Тема урока :
Модуль действительного числа. Решение уравнений и неравенств с модулем.

МОУ СОШ с . Новый Батако
Учитель: Гагиева А.О.
Класс:11

Цель урока :

- Повторить понятие модуля и его свойства.
- Рассмотреть основные типы уравнений и неравенств с модулем.
- Рассмотреть способы решения уравнений и неравенств с модулем.

План урока:

- Объяснение новой темы.
- Домашнее задание.
- Подведение итога урока.

Изучение новой темы:

Определение:

- **Абсолютной величиной или модулем действительного числа X называется неотрицательное число, определяемое соотношением:**

$$|X| = \begin{cases} -X, если\ X < 0; \\ X, если\ X \geq 0. \end{cases}$$

Свойства модуля:

$$1)\ |-x| = |x|$$

$$2)\ |x-y| = |y-x|$$

$$3)\ -|x| \le x \le |x|$$

$$4)\ |x| \le a \Leftrightarrow -a \le x \le a$$

$$5)\ |x+y| \le |x| + |y|$$

$$6)\ |x-y| \ge |x| - |y|$$

$$7)\ |xy| \ge |x||y|$$

$$8)\ \left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$$

Геометрическая интерпретация модуля:

Если точка А на числовой оси имеет координату <u>x, </u>то расстояние от А до нуля равно модулю **x**:

Расстояние между точками А(а) и В(в) на прямой равно модулю разности координат этих точек:

$$|a - в|$$

Уравнения с модулем:

$$\lvert x \rvert = a$$		
1) Если a<0	2)Если a=0	3) Если a>0
решений нет	x=0	$\left[\begin{array}{l} x = a, \\ x = -a \end{array}\right.$

$\lvert x - в \rvert = a$		
1)Если **a<0**	2)Если **a=0**	3)Если **a>0**
решений нет	x = в	$\left[\begin{array}{l} x = в - a, \\ x = в + a \end{array}\right.$

Вид уравнения	Уравнение равносильно
$\left\|f(x)\right\| = \left\|g(x)\right\|$	**объединению уравнений:** $\left[\begin{array}{l} f(x) = g(x), \\ f(x) = -g(x). \end{array}\right.$
$\left\|f(x)\right\| = g(x)$	**системе уравнений:** $\begin{cases} g(x) \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} f(x) = g(x), \\ f(x) = -g(x), \end{array}\right. \end{cases}$

Утверждение :

Уравнение $|f(x)| + |g(x)| = f(x) + g(x)$

равносильно системе $\begin{cases} f(x) \geq 0, \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$

Алгоритм решения уравнений с модулями методом интервалов:

1)Найти критические точки, т.е. значения переменной, при которых выражения, стоящие под знаком модуля, обращаются в нуль;

2)Разбивают ОДЗ переменной на промежутки, на каждом из которых выражения, стоящие под знаком модуля, сохраняют знак;

3)На каждом из найденных промежутков решить уравнение без знака модуля;

4)Совокупность(объединение) решений указанных промежутков и составляет все решения рассматриваемого уравнения.

Решить уравнение:

$$|x-1|+|x-2|+|x-3|=6$$

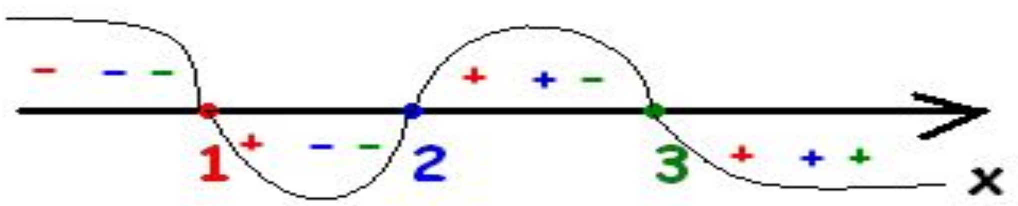
Решение:

1)Найдём критические точки подмодульных выражений:

x-1=0; x-2=0; x-3=0

x=1; x=2; x=3.

2)



3) а) x <1; б)1 $\leq$ x <2; в)2 $\leq$ x <3 г)x $\geq$ 3

-x+1-x+2-x+3=6, x-1-x+2-x+3=6 x-1+x-2-x+3=6 x-1+x-2+x-3=6

x=0 $\in (-\infty;1)$ x=-2 $\notin [2;3)$ x=-6 $\notin [1;2)$ x=4 $\in [3;+\infty)$

Ответ: 0; 4

Неравенства с модулем:

$\|x - в\| < a$	
1)Если $a \leq 0$	2)Если a>0
Решений нет	в - а< х <в + а

Неравенства с модулями:

Вид неравенства:	неравенство равносильно
$\lvert f(x) \rvert < g(x)$	системе: $\begin{cases} f(x) < g(x), \\ f(x) > -g(x). \end{cases}$
$\lvert f(x) \rvert > g(x)$	объединению: $\left[\begin{array}{l} f(x) > g(x), \\ f(x) < -g(x) \end{array}\right.$
$\lvert f(x) \rvert > \lvert g(x) \rvert$	$f^2(x) > g^2(x)$ **или** (f(x) - g(x)) (f(x) + g(x)) >0

Алгоритм решения неравенств с модулями методом интервалов:

1)Найти критические точки, т.е. значения переменной, при которых выражения, стоящие под знаком модуля, обращаются в нуль;

2)Разбить ОДЗ переменной на промежутки, на каждом из которых выражения, стоящие под знаком модуля, сохраняют знак;

3)На каждом из найденных промежутков решить неравенство без знака модуля;

4)Объединяя ответы, получаем ответ исходного неравенства.

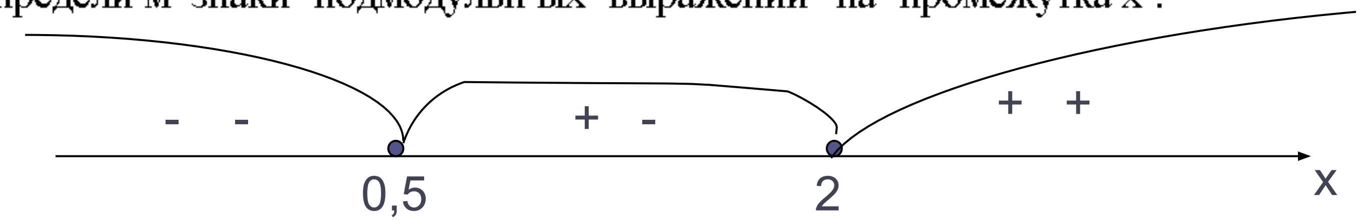
Решить неравенство:

$|2x-1|-|x-2|\geq 4$

1) Критически ми точками являются

$x=0{,}5$ и $x=2$

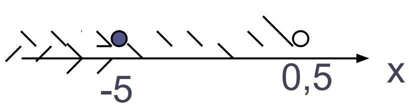
2)Определи м знаки подмодульн ых выражений на промежутка х :



3) при $x<0{,}5$

$-2x+1-(-x+2)\geq 4$

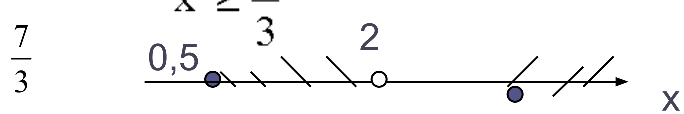
$x\leq -5$



при $0{,}5\leq x<2$

$(2x-1)-(-x+2)\geq 4$

$x\geq \frac{7}{3}$

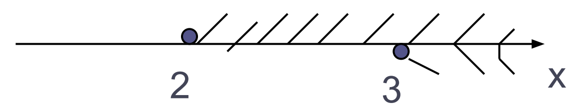


решений нет

при $x\geq 2$

$(2x-1)-(x-2)\geq 4$

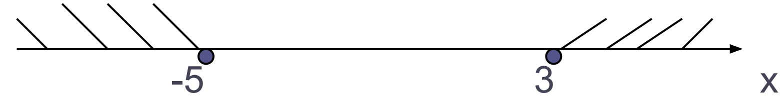
$x\geq 3$



4) Объединени е полученных решений

$x\leq -5$ и $x\geq 3$ будет решением исходного неравенств а

Ответ : $(-\infty;-5]$ и $[3;+\infty)$



Домашнее задание:

- **№ 12.1 (в)**
- **№12.5 (а)**
- **№ №12.10(в)**
- **Теоретический материал**