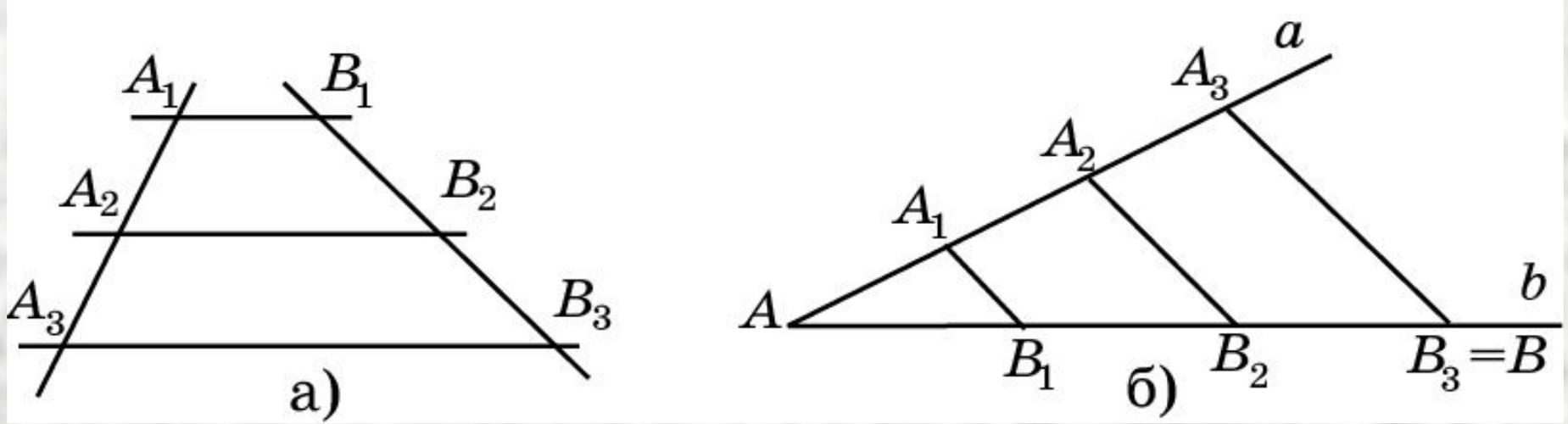


Теорема Фалеса

Теорема. Если параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают на одной его стороне равные отрезки, то они отсекают равные отрезки и на другой его стороне (рис. а).



Теорему Фалеса можно применять для деления отрезка на n равных частей (рис. б).

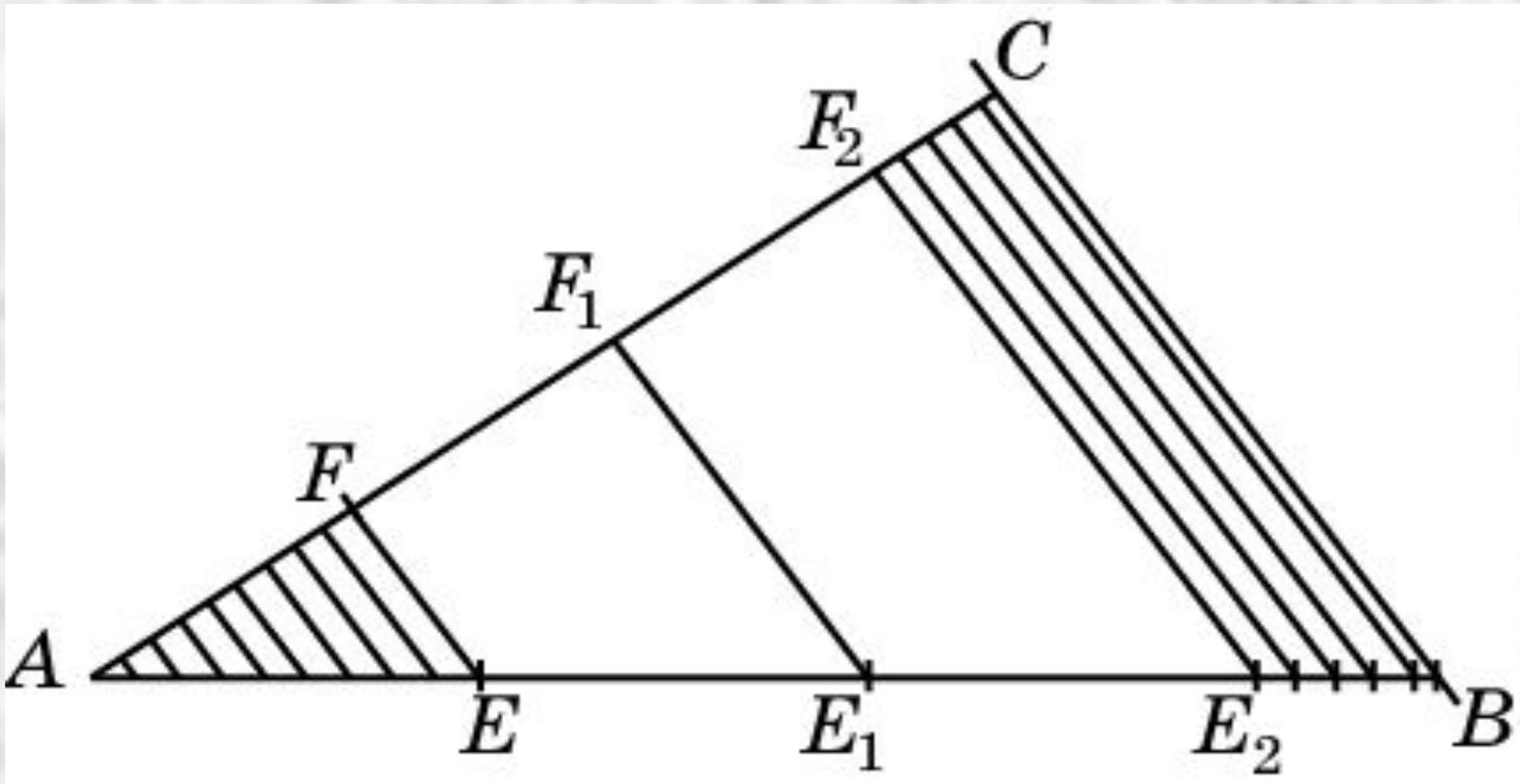
Теорема о пропорциональных отрезках

Отношением $\frac{AB}{CD}$ двух отрезков AB и CD называется число, показывающее сколько раз отрезок CD и его части укладываются в отрезке AB .

Говорят, что отрезки AB , CD пропорциональны отрезкам A_1B_1 , C_1D_1 , если равны их отношения

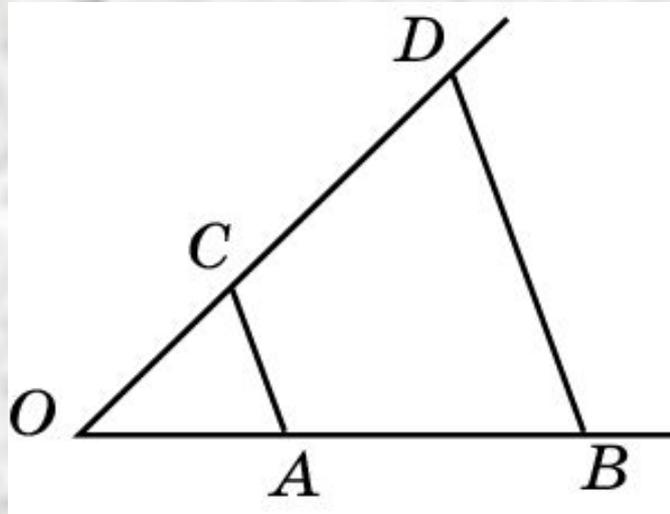
<http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/7383a6b1-0dac-11dc-8314-0800200c9a66/index.htm>

Теорема. (обобщенная теорема Фалеса) Параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают от сторон угла пропорциональные отрезки.



Пример 1

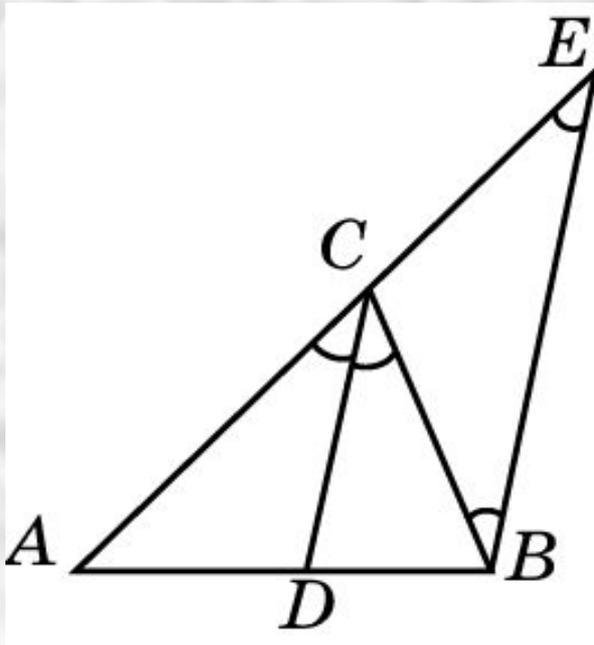
Стороны угла с вершиной O пересечены двумя параллельными прямыми в точках A, B и C, D соответственно. Найдите OA , если $OB = 15$ см и $OC : OD = 2 : 5$.



Ответ: 6 см.

Пример 2

Докажите, что биссектриса угла треугольника делит противоположную сторону на части, пропорциональные прилежащим сторонам.



Решение: Пусть CD биссектриса треугольника ABC . Докажем, что $AD : DB = AC : BC$. Проведем прямую BE , параллельную CD . В треугольнике BEC угол B равен углу E . Следовательно, $BC = EC$. По следствию из теоремы о пропорциональных отрезках,
 $AD : DB = AC : CE = AC : BC$.

Упражнение 1

Определите, пропорциональны ли пары отрезков a, b и c, d , если:

а) $a = 0,8$ см, $b = 0,3$ см, $c = 2,4$ см, $d = 0,9$ см;

б) $a = 50$ мм, $b = 6$ см, $c = 10$ см, $d = 18,5$ см.

Ответ: а) Да; б) нет.

Упражнение 2

Среди отрезков a , b , c , d , e выберите пары пропорциональных отрезков, если $a = 2$ см, $b = 17,5$ см, $c = 16$ см, $d = 35$ см, $e = 4$ см.

Ответ: a , e и b , d .

Упражнение 3

Даны три отрезка: a , b , и c . Какова должна быть длина четвертого отрезка d , чтобы из них можно было образовать две пары пропорциональных отрезков, если $a = 6$ см, $b = 3$ см, $c = 4$ см, и отрезок d больше каждого из этих отрезков.

Ответ: 8 см.

Упражнение 6

На одной из сторон угла расположены два отрезка 3 см и 4 см. Через их концы проведены параллельные прямые, образующие на другой стороне также два отрезка. Большой из отрезков равен 6 см. Чему равен другой отрезок?

Ответ: 4,5 см.

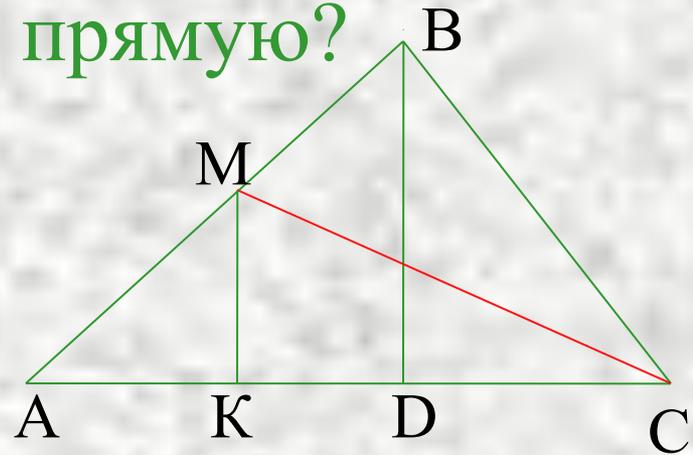
Упражнение 7

Стороны угла с вершиной O пересечены двумя параллельными прямыми в точках A, B и C, D соответственно. Найдите: а) CD , если $OA = 8$ см, $AB = 4$ см, $OD = 6$ см; б) OC и OD , если $OA : OB = 3 : 5$ и $OD - OC = 8$ см; в) OA и OB , если $OC : CD = 2 : 3$ и $OA + OB = 14$ см.

Ответ: а) 2 см; б) 12 см и 20 см; в) 4 см и 10 см.

Упражнение 8

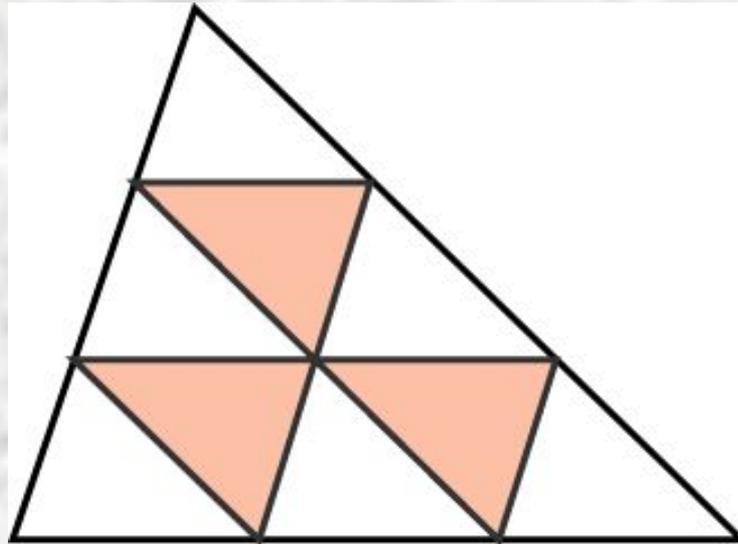
Проекции двух сторон остроугольного треугольника ABC на прямую AC имеют длины 6 см и 4 см. Какую длину имеют проекции медиан этого треугольника на ту же прямую?



Ответ: 1 см, 7 см и 8 см.

Упражнение 9

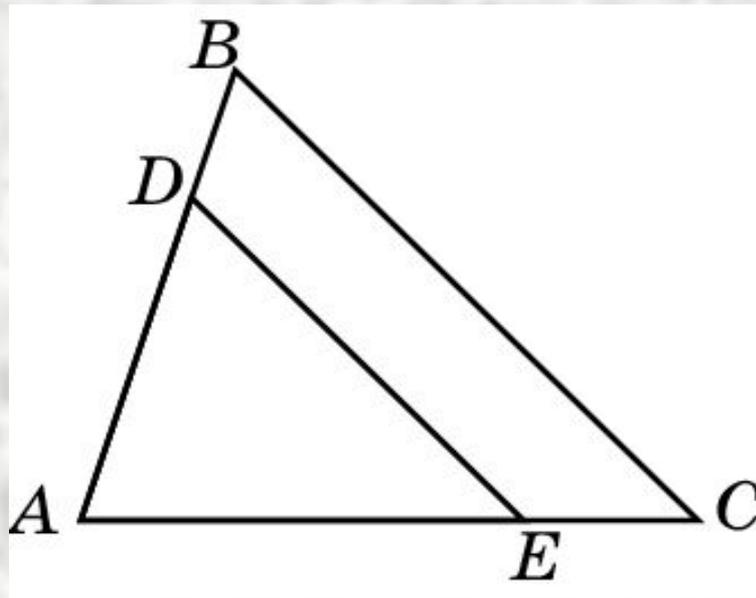
Каждая из сторон треугольника разделена на три равных отрезка и точки деления соединены отрезками. Найдите периметр образовавшейся при этом фигуры, если периметр исходного треугольника равен p .



Ответ: p .

Упражнение 11

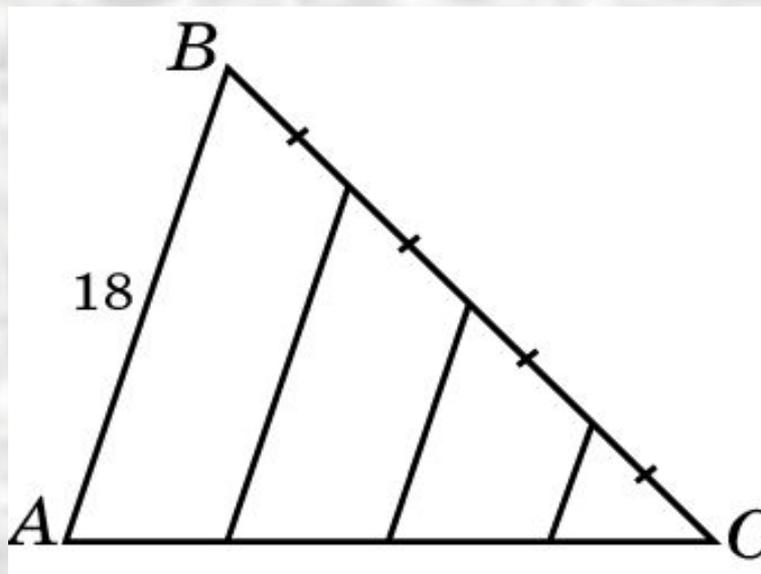
На сторонах AB и AC треугольника ABC взяты соответственно точки D и E , причем $AD = \frac{3}{4}AB$, $AE = \frac{3}{4}AC$. Чему равен отрезок DE , если отрезок BC равен 5 см?



Ответ: $3\frac{3}{4}$ см.

Упражнение 12

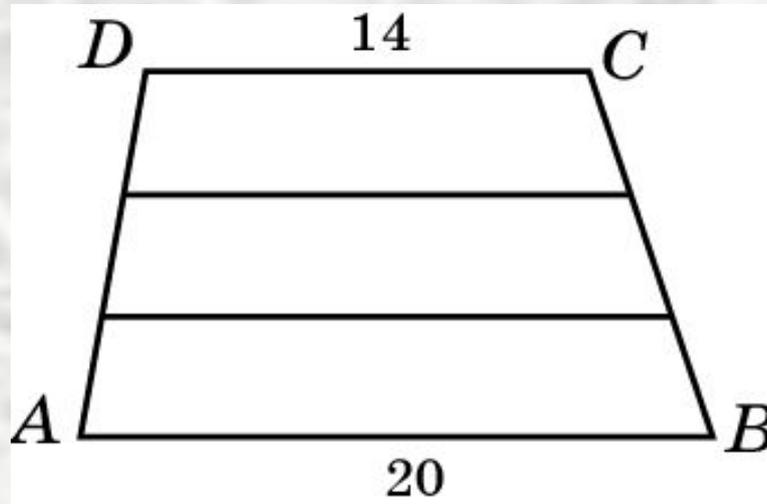
В треугольнике ABC сторона BC разделена на четыре равные части и через полученные точки деления проведены прямые, параллельные стороне AB , равной 18 см. Найдите отрезки этих прямых, заключенные внутри треугольника.



Ответ: 4,5 см, 9 см, 13,5 см.

Упражнение 13

Основания трапеции равны 14 см и 20 см. Одна из боковых сторон разделена на три равные части и через точки деления проведены прямые, параллельные основаниям трапеции. Найдите отрезки этих прямых, заключенные внутри трапеции.



Ответ: 16 см и 18 см.