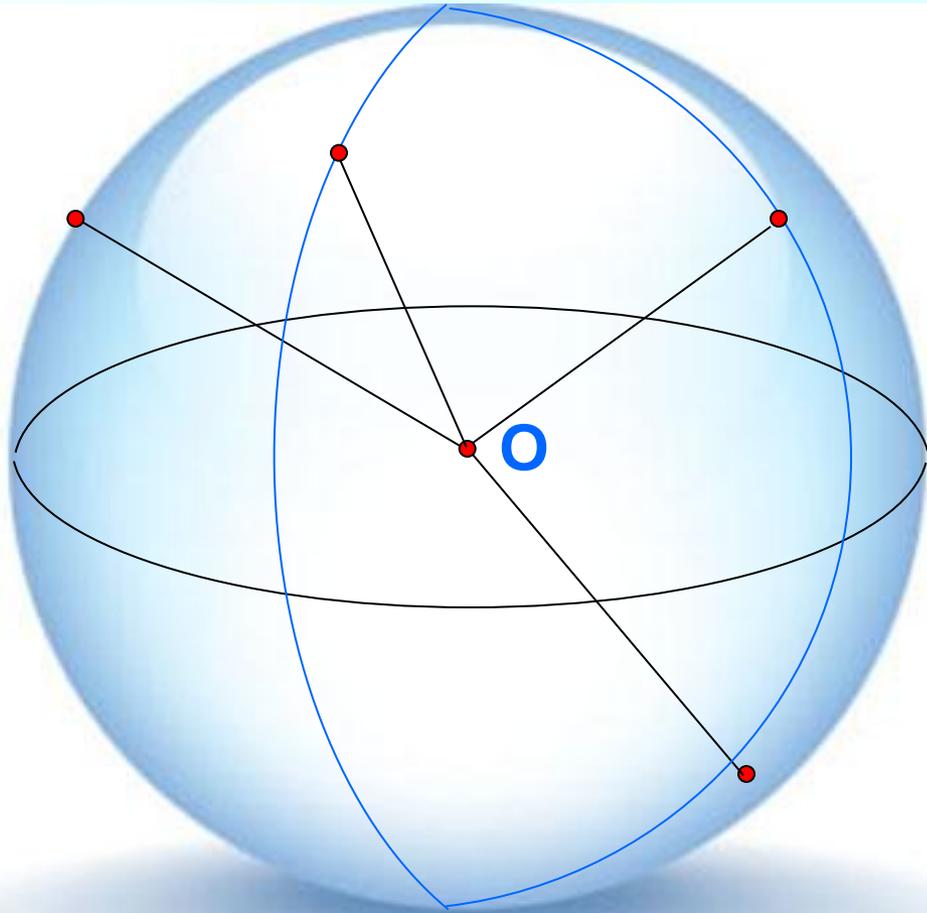
**Часть плоскости,  
лежащая внутри окружности.**

Шар или  
сфера?

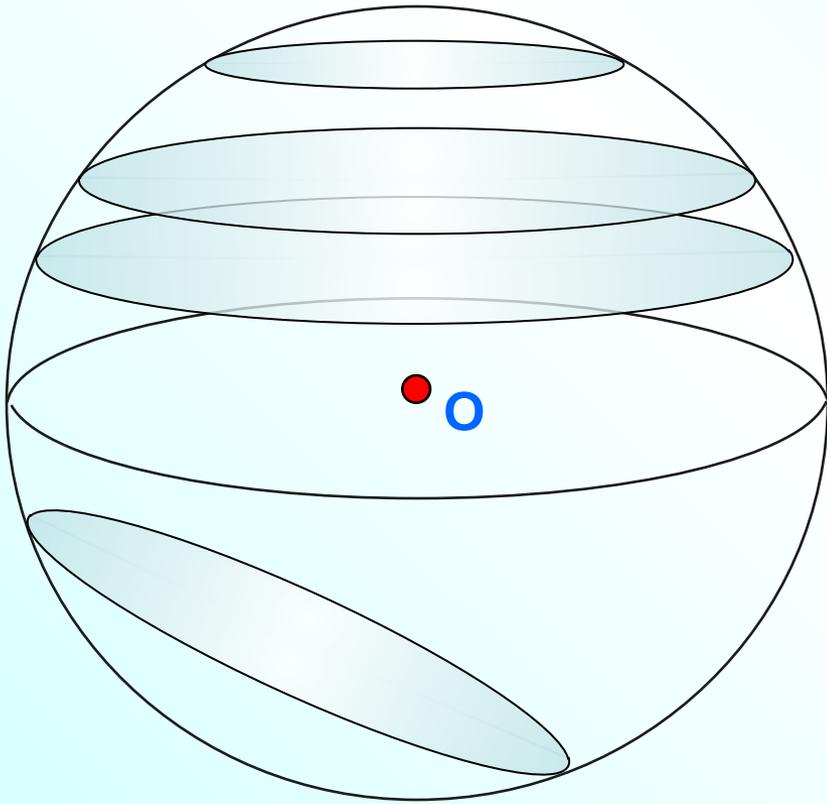


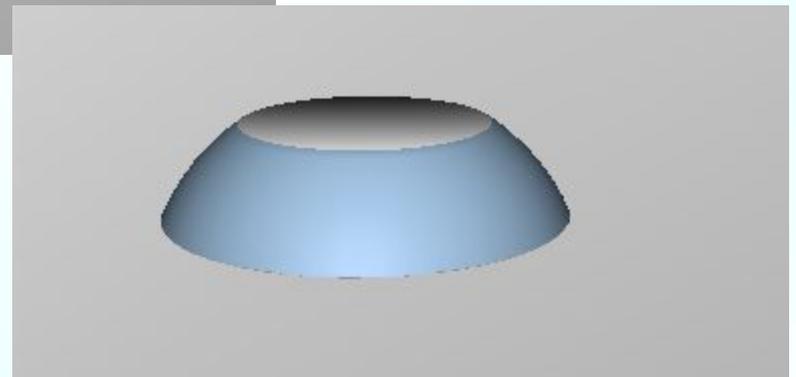
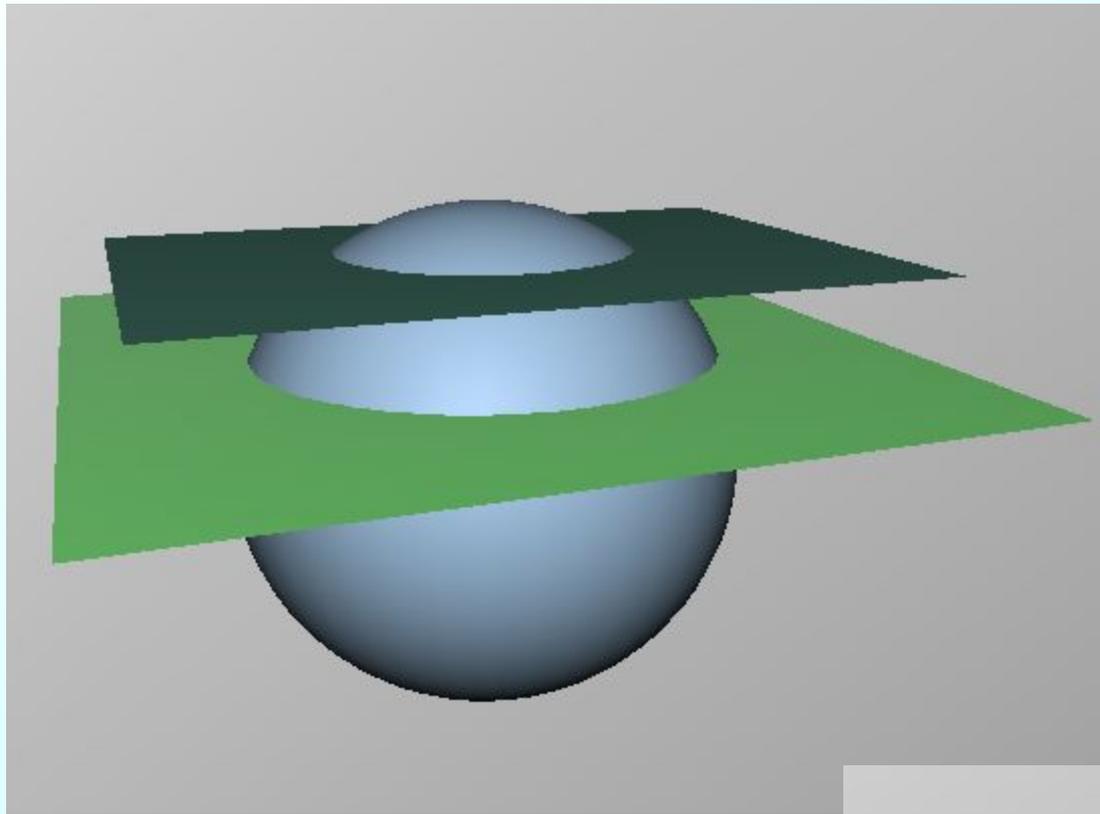
Шар или  
сфера?



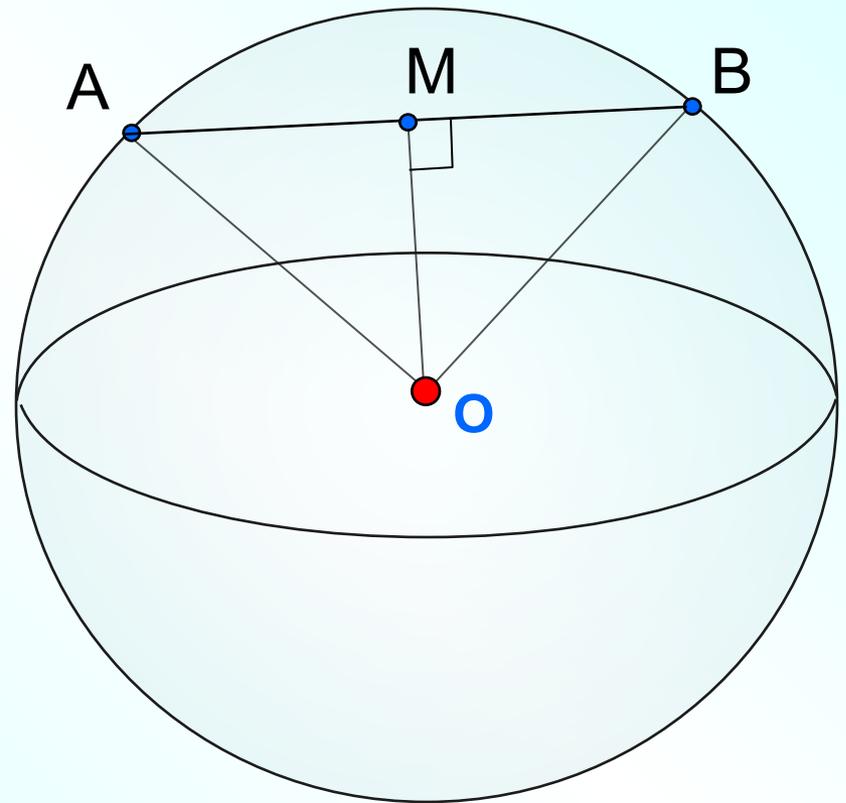
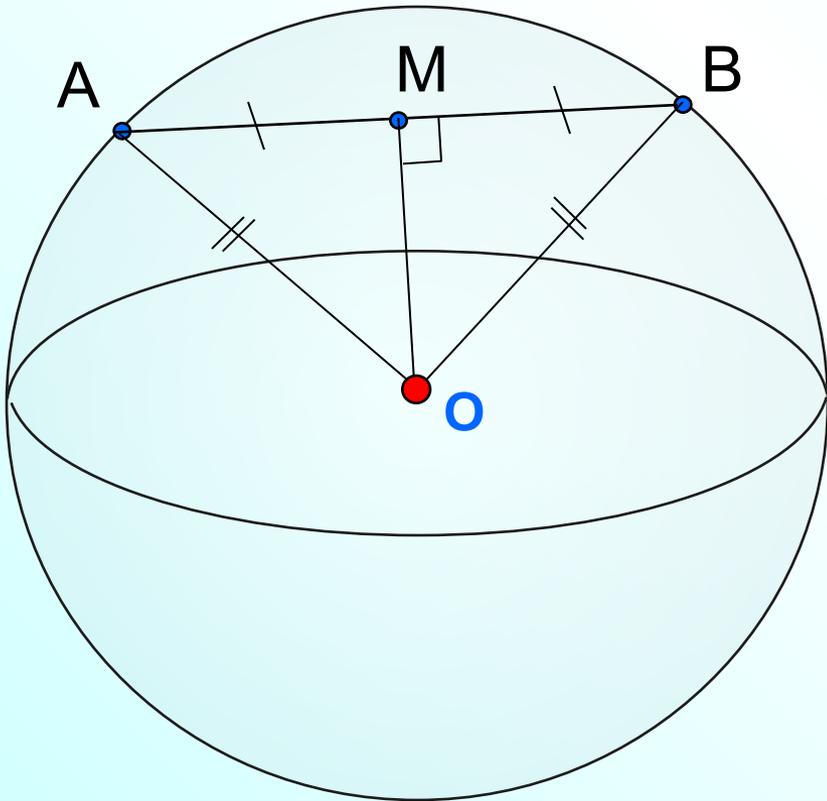


## Сечения сферы



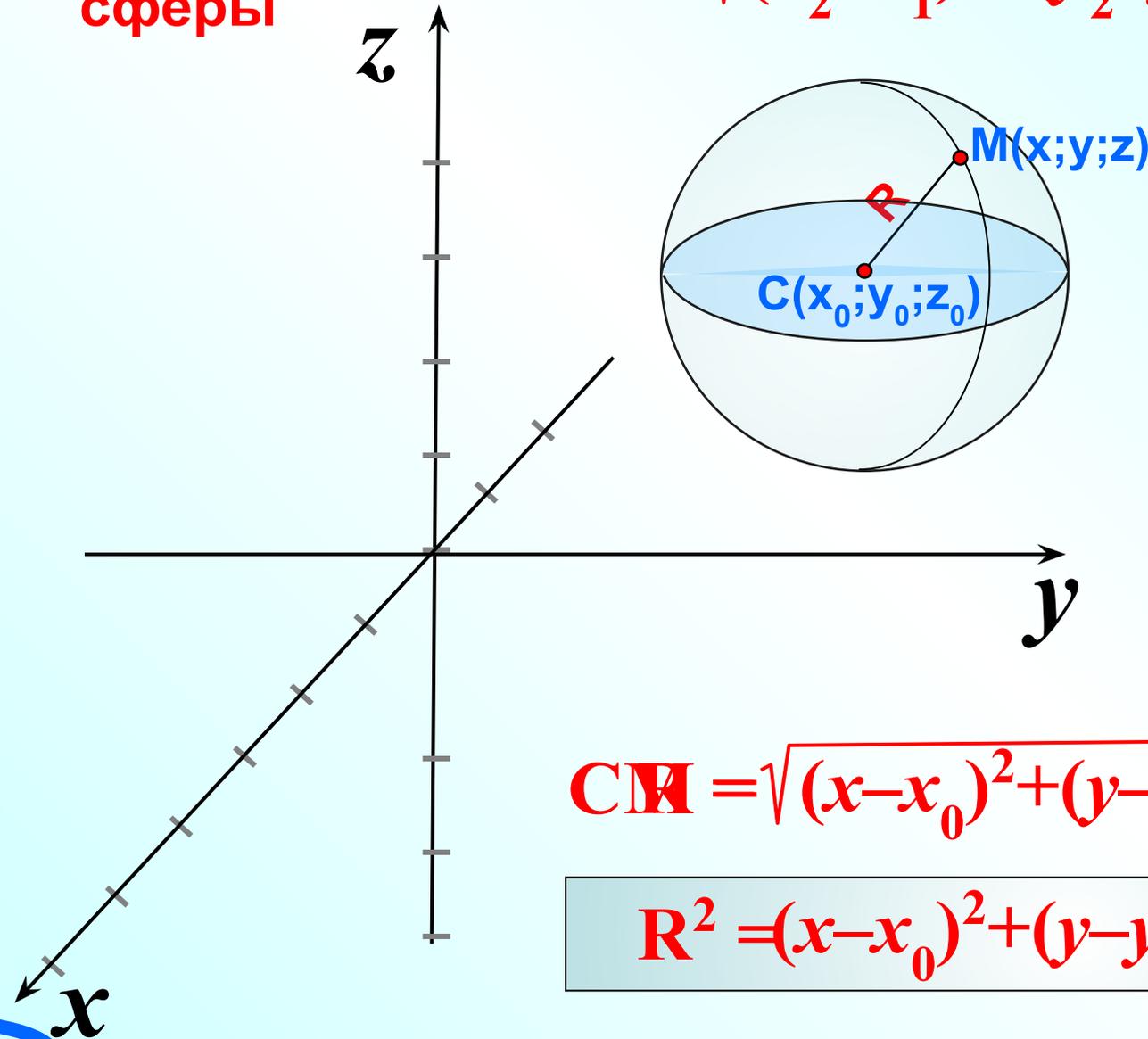


- № 573** Точки  $A$  и  $B$  лежат на сфере с центром  $O \notin AB$ , а точка  $M$  лежит на отрезке  $AB$ . Докажите, что
- а) если  $M$  – середина отрезка  $AB$ , то  $OM \perp AB$
  - б) если  $OM \perp AB$ , то  $M$  – середина отрезка  $AB$ .



# Уравнение сферы

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



$$CM = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$$

$$R^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2$$

## Уравнение сферы

Центр

$r$

$$(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 16$$

$C(3;2;1)$

$$r = 4$$

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+5)^2 = 4$$

$C(1;-2;-5)$

$$r = 2$$

$$(x+5)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 25$$

$C(-5;3;0)$

$$r = 5$$

$$(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 8$$

$C(1;0;0)$

$$r = \sqrt{8}$$

$$x^2 + (y+2)^2 + (z+8)^2 = 2$$

$C(0;-2;-8)$

$$r = \sqrt{2}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9$$

$C(0;0;0)$

$$r = 3$$

$$(x-3)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 0,09$$

$C(3;2;0)$

$$r = 0,3$$

$$(x+7)^2 + (y-5)^2 + (z+1)^2 = 2,5$$

$C(-7;5;-1)$

$$r = \sqrt{2,5}$$

$$x^2 + (y+4)^2 + (z+9)^2 = 6\frac{1}{4}$$

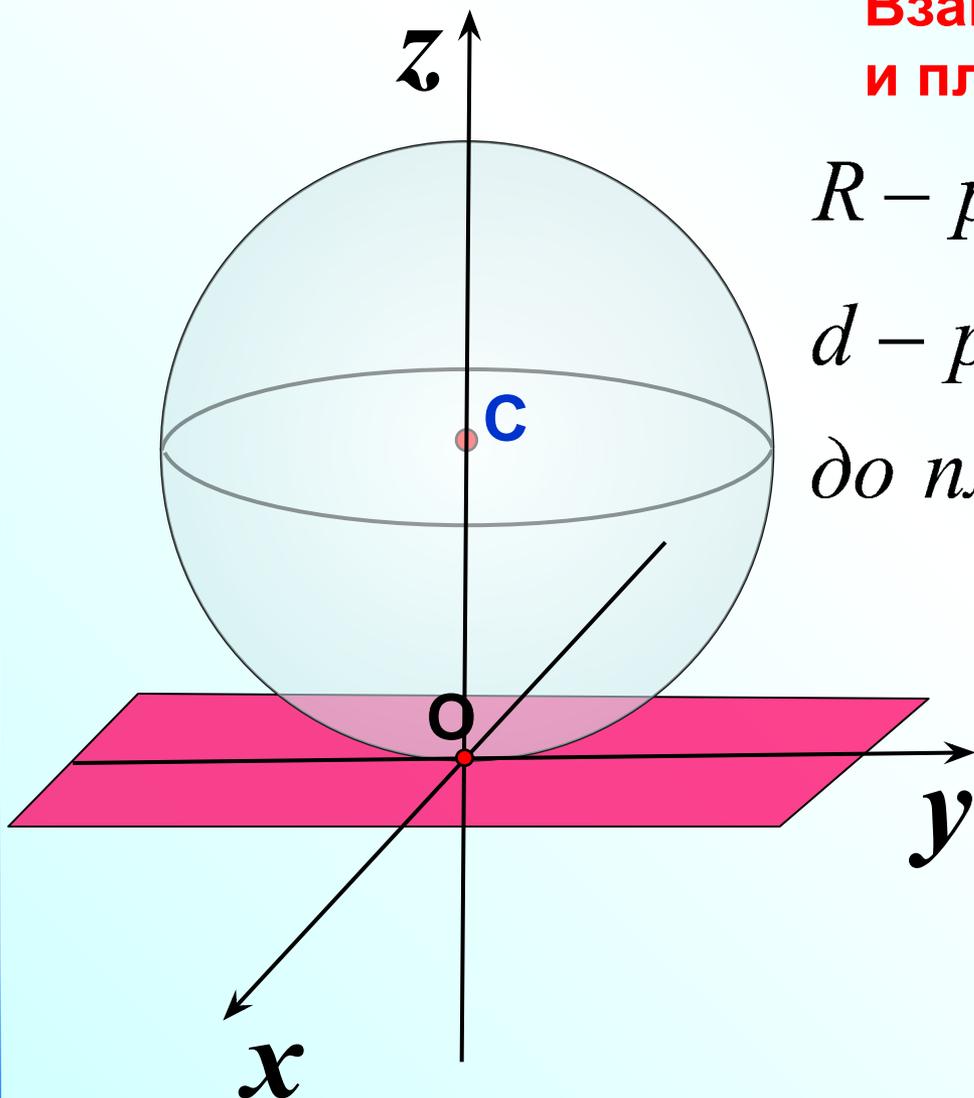
$C(0;-4;9)$

$$r = \frac{5}{2}$$

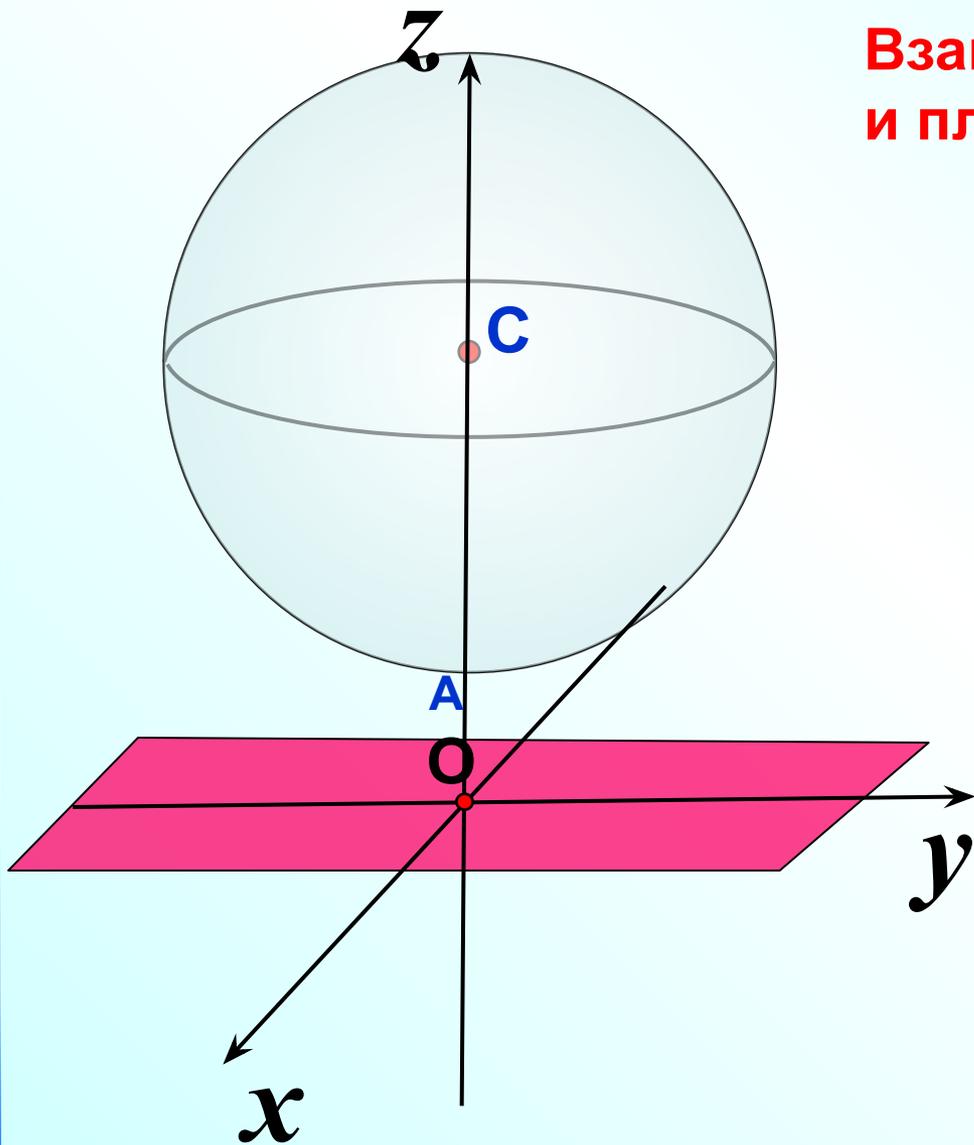
## Взаимное расположение сферы и плоскости

$R$  – радиус сферы,  
 $d$  – расстояние от центра  
до плоскости

$$d = R$$



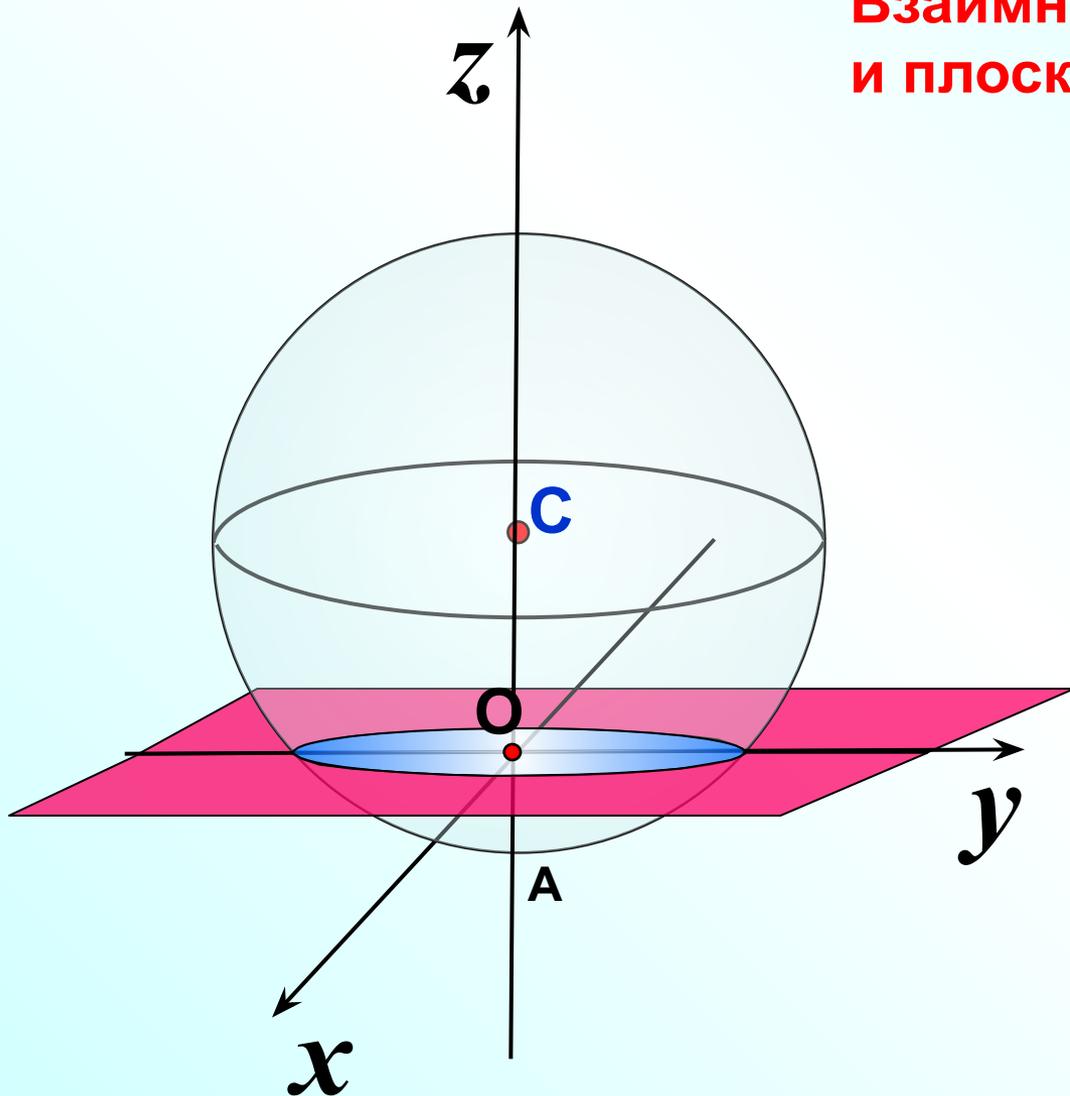
Взаимное расположение сферы  
и плоскости



$$d > R$$

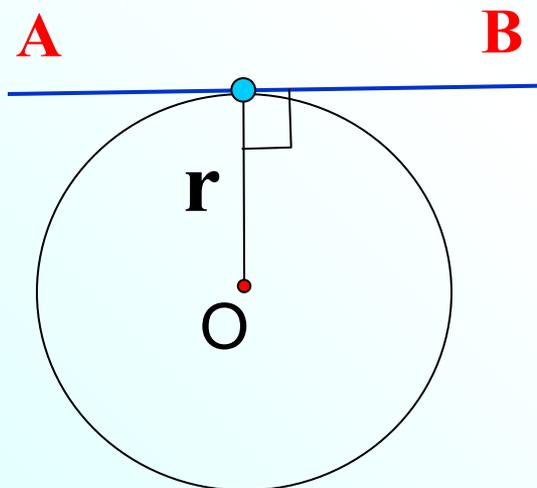
**Взаимное расположение сферы  
и плоскости**

$$d < R$$



## Планиметрия

Свойство касательной.

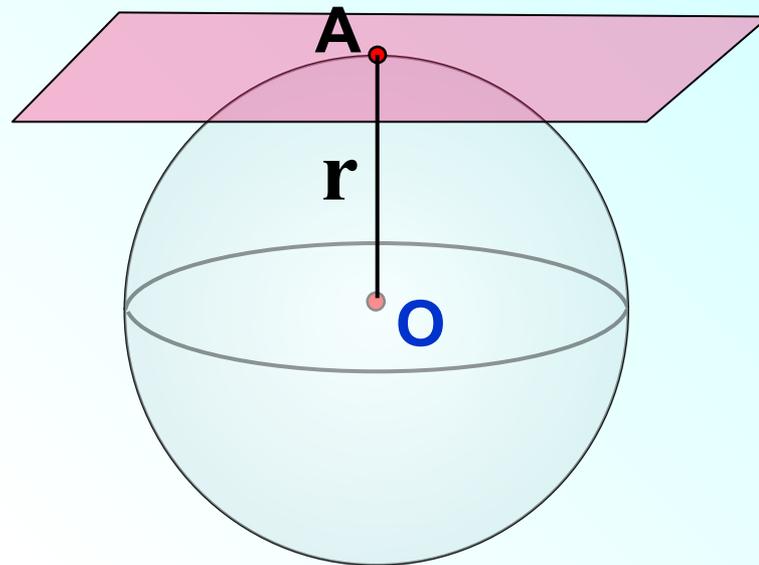


$AB$  - касательная  $\Rightarrow$

$$AB \perp r$$

Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания.

## Стереометрия



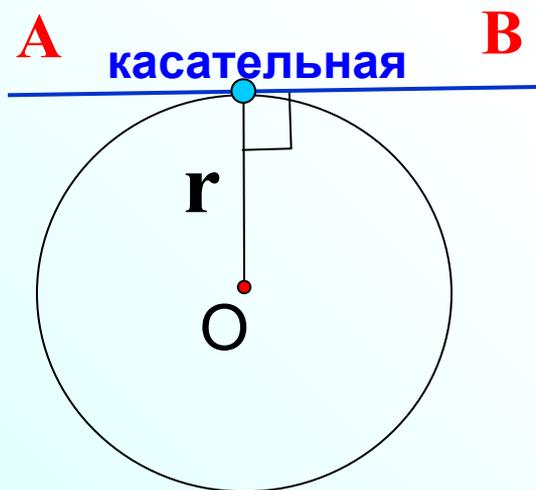
$\alpha$  - касательная пл.  $\Rightarrow$

$$r \perp \alpha$$

Радиус сферы, проведенный в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен касательной плоскости.

## Планиметрия

### Признак касательной.

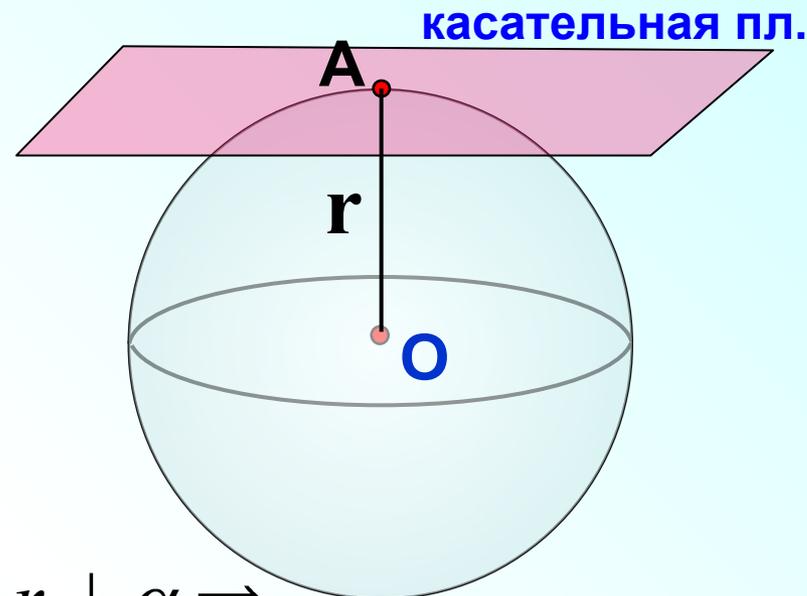


$$AB \perp r \Rightarrow$$

$AB$  - касательная

Если прямая проходит через конец радиуса, лежащий на окружности, и перпендикулярна этому радиусу, то она является касательной.

## Стереометрия



$$r \perp \alpha \Rightarrow$$

$\alpha$  - касательная пл.

Если радиус сферы перпендикулярен плоскости, проходящей через его конец, лежащий на сфере, то эта плоскость является касательной к сфере.