Сызранский медико-гуманитарный колледж

# УМК ПО ДИСЦИПЛИНЕ МАТЕМАТИКА
## для 1 курса

# Общие методы решения тригонометрических уравнений

**Разработала:**
**преподаватель математики**
**Н.Л. Косырева**

- **Цель урока.**
- **-** Систематизировать и расширить знания, умения учащихся, связанных с применением методов решения тригонометрических уравнений.
- **Задачи.**
- \- Повторить и закрепить полученные знания о тригонометрической функции и ее свойствах;
- \- Научиться классифицировать и решать тригонометрические уравнения различными методами

# Повторение теоретического материала.

- **Функция называется четной, если**

  **$f(x) = f(-x)$,**

**где x и –x принадлежат области определения функции**

- **Функция называется нечетной, если**

  **$-f(x) = f(-x)$,**

**где x и –x принадлежат области определения функции**

| | |
|---|---|
| sin x | |
| cos x | |
| tg x | |
| ctg x | |

## Значения тригонометрических функций для различных углов поворота.

| <u>**1 вариант**</u> | |
| --- | --- |
| **sin (-п/3)** | |
| **cos 2п/3** | |
| **tg п/6** | |
| **ctg п/4** | |
| **cos (-п/6)** | |
| **sin 3п/4** | |

| <u>**2 вариант**</u> | |
| --- | --- |
| <u>**cos (-п/4 )**</u> | |
| <u>**sin п/3**</u> | |
| <u>**ctg п/6**</u> | |
| <u>**tg п/4**</u> | |
| <u>**sin (-п/6)**</u> | |
| <u>**cos 5п/6**</u> | |

# Определение арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса.

| **1 вариант** | |
|---|---|
| arcsin √2/2<br>arccos 1<br>arcsin (- 1/2 )<br>arccos (- √3/2)<br>arctg √3 | |

| **1 вариант** | |
|---|---|
| arccos √2/2<br>arcsin 1<br>arccos (- 1/2)<br>arcsin (- √3/2)<br>arctg √3/3 | |

# Решение простейших тригонометрических уравнений вида
# sinx = a, cosx = a, tg x = a.

| | |
|---|---|
| $\sin x = a$ | $x = (-1)^k \arcsin a + \pi k,\ k\ \ Z$ |
| $\cos x = a$ | $x = \pm\ \arccos a + 2\pi k,\ k\ \ Z$ |
| $\operatorname{tg} x = a$ | $x = \operatorname{arctg} a + \pi k,\ k\ Z.$ |

# Методы решения тригонометрических уравнений

- \-   уравнения приводимые к линейным или квадратным уравнениям;
- \-  однородные тригонометрические уравнения 1, 2 степени;
- \-   метод разложения на множители.

# Уравнения приводимые к линейным или квадратным уравнениям.

**Уравнения вида $A \sin^2 x + B \sin x + C = 0$ и $A \sin^2 x + B \cos x + C = 0$, решается методом замены переменной.**

- *Решить уравнение* $\underline{\sin^2 x + 5 \sin x - 6 = 0}$:
- *<u>Решение</u>*
- *- вводим замену* $\sin x = z$,
- *- решаем квадратное уравнение*

$z^2 + 5z - 6 = 0$,

- *- находим* $z_1 = 1$; $z_2 = -6$,
- *- решением уравнения* $\sin x = 1$ *являются числа вида* $x = \pi/2 + 2\pi k$, $k \in Z$,
- *- уравнение* $\sin x = -6$ *не имеет решения, так как -6 не принадлежит E ( sin x ), т.е. -6 не принадлежит [-1; 1].*
- *<u>Ответ:</u>* $x = \pi/2 + 2\pi k$, $k \in Z$.

□Решим уравнение вида $A \sin^2 x + B \cos x + C = 0$:

$2 \sin^2 x + 3 \cos x - 3 = 0.$

Решение

- вводим замену $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$,

-получаем : $2(1 - \cos^2 x) + 3 \cos x - 3 = 0$,

- выполняем преобразования :

$-2 \cos^2 x + 3 \cos x - 1 = 0$, | (-1

$2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0$;

- вводим замену $\cos x = t$

- решаем квадратное уравнение $2t^2 - 3t + 1 = 0$,

- находим $t_1 = 1$; $t_2 = 0{,}5$

- решением уравнения $\cos x = 1$ являются числа вида $x = 2\pi k$, $k \in Z$,

- решением уравнение $\cos x = 0{,}5$ являются числа вида $x = \pm \arccos 0{,}5 + 2\pi n$, $n \in Z$.

**Ответ:** $x = 2\pi$, $x = \pm \arccos 0{,}5 + 2\pi n$, $n \in Z$.

# Самостоятельное решение уравнений с последующей проверкой.

| | Вариант 1 | Вариант 2 |
|---|---|---|
| на «3» | $2\cos^2 x + 5 \sin x - 4=0$ | $3 \sin x - 2 \cos^2 x =0$ |
| на «4» | $\cos 2x + \cos x =0$ | $\cos 2x + \sin x =0$ |
| на «5» | $\sqrt{2} \sin (x/2) + 1 = \cos x$ | $\sqrt{2}\cos(x/2) + 1=\cos x$ |

| ОТВЕТЫ | |
|---|---|
| 1 вариант | 2 вариант |
| | |
| | |
| | |

# Однородные тригонометрические уравнения.

- *Однородное тригонометрическое уравнение первой степени:* $A \sin x + B \cos x = 0$,
- ***метод решения: разделить обе части уравнения на*** $\cos x \neq 0$***, получим и решим простейшее тригонометрическое уравнение вида*** $\operatorname{tg} x = a$.

***Решите уравнение*** $2 \sin x + 3 \cos x = 0$.

***<u>Решение:</u>*** $2 \sin x + 3 \cos x = 0 \mid : \cos x \neq 0$,

$2 \operatorname{tg} x + 3 = 0$,

$\operatorname{tg} x = -1{,}5$.

***<u>Ответ:</u>*** $x = \operatorname{arctg}(-1{,}5) + \pi k,\ k \in Z$ ***или***

$x = -\operatorname{arctg} 1{,}5 + \pi k,\ k \in Z$

## Однородное тригонометрическое уравнение второго порядка:

$A \sin^2 x + B \sin x \cos x + C \cos^2 x = 0$

Метод решения: разделить обе части уравнения на $\cos x \neq 0$,

получим и решим уравнение вида

$A \, tg^2 x + B \, tg x + C = 0$ — это уравнение приводимое к квадратным.

- Решите уравнение
- $2\sin^2 x - 3\sin x\cos x - 5\cos^2 x = 0.$
- <u>Решение:</u> $2\sin^2 x - 3\sin x\cos x - 5\cos^2 x = 0,$
- - разделим обе части уравнения на $\cos^2 x \neq 0$
- $2\sin^2 x - 3\sin x\cos x - 5\cos^2 x = 0 \ | : \cos^2 x \neq 0,$
- $2\,\mathrm{tg}^2 x - 3\,\mathrm{tg}\, x - 5 = 0,$
- - вводим замену $\mathrm{tg}\, x = t$
- - решаем квадратного уравнения $2t^2 - 3t - 5 = 0$
- - находим: $t_1 = -1$; $t_2 = 2,5,$
- - решением уравнения $\mathrm{tg}\, x = -1$ являются числа вида $x = -п/2 + пk,\ k \in Z.$
- - решением уравнения $\mathrm{tg}\, x = 2,5$ являются числа вида $x = \mathrm{arctg}\, 2,5 + пn,\ n \in Z.$

<u>Ответ:</u> $x = -п/2 + пk,\ k \in Z,$

$x = \mathrm{arctg}\, 2,5 + пn,\ n \in Z.$

# Самостоятельное решение уравнений с последующей проверкой.

| | 1 вариант | 2 вариант |
|---|---|---|
| 1 | $3\sin x + 5\cos x = 0$ | $2\cos x + 3\sin x = 0$ |
| 2 | $5\sin^2 x - 3\sin x\cos x - 2\cos^2 x = 0$ | $6\sin^2 x - 5\sin x\cos x + \cos^2 x = 0$ |
| 3 | $3\cos^2 x + 2\sin x\cos x = 0$ | $2\sin^2 x - \sin x\cos x = 0$ |
| 4 | $5\sin^2 x + 2\sin x\cos x - \cos^2 x = 1$ | $4\sin^2 x - 2\sin x\cos x - 4\cos^2 x = 1$ |
| 5 | $2\sin x - 5\cos x = 3$ | $2\sin x - 3\cos x = 4$ |
| 6 | $1 - 4\sin 2x + 6\cos^2 x = 0$ | $2\sin^2 x - 2\sin 2x + 1 = 0$ |

| ОТВЕТЫ | | |
|---|---|---|
| | **1 вариант** | **2 вариант** |
| **1** | | |
| **2** | | |
| **3** | | |
| **4** | | |
| **5** | | |
| **6** | | |

# Метод разложения на множители.

- Под разложением на множители понимается представление данного выражения в виде произведения нескольких множителей.
- Если в одной части уравнения стоит несколько множителей, а в другой – 0, то каждый множитель приравнивается к нулю.
- Таким образом, данный множитель можно представить в виде совокупности более простых уравнений.

**Решите уравнение: $2\sin^3 x - \cos 2x - \sin x = 0$**

*Решение:*

*-сгруппируем первый член с третьим, применив формулу косинуса двойного угла, получим*

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x.$

*- уравнение примет вид:* $(2\sin^3 x - \sin x) - (\cos^2 x - \sin^2 x) = 0,$

*- вынесем из выражения, стоящего в первой скобке* $\sin x$*, применив основное тригонометрическое тождество получим*

$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x.$

*- уравнение примет вид:* $\sin x\,(2\sin^2 x - 1) - (1 - 2\sin^2 x) = 0,$

$\sin x\,(2\sin^2 x - 1) + (2\sin^2 x - 1) = 0,$

$(2\sin^2 x - 1) \bullet (\sin x + 1) = 0.$

$2\sin^2 x - 1 = 0$ *или* $\sin x + 1 = 0$

$\sin^2 x = 1/2, \qquad \sin x = -1$

$\sin x = \pm 1/\sqrt{2}$

*Ответ:* $x1 = \pm /4 + n,\ n \in Z,\ x2 = - /2 + 2k,\ k \in z$

- **Что нового вы узнали на уроке?**
- **С какими трудностями встретились при решении уравнений?**
- **Какие темы необходимо повторить для успешного решения тригонометрических уравнений?**
- **Можете ли вы пересказать материал урока однокурснику, пропустившему урок?**

## Домашнее задание.

**А. Н. Колмогоров «Алгебра и начала анализа»**

- **Повторить формулы решения простейших тригоно - метрических уравнений.**
- **Повторить основные приемы решения тригономет- рических уравнений.**
- **Повторить решение простейших тригонометрических неравенств.**
- **Выполнить упражнения *№ 163-165* .**

# Учебно-методическое обеспечение урока.

А. Н. Колмогоров «Алгебра и начала анализа»
Ш. А. Алимов «Алгебра и начала анализа»
А.Г. Мордкович «Алгебра и начала анализа».
А.Г. Мордкович «Сборник задач по алгебре и началам анализа».
http://pedsovet.su - шаблон презентации
http://ege-ok.ru/2012/01/24/reshenie-pokazatelnyih-uravneniy-zadanie-v5/
http://rudocs.exdat.com/docs/index-17520.html#788178
http://www.alleng.ru/edu/math1.htm
http://www.uchportal.ru/load/25-1-0-23602
http://karmanform.ucoz.ru/load/primenenie_informacionnykh_tekhnologij_na_urokakh_matematiki_v_1011_kh_klassakh/3-1-0-683