



*Подготовка
к ЕГЭ*

Прототипы задач ЕГЭ

Задача [Рабочая тетрадь «ЕГЭ 2012 по математике. Задачи В10»]

Монету бросают четыре раза. Найдите вероятность того, что решка не выпадет ни разу.

Решение

Снова выписываем все возможные комбинации орлов и решек:

OOOO OOOР OORO OORР OРОО OРОР OРРО OРРР
ROOO ROOR RORO RORР RРОО RРOR RРРО RРРР

Всего получилось $n = 16$ вариантов. Вроде, ничего не забыли. Из этих вариантов нас устраивает лишь комбинация «OOOO», в которой вообще нет решек. Следовательно,

$k = 1$. Осталось найти вероятность:

$$p = k/n = 1/16 = 0,0625$$

Как видите, в последней задаче пришлось выписывать 16 вариантов.

Вы уверены, что сможете выписать их без единой ошибки? Нет!

Поэтому давайте рассмотрим второй способ решения.

- Задача 367
- Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 50 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день 26 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жребием. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса.
- Решение
- Поскольку всего заявлено 50 выступлений, то $n = 50$. Теперь посмотрим, сколько выступлений состоится в каждый из дней конкурса. По условию, на первый день запланировано 26 выступлений. Значит, на другие дни останется $50 - 26 = 24$ выступления.
- Эти выступления распределены поровну между оставшимися 4 днями, т. е. на каждый день приходится по $24 : 4 = 6$ выступлений. Получаем следующее распределение по дням:
 - 26 выступлений;
 - 6 выступлений;
 - 6 выступлений;
 - 6 выступлений;
 - 6 выступлений.
- Нас интересует третий день, на который приходится 6 выступлений. Таким образом, $k = 6$. Находим вероятность: $p = k/n = 6/50 = 0,12$.
- Ответо,12

Прототип В10 № 282853

В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

Решение:

Количество исходов, при которых в результате броска игральных костей выпадет 8 очков, равно 5: $2+6$, $3+5$, $4+4$, $5+3$, $6+2$. Каждый из кубиков может выпасть шестью вариантами, поэтому общее число исходов равно $6 \cdot 6 = 36$. Следовательно, вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков, равна: $5/36=0,138888\dots$

Ответ: 0,14.

Прототип В10 № 282854

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

Решение:

Равновозможны 4 исхода эксперимента: орел-орел, орел-решка, решка-орел, решка-решка. Орел выпадает ровно один раз в двух случаях: орел-решка и решка-орел. Поэтому вероятность того, что орел выпадет ровно 1 раз, равна $2/4=0,5$

.Ответ: 0,5.

Прототип В10 № 282857 Фабрика выпускает сумки. В среднем на 100 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

Решение: По условию на каждые $100 + 8 = 108$ сумок приходится 100 качественных сумок. Значит, вероятность того, что купленная сумка окажется качественной, равна: $100/108=0,92592\dots$

Ответ: 0,93.

Прототип В10 № 285922 Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов — первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Решение:

За первые три дня будет прочитан 51 доклад, на последние два дня планируется 24 доклада. Поэтому на последний день запланировано 12 докладов. Значит, вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции, равна $12/75=0,16$

Ответ: 0,16.

- **Задание В10 № 286081**

- Конкурс исполнителей проводится в 4 дня. Всего заявлено 50 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день 26 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

- Решение:

- Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

На третий день запланировано выступлений. Значит, вероятность того, что выступление представителя из России окажется запланированным на третий день конкурса, равна

Ответ: 0,225.

- **Прототип В10 № 285923**

- Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений — по одному от каждой страны. В первый день 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

- Решение:

- На третий день запланировано выступлений. Значит, вероятность того, что выступление представителя из России окажется запланированным на третий день конкурса, равна

Ответ: 0,225.

-

Прототип В10 № 285925

Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России?

Решение:

В первом туре Руслан Орлов может сыграть с $26 - 1 = 25$ бадминтонистами, из которых 9 — из России. Значит вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России, равна

Ответ: 0,36.

Прототип В10 № 319353

Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Решение:

Вероятность того, что стекло куплено на первой фабрике и оно бракованное:
 $0,45 \cdot 0,03 = 0,0135$.

Вероятность того, что стекло куплено на второй фабрике и оно бракованное:
 $0,55 \cdot 0,01 = 0,0055$.

Поэтому по формуле полной вероятности вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным равна $0,0135 + 0,0055 = 0,019$.

Ответ: 0,019.

Прототип В10 № 319355

Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,52. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выигрывает оба раза.

Решение:

Возможность выиграть первую и вторую партию не зависят друг от друга. Вероятность произведения независимых событий равна произведению их вероятностей: $0,52 \cdot 0,3 = 0,156$. Ответ: 0,156.

Прототип В10 № 320172

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Решение:

Рассмотрим события

A = кофе закончится в первом автомате,

B = кофе закончится во втором автомате.

Тогда

$A \cdot B$ = кофе закончится в обоих автоматах,

$A + B$ = кофе закончится хотя бы в одном автомате.

По условию $P(A) = P(B) = 0,3$; $P(A \cdot B) = 0,12$.

События A и B совместные, вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = 0,3 + 0,3 - 0,12 = 0,48.$$

Следовательно, вероятность противоположного события, состоящего в том, что кофе останется в обоих автоматах, равна $1 - 0,48 = 0,52$. Ответ: 0,52.

Приведем другое решение.

Вероятность того, что кофе останется в первом автомате равна $1 - 0,3 = 0,7$. Вероятность того, что кофе останется во втором автомате равна $1 - 0,3 = 0,7$. Вероятность того, что кофе останется в первом или втором автомате равна $1 - 0,12 = 0,88$. Поскольку $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$, имеем: $0,88 = 0,7 + 0,7 - x$, откуда искомая вероятность $x = 0,52$.

Примечание.

Заметим, что события A и B не являются независимыми. Действительно, вероятность произведения независимых событий была бы равна произведению вероятностей этих событий: $P(A \cdot B) = 0,3 \cdot 0,3 = 0,09$, однако по условию эта вероятность равна 0,12.

Прототип В10 № 320170

В чемпионате мира участвуют 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4.

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется во второй группе?

Решение Вероятность того, что команда России окажется во второй группе, равна отношению количества карточек с номером 2, к общему числу карточек. Тем самым, она равна $4/16=0,25$

Ответ: 0,25.

Прототип В10 № 320171

На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Решение: Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий: $0,2 + 0,15 = 0,35$.

Ответ: 0,35.

Прототип В10 № 320174 В магазине стоят два платёжных автомата.

Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Решение:

Найдем вероятность того, что неисправны оба автомата. Эти события независимые, вероятность их произведения равна произведению вероятностей этих событий: $0,05 \cdot 0,05 = 0,0025$.

Событие, состоящее в том, что исправен хотя бы один автомат, противоположное. Следовательно, его вероятность равна $1 - 0,0025 = 0,9975$. Ответ: 0,9975.

Приведем другое решение.

Вероятность того, что исправен первый автомат (событие А) равна 0,95. Вероятность того, что исправен второй автомат (событие В) равна 0,95. Это совместные независимые события. Вероятность их произведения равна произведению вероятностей этих событий, а вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения. Имеем:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B) = 0,95 + 0,95 - 0,95 \cdot 0,95 = 0,9975.$$

Прототип В10 № 320173 Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

Решение:

Поскольку биатлонист попадает в мишени с вероятностью 0,8, он промахивается с вероятностью $1 - 0,8 = 0,2$.

События попасть или промахнуться при каждом выстреле независимы, вероятность произведения независимых событий равна произведению их вероятностей. Тем самым, вероятность события «попал, попал, попал, промахнулся, промахнулся» равна $0,8 * 0,8 * 0,8 * 0,2 * 0,2 = 0,02048$

Ответ: 0,02.

Прототип В10 № 320175 Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Решение: Найдём вероятность того, что перегорят обе лампы. Эти события независимые, вероятность их произведения равно произведению вероятностей этих событий: $0,3 \cdot 0,3 = 0,09$.

Событие, состоящее в том, что не перегорит хотя бы одна лампа, противоположное. Следовательно, его вероятность равна $1 - 0,09 = 0,91$.

Ответ: 0,91.

Прототип В10 № 320176 Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Решение: Пусть A = «чайник прослужит больше года, но меньше двух лет», B = «чайник прослужит больше двух лет», тогда $A + B$ = «чайник прослужит больше года».

События A и B совместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения. Вероятность произведения этих событий, состоящего в том, что чайник выйдет из строя ровно через два года — строго в тот же день, час и секунду — равна нулю. Тогда:

$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = P(A) + P(B)$,
откуда, используя данные из условия, получаем

$$0,97 = P(A) + 0,89.$$

Тем самым, для искомой вероятности имеем:

$$P(A) = 0,97 - 0,89 = 0,08.$$

Ответ: 0,08.

Прототип В10 № 320183 Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.

Решение: Обозначим «1» ту сторону монеты, которая отвечает за выигрыш жребия «Физиком», другую сторону монеты обозначим «0». Тогда благоприятных комбинаций три: 110, 101, 011, а всего комбинаций $2^3 = 8$: 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111. Тем самым, искомая вероятность равна:

Ответ: 0,375.

Прототип В10 № 320184 Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию « $A = \text{сумма очков равна } 5$ »?

Решение: Сумма очков может быть равна 5 в четырех случаях: «3 + 2», «2 + 3», «1 + 4», «4 + 1».

Ответ: 4.

Прототип В10 № 320180 Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

Решение: Джон промахнется, если схватит пристрелянный револьвер и промахнется из него, или если схватит непристрелянный револьвер и промахнется из него. По формуле условной вероятности, вероятности этих событий равны соответственно $0,4 \cdot (1 - 0,9) = 0,04$ и $0,6 \cdot (1 - 0,2) = 0,48$. Эти события несовместны, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий: $0,04 + 0,48 = 0,52$.

Ответ: 0,52.

Приведем другое решение. Джон попадает в муху, если схватит пристрелянный револьвер и попадет из него, или если схватит непристрелянный револьвер и попадает из него. По формуле условной вероятности, вероятности этих событий равны соответственно $0,4 \cdot 0,9 = 0,36$ и $0,6 \cdot 0,2 = 0,12$. Эти события несовместны, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий: $0,36 + 0,12 = 0,48$. Событие, состоящее в том, что Джон промахнется, противоположное. Его вероятность равна $1 - 0,48 = 0,52$.

Прототип В10 № 320181 В группе туристов 5 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село за продуктами. Турист А. хотел бы сходить в магазин, но он подчиняется жребию. Какова вероятность того, что А. пойдёт в магазин?

Решение: Всего туристов пять, случайным образом из них выбирают двоих. Вероятность быть выбранным равна $2 : 5 = 0,4$.

Ответ: 0,4.

Прототип В10 № 320185 В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что в первый раз выпадает орёл, а во второй — решка.

Решение: Всего возможных исходов — четыре: орел-орел, орел-решка, решка-орел, решка-решка. Благоприятным является один: орел-решка. Следовательно, искомая вероятность равна $1 : 4 = 0,25$.

Ответ: 0,25.

Прототип В10 № 320186 На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Дании будет выступать после группы из Швеции и после группы из Норвегии? Результат округлите до сотых.

Решение: Общее количество выступающих на фестивале групп для ответа на вопрос неважно. Сколько бы их ни было, для указанных стран есть 6 способов взаимного расположения среди выступающих (Д — Дания, Ш — Швеция, Н — Норвегия):

...Д...Ш...Н..., ...Д...Н...Ш..., ...Ш...Н...Д..., ...Ш...Д...Н..., ...Н...Д...Ш..., ...Н...Ш...Д...

Дания находится после Швеции и Норвегии в двух случаях. Поэтому вероятность того, что группы случайным образом будут распределены именно так, равна $1/3=0,333\dots$

Ответ: 0,33.

Прототип В10 № 320178 На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет чётной?

Решение: На клавиатуре телефона 10 цифр, из них 5 четных: 0, 2, 4, 6, 8. Поэтому вероятность того, что случайно будет нажата четная цифра равна $5 : 10 = 0,5$.

Ответ: 0,5.

Прототип В10 № 320179 Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 10 до 19 делится на три?

Решение: Натуральных чисел от 10 до 19 десять, из них на три делятся три числа: 12, 15, 18. Следовательно, искомая вероятность равна $3:10 = 0,3$.

Ответ: 0,3.

Прототип В10 № 320188 Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

Решение: Команда может получить не меньше 4 очков в двух играх тремя способами: 3+1, 1+3, 3+3. Эти события несовместны, вероятность их суммы равна сумме их вероятностей. Каждое из этих событий представляет собой произведение двух независимых событий — результата в первой и во второй игре. Отсюда имеем: $p(3+1)+p(1+3)+p(3+3)=p(3)*p(1)+p(1)*p(3)+p(3)*p(3)=0,4*0,2+0,2*0,4+0,4*0,4=0,08+0,08+0,16=0,32$
Ответ: 0,32.

Прототип В10 № 320189 В некотором городе из 5000 появившихся на свет младенцев 2512 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе. Результат округлите до тысячных.

Решение: Из 5000 тысяч новорожденных $5000 - 2512 = 2488$ девочек. Поэтому частота рождения девочек равна $2488/5000=0,4976$
Ответ: 0,498.

Прототип В10 № 320190 На борту самолёта 12 мест рядом с запасными выходами и 18 мест за перегородками, разделяющими салоны. Остальные места неудобны для пассажира высокого роста. Пассажир В. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру В. достанется удобное место, если всего в самолёте 300 мест.

Решение: В самолете $12 + 18 = 30$ мест удобны пассажиру В., а всего в самолете 300 мест. Поэтому вероятность того, что пассажиру В. достанется удобное место равна $30 : 300 = 0,1$.
Ответ: 0,1.

Прототип В10 № 320198 Вероятность того, что на тесте по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. верно решит ровно 11 задач.

Решение: Рассмотрим события $A = \text{«учащийся решит 11 задач»}$ и $B = \text{«учащийся решит больше 11 задач»}$. Их сумма — событие $A + B = \text{«учащийся решит больше 10 задач»}$. События A и B несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий: $P(A + B) = P(A) + P(B)$.

Тогда, используя данные задачи, получаем: $0,74 = P(A) + 0,67$, откуда $P(A) = 0,74 - 0,67 = 0,07$.

Ответ: 0,07.

Прототип В10 № 320200 На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Результат округлите до тысячных.

Решение: Пусть завод произвел n тарелок. В продажу поступят все качественные тарелки и 20% невыявленных дефектных тарелок: $0,9n$ тарелок. Поскольку качественных из них $0,9n$, вероятность купить качественную тарелку равна $0,9n/0,92n = 90/92 = 0,978\dots$
Ответ: 0,978.

Прототип В10 № 320201 В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Решение: Вероятность произведения независимых событий равна произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность того, что все три продавца заняты равна $(0,3)^3 = 0,027$
Ответ: 0,027.

Прототип В10 № 320199 Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание. Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 70 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку — 0,8, по иностранному языку — 0,7 и по обществознанию — 0,5. Найдите вероятность того, что З. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

Решение: Для того, чтобы поступить хоть куда-нибудь, З. нужно сдать и русский, и математику как минимум на 70 баллов, а помимо этого еще сдать иностранный язык или обществознание не менее, чем на 70 баллов. Пусть A , B , C и D — это события, в которых З. сдает соответственно математику, русский, иностранный и обществознание не менее, чем на 70 баллов. Тогда поскольку $P(C+D)=P(C)+P(D)-P(C*D)$ для вероятности поступления имеем: $P(AB(C+D))=P(A)*P(B)*P(C+D)=P(A)*P(B)*(P(C)+P(D)-P(C)*P(D))=0,6*0,8*(0,7+0,5-0,7*0,5)=0,408$

Ответ: 0,408

Прототип В10 № 320192 В классе 26 человек, среди них два близнеца — Андрей и Сергей. Класс случайным образом делят на две группы по 13 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в одной группе.

Решение: Пусть один из близнецов находится в некоторой группе. Вместе с ним в группе может оказаться 12 человек из 25 оставшихся одноклассников. Вероятность этого события равна $12 : 25 = 0,48$.

Ответ: 0,48

Прототип В10 № 320195 Вероятность того, что новый DVD-проигрыватель в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,045. В некотором городе из 1000 проданных DVD-проигрывателей в течение года в гарантийную мастерскую поступила 51 штука. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

Решение: Частота (относительная частота) события «гарантийный ремонт» равна $51 : 1000 = 0,051$. Она отличается от предсказанной вероятности на 0,006.

Ответ: 0,006.

Прототип В10 № 320196 При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного меньше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм.

Решение: По условию, диаметр подшипника будет лежать в пределах от 66,99 до 67,01 мм с вероятностью 0,965. Поэтому искомая вероятность противоположного события равна $1 - 0,965 = 0,035$.

Ответ: 0,035.

Прототип В10 № 320201 В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Решение: Вероятность произведения независимых событий равна произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность того, что все три продавца заняты равна $0,3 * 0,3 * 0,3 = 0,027$

Ответ: 0,027.

Прототип В10 № 320203 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19.

Решение: Рассмотрим события $A = \text{«в автобусе меньше 15 пассажиров»}$ и $B = \text{«в автобусе от 15 до 19 пассажиров»}$. Их сумма — событие $A + B = \text{«в автобусе меньше 20 пассажиров»}$. События A и B несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Тогда, используя данные задачи, получаем: $0,94 = 0,56 + P(B)$, откуда $P(B) = 0,94 - 0,56 = 0,38$.

Ответ: 0,38.

Прототип В10 № 320205 Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Статор» по очереди играет с командами «Ротор», «Мотор» и «Стартер». Найдите вероятность того, что «Статор» будет начинать только первую и последнюю игры.

Решение: Требуется найти вероятность произведения трех событий: «Статор» начинает первую игру, не начинает вторую игру, начинает третью игру. Вероятность произведения независимых событий равна произведению вероятностей этих событий. Вероятность каждого из них равна 0,5, откуда находим: $0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,125$.
Ответ: 0,125.

Прототип В10 № 320206 В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 3 июля, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 июля в Волшебной стране будет отличная погода.

Решение: Для погоды на 4, 5 и 6 июля есть 4 варианта: ХХО, ХОО, ОХО, ООО (здесь Х — хорошая, О — отличная погода). Найдем вероятности наступления такой погоды:

$$P(\text{ХХО}) = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 = 0,128;$$

$$P(\text{ХОО}) = 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,8 = 0,128;$$

$$P(\text{ОХО}) = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,008;$$

$$P(\text{ООО}) = 0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,8 = 0,128.$$

Указанные события несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(\text{ХХО}) + P(\text{ХОО}) + P(\text{ОХО}) + P(\text{ООО}) = 0,128 + 0,128 + 0,008 + 0,128 = 0,392.$$

Ответ: 0,392.

Прототип В10 № 320209 Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали ходить. Найдите вероятность того, что часовая стрелка застыла, достигнув отметки 10, но не дойдя до отметки 1 час.

Решение: На циферблате между десятью часами и одним часом три часовых деления. Всего на циферблате 12 часовых делений. Поэтому искомая вероятность равна: $3/12=0,25$
Ответ: 0,25.

Прототип В10 № 320210 Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

Решение: Вероятность того, что батарейка исправна, равна 0,94. Вероятность произведения независимых событий (обе батарейки окажутся исправными) равна произведению вероятностей этих событий: $0,94 \cdot 0,94 = 0,8836$.
Ответ: 0,8836.

Прототип В10 № 320211 Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная из упаковки батарейка будет забракована.

Решение: Ситуация, при которой батарейка будет забракована, может сложиться в результате событий: A = батарейка действительно неисправна и забракована справедливо или B = батарейка исправна, но по ошибке забракована. Это несовместные события, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий. Имеем:

$$P(A+B)=P(A)+P(B)=0,02*0,99+0,98*0,01=0,0198+0,0098=0,0296$$

Ответ: 0,0296.

Прототип В10 № 500037 Проводится жеребьёвка Лиги Чемпионов. На первом этапе жеребьёвки восемь команд, среди которых команда «Барселона», распределены случайным образом по восьми игровым группам — по одной команде в группу. Затем по этим же группам случайным образом распределяются еще восемь команд, среди которых команда «Зенит». Найдите вероятность того, что команды «Барселона» и «Зенит» окажутся в одной игровой группе.

Решение: По результатам первой жеребьёвки команда «Барселона» находится в одной из 8 групп. Вероятность того, что команда «Зенит» окажется в той же игровой группе равна одной восьмой.
Ответ: 0,125.

Прототип В10 № 500998 В кармане у Пети было 2 монеты по 5 рублей и 4 монеты по 10 рублей. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты лежат теперь в разных карманах.

Решение: Чтобы пятирублевые монеты оказались в разных карманах, Петя должен взять из кармана одну пятирублевую и две десятирублевые монеты. Это можно сделать тремя способами: 5, 10, 10; 10, 5, 10 или 10, 10, 5. Эти события несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий: $2/6 * 4/5 * 3/4 + 4/6 * 2/5 * 3/4 + 4/6 * 3/6 * 2/4 = 3/5$

Другое рассуждение.

Вероятность того, что Петя взял пятирублевую монету, затем десятирублевую, и затем еще одну десятирублевую (в указанном порядке) равна $2/6 * 4/5 * 3/4 = 1/5 = 0,2$

Поскольку Петя мог достать пятирублевую монету не только первой, но и второй или третьей, вероятность достать набор из одной пятирублевой и двух десятирублевых монет в 3 раза больше. Тем самым, она равна 0,6.

Ответ: 0,6.

Прототип В10 № 501001 В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно два раза.

Решение: Возможны три варианта: орел-орел-решка, орел-решка-орел, решка-орел-орел. Эти события несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий: $1/2 * 1/2 * 1/2 + 1/2 * 1/2 * 1/2 + 1/2 * 1/2 * 1/2 = 0,375$

Приведем другое решение.

Можно перечислить все возможные случаи бросания монетки (О — орел, Р — решка): ООО, ООР, ОРО, ОРР, РОО, РОР, РРО, РРР и найти, в скольких из них орел выпал ровно два раза: ООР, ОРО, РОО. Тем самым, вероятность выпадения орла дважды равна $3 : 8 = 0,375$. (Этот подход затруднителен в случае большого числа бросаний монетки.)