

# Диагностика и развитие мышления школьников на уроках математики

Составитель Тихвинская А. В., преподаватель кафедры  
математического образования НИПКиПРО

УЧИТЬ надобно  
НЕ МЫСЛЯМ,  
а МЫСЛИТЬ...

И. Кант

# Мышление

Творческий,  
познавательный процесс,  
обобщенно и опосредованно  
отражающий отношения  
предметов и явлений,  
законы объективного мира

# Мыслительные операции

- Анализ
- Синтез
- Сравнение
- Абстрагирование
- Обобщение

# Виды мышление, выделенные по различным основаниям

## По форме

- Наглядно-действенное
- Наглядно-образное
- абстрактно-логическое

## По характеру решаемых задач

- Теоретическое
- Практическое

## По степени развернутости

- Дискурсивное
- Интуитивное

## По степени новизны и оригинальности

- Репродуктивное
- Продуктивное

# Важнейшие характеристики ума

- Самостоятельность мышления
- Критичность мышления
- Глубина мысли
- Гибкость мысли
- Пытливость ума

# Схема формирования типов мышления в зависимости от характера обучения

Тип обучения	Характер умственных операций	Тип мышления
Алгоритмическое	Точное копирование учителя и учебника	Репродуктивное мышление
Описательно-объяснительное	Полусамостоятельное осмысливание, преобразование и усвоение учебного материала	Полусамостоятельное репродуктивно-вариативное
Проблемно-поисковое	Самостоятельное синтезирование новых понятий из элементов имеющихся знаний	Самостоятельное творческое (продуктивное) мышление

## Левое полушарие

## Правое полушарие

### Общая характеристика

-Определение – отражение существенных признаков и приведение их к общему  
- Результат мышления – понятия

Отражение общего с его составляющими элементами существенного.  
Результат мышления – конкретный образ, характеризующий понятия.

### Виды мышления

**-Словесно-логическое** мышление (опора на понятия, выходящие за пределы чувственного представления):

1. решение задач по математике
  2. решение задач по физике
  3. решение задач по химии
- и др. предметам с использованием абстрактных понятий.

-Поиск многовариантных выражений и выводов  
-Максимальная самостоятельность учащихся: подсказывать только общее направления в моменты «разрывов». Стимулирование собственных способов решения задачи.

-Продуктивное мышление

**-Конкретно-действенное**, непосредственно включенное в практику:

1. подбор предметов туалета
2. расстановка мебели в комнате.

**-Наглядно-образное** мышление с опорой на образы восприятия (думаю, вижу, чувствую, переживаю) изучение дробей используя яблоко и т. д.

-Выражение одной и той же мысли разными способами:

1. задавать вопросы по - разному
2. отвечать по- разному
3. учить переводу мыслей с одного «языка» на другой. Например, из словесной формы в знаковую.

-Сочетание логической и образной сторон содержания учебного материала, от рисунка, макета, образа переходить к словам.

-Опирается на интуицию, развивать догадку,

## Левое

## Правое

### Основные характеристики мыслительных способов

-**Глубина ума** – выделение существенных признаков, причин, явлений, высокий уровень их обобщенности.

-**Гибкость ума** – изменчивость мышления в соответствии с меняющейся ситуацией

-**Осознанность ума** – умение найти не только результат, но и способ его достижения

-**Обучаемость** высокая

Представление о собственных мыслительных способностях

- в подавляющем большинстве адекватное «умный», уверенное «могу»

-Склонен к напряженной мысли

-Имеет навыки и умения выделить главное, существенное, внешнее, единичное, случайное

-Пытается, ищет и находит разные решения учебной задачи

-Анализирует свои ошибки

-Осознает способ и метод решения

-Критически оценивает мысли товарищей

-Стремится сам преодолеть трудности

-Стремится понять логику изложения, фиксирует выводы, связывает новое содержание с уже усвоенным

-«**Поверхностный ум**» - выделение внешних случайных связей, низкий уровень обобщения

-**Инертность** ума – склонность к шаблону, привычным ходам мыслей

-**Неосознанность** ума – неумение объяснить как получается результат (получилось и ладно)

Представление о собственных мыслительных способностях

-в подавляющем большинстве занижено – «глупый», «не всегда могу», растерянность, «не люблю геометрию, алгебру», «выучил, знаю, но не могу пересказать» и т. д.

-К напряжению мысли не склонен. Нет навыка что значит напрягаться

-Не имеет навыков, с трудом их формирует

-Не пытается и не желает искать разные решения учебной задачи

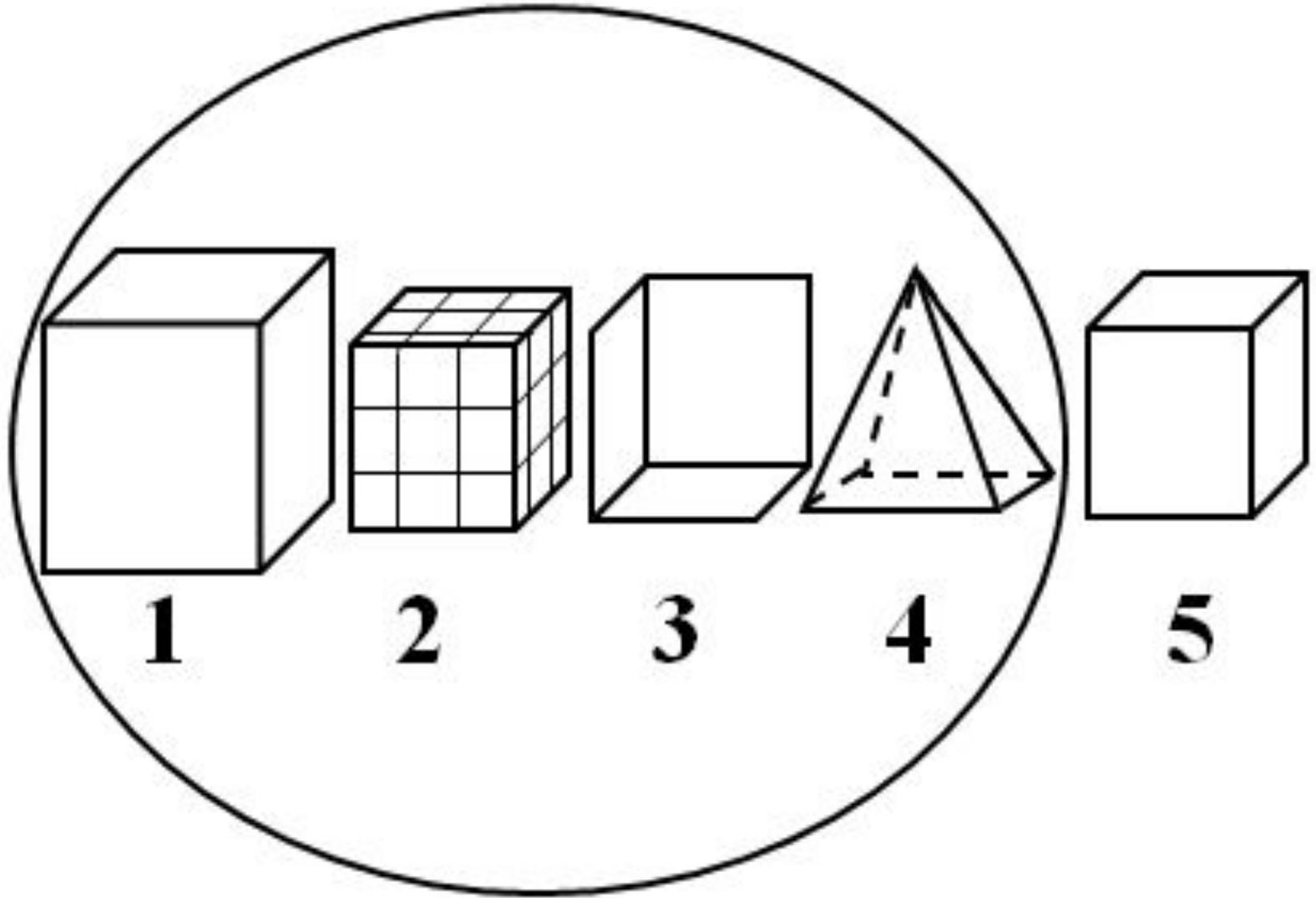
-Склонен выполнять задания по шаблону

-Радуетя ответу, не понимает сущность ответа

-Безразличие к мыслям товарищей

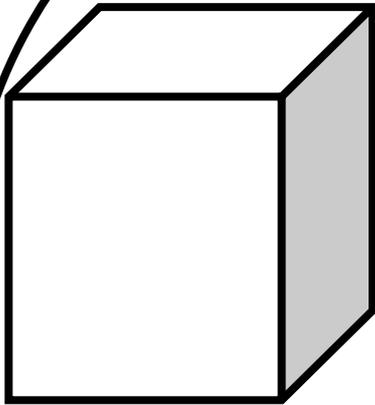
-При возникновении трудностей желает детализированной помощи

-Просто стремиться запомнить то, что рассказывают

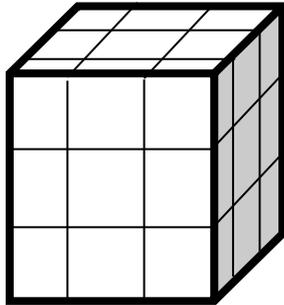


1. Порядковисты

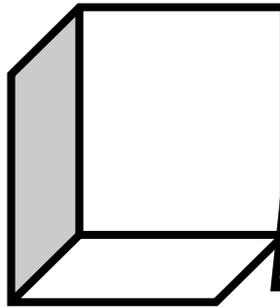
2. Алгебраисты



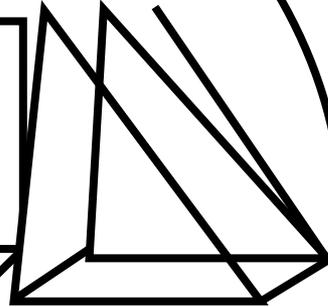
1



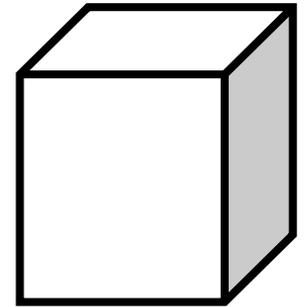
2



3



4



5

3. Проективисты

4. Метристы

5. Топологи

Как усваивается школьниками в зависимости от доминантного кластера понятие  
«алгебраическое выражение»

«**Тополог**» «Алгебраическим называется выражение, *включающее* в себя числа и буквы, *связанные* знаками действий»

«**Проективист**» «Алгебраическим называется выражение *подобное*, например, предложению в русском языке: как в языке задаются соответствующие слова, знаки препинания, *так* и в алгебраическом выражении заданы числа, буквы и знаки действий между ними»

«**Порядковец**» «Алгебраическим можно назвать выражение , в котором числа и буквы *взаимодействуют* друг с другом по конкретным *правилам*, строго определяемым *законами*, зафиксированными знаками математических действий»

«**Метрист**» «Алгебраическое выражение представляет собою определенное *количество* букв, чисел и знаков действий (то, что можно записать с помощью одной или нескольких букв, чисел и знаков действий). При этом заменяя буквы числами, всегда можно найти его конкретное *числовое значение*»

«**Алгебраист**» «Алгебраическое выражение *состоит* из чисел, букв и знаков действий»

Пример: Сравнить обыкновенные дроби  
 $\frac{2}{3}$  и  $\frac{3}{4}$ .

## 1. Порядковисты

Уравнивают знаменатели и сравнивают  
числители:

$$\frac{2}{3} = \frac{3}{12}; \frac{3}{4} = \frac{9}{12} \Rightarrow \frac{3}{12} < \frac{9}{12} \Rightarrow \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$$

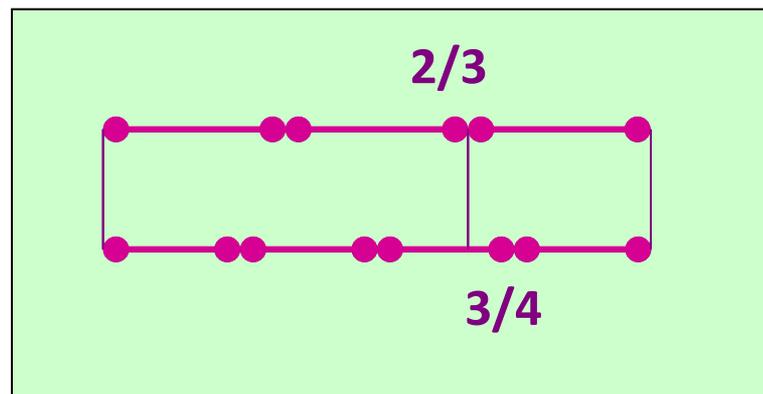
## 2. Алгебраисты

Дополняют каждую дробь до целого (до 1):

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1; \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1; \frac{1}{3} > \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$$

### 3. Проективисты

Располагают друг под другом два параллельных отрезка, проецируют один на другой и сравнивают по длине:

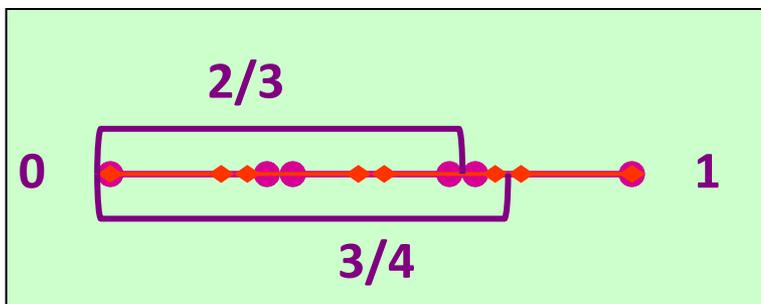


### 4. Метристы

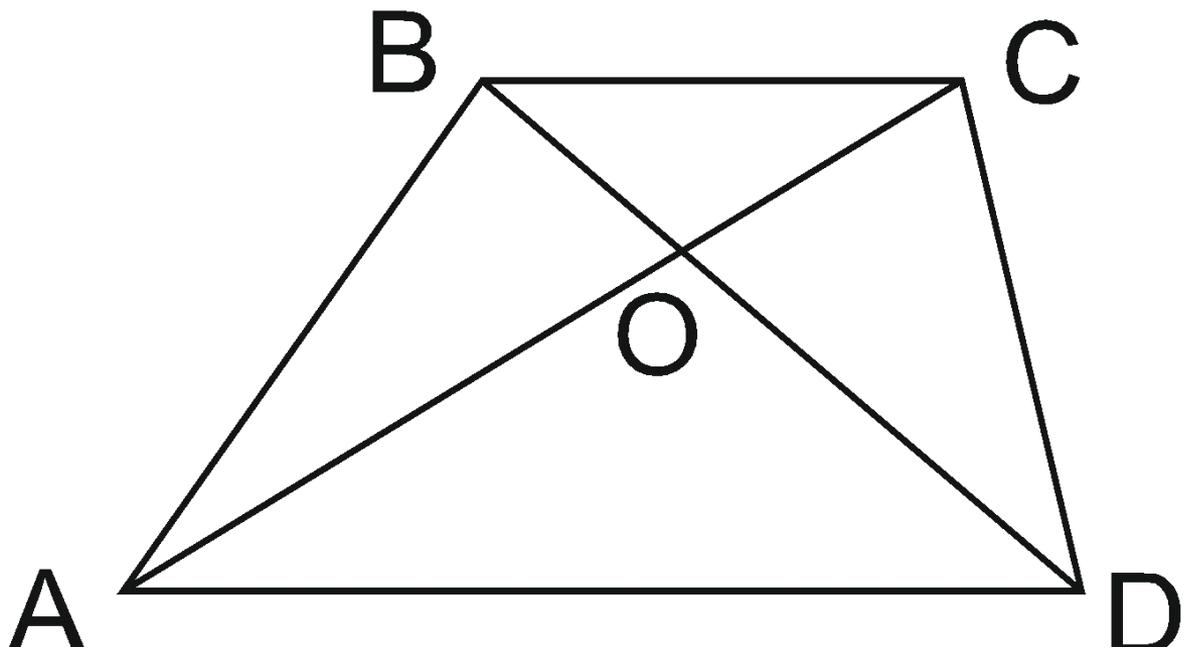
Работают с числами, составляют пропорции:

$$\frac{2}{3} \text{ и } \frac{3}{4}; 2 \cdot 4 < 3 \cdot 3 \Rightarrow \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$$

### 5. Топологи

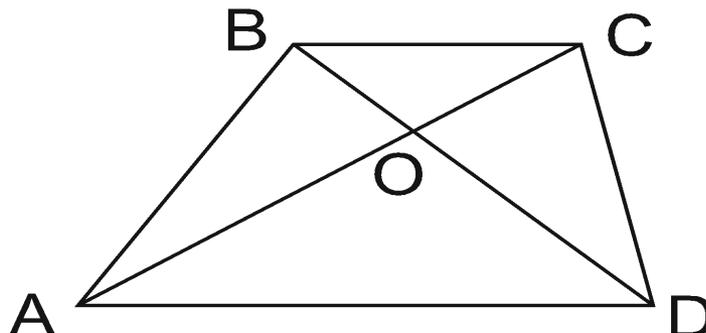


Строят единичный отрезок, делят его на 3 и 4 части и сравнивают отрезки длиной  $\frac{2}{3}$  и  $\frac{3}{4}$ .



Доказать, что площади треугольников, прилежащих к боковым сторонам, равновелики.

## Топологическая подструктура

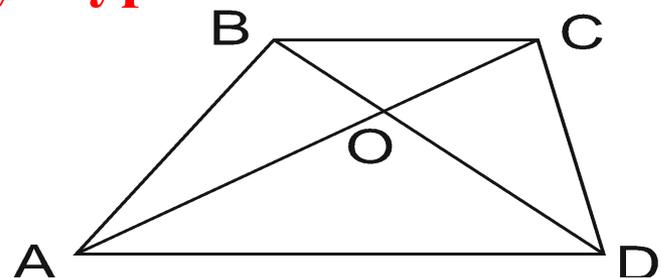


Акцент на использовании **принадлежности одних треугольников другим**, а именно: «Не видите ли вы треугольник, в который включается  $\triangle ABO$  и  $\triangle CDO$ ?»

Если первая подсказка не помогла, можно предложить другие: «Площади каких фигур включают в себя площади  $\triangle ABD$  и  $\triangle ACD$ ?» И т.п.

Выстраивают доказательство, опираясь на принадлежность одних треугольников другим: Рассмотрим  $\triangle ABD$  и  $\triangle ACD$ . У них общее основание  $AD$  и равные высоты, проведенные к этим основаниям. Отсюда  $S_{ABD} = S_{ACD}$   $S_{ABO} = S_{ABD} - S_{AOD} = S_{ACD} - S_{AOD} = S_{COD}$

## Порядковая подструктура



Ориентируются на такие отношения как «больше – меньше», «равно», любят действовать последовательно. П

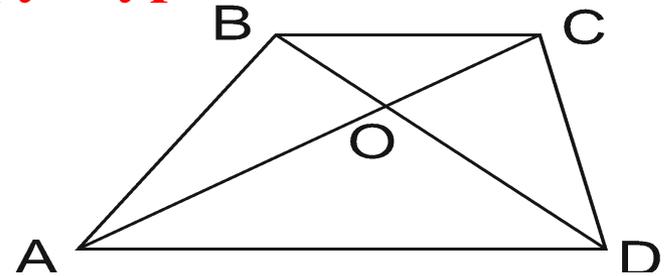
Подсказки: «Диагонали разбили трапецию на несколько треугольников. Установите последовательность величин площадей от большего к меньшему. Есть ли среди них треугольники с равными величинами площадей?»

Попробуйте последовательно заменять площадь трапеции суммой площадей больших треугольников, их, в свою очередь, суммой площадей маленьких треугольников.»

$S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD}$ , но  $S_{ACD} = S_{ABD}$ , значит  $S_{ABCD} = S_{ACD} + S_{BCD}$ . Далее. Последовательно заменяя площади больших треугольников площадями более маленьких, их составляющих, они получают:

$$S_{ABO} + S_{BCO} + S_{COD} + S_{AOD} = (S_{AOD} + S_{COD}) + (S_{BOC} + S_{COD}), \text{ откуда } S_{ABO} = S_{COD}.$$

## Метрическая подструктура

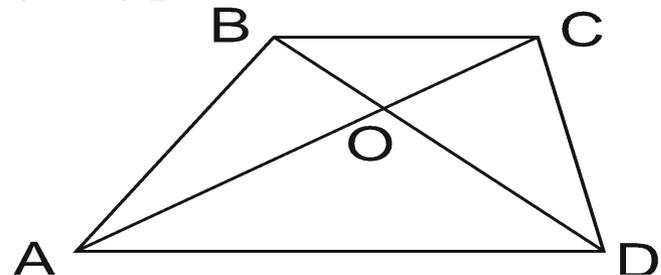


Акцентируют внимание на количественных преобразованиях, определяют конкретные числовые значения.

Подсказка группе «метристов»: по известной формуле  $S_{\Delta} = 1/2 * a * b * \sin \alpha$  вычислите площади  $\Delta ABO$  и  $\Delta COD$ , используя подобие  $\Delta BOC$  и  $\Delta AOD$ .

Решение «метристов»:  $\Delta AOD \sim \Delta BOC \Rightarrow BO/DO = CO/AO$   
 $\Rightarrow AO * BO = CO * OD \Rightarrow 1/2 * AO * BO * \sin \alpha = 1/2 * CO * OD * \sin \alpha \Rightarrow S_{AOB} = S_{COD}$ .

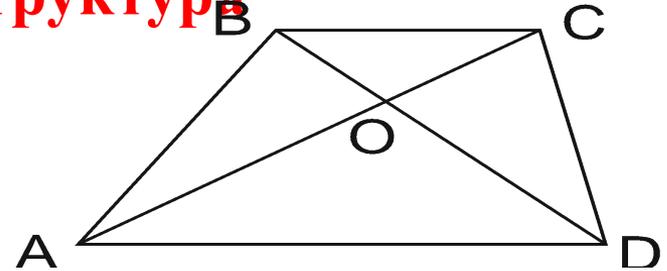
## Проективная подструктура



Позволяет изучать математический объект путем установления соответствия между этим объектом и его различными проекциями. Очевидной и полезной будет подсказка, предлагающая заменить («спроецировать») треугольники на одну из сторон — отрезки диагоналей трапеции. Заменить отношение площадей треугольников с одинаковыми высотами ( $\triangle ABO$  и  $\triangle BOC$ ,  $\triangle BOC$  и  $\triangle OCD$ ) отношением оснований.

Рассмотрим  $\triangle ABO$  и  $\triangle BOC$ . Для них можно записать:  $S_{ABO} = \frac{1}{2} \cdot AO \cdot h$ ,  $S_{BOC} = \frac{1}{2} \cdot CO \cdot h$ , откуда следует, что  $S_{ABO} / S_{BOC} = AO / OC$ . Аналогично получаем равенство:  $S_{COD} / S_{BCO} = DO / OB$ , а из подобия  $\triangle BOC$  и  $\triangle AOD$  следует, что  $AO / OC = DO / OB$ , значит  $S_{ABO} / S_{BOC} = S_{COD} / S_{BCO}$ , откуда  $S_{ABO} = S_{COD}$ .

## Алгебраическая подструктура



Позволяет осуществлять не только прямые, но и обратные операции, легко переключаться с прямых действий на противоположные, заменять несколько операций одной, вычленять части и собирать их в единое целое и т. д.

Поэтому эффективной подсказкой учителя будет использовать метод от противного.

Допустим, что  $S_{ABO} \neq S_{CDO}$ , тогда  $S_{ABD} \neq S_{ACD} \Rightarrow BC$  не параллельно  $AD$ , получили противоречие тому, что  $ABCD$  трапеция. Значит, допущение неверно и  $S_{ABO} = S_{CDO}$ .

## Заключительный этап урока

Каждая группа выступает со своим доказательством .

**ВАЖНО!** Лишь после того, как школьник усвоил решение адекватное своему кластеру, он способен осознанно и неформально овладеть иными способами решения, базирующимися на других подструктурах математического мышления

## Методика «Исследование гибкости мышления»

Позволяет определить вариативность подходов, гипотез, исходных данных, точек зрения, операций, вовлекаемых в процесс мыслительной деятельности.

Время выполнения 3 минуты.

ИВО	ЯОДЛ	АИЦПТ	УАРДБЖ	ОАЕФМРС
ИЛА	РУОТ	УАРГШ	УАККЖР	АИККРПС
АБЛ	ЕНОБ	ООСВЛ	ООАРБД	ОАИДМНЛ
АШР	АУКЛ	ОАЛМС	ААККЗС	ЕЕЪВДДМ
ОЗВ	ИАПЛ	БРЕОР	УАЪБДС	ЕЕДПМТР
УКБ	ААПЛ	ОТМШР	АИСЛПК	ОАЪТДРС
ИРМ	ОРЩБ	ОЕЛСВ	ЕУЗНКЦ	АААЛТПК
ОТМ	ОЕТЛ	ААШЛП	УАПРГП	ОАЕМЛСТ
АСД	ОЕРМ	ОЕСМТ	ОООЛТЗ	ААЪБДЕС
ОБЛ	ОКТС	АИЛДН	ЪОЕУЛМ	ААОСКБЛ

Уровень гибкости мышления	Взрослые
ВЫСОКИЙ	26 и более
СРЕДНИЙ	21-25
НИЗКИЙ	11-20

## *Тест Липмана «Логические закономерности»*

1. 2, 3, 4, 5, 6, 7
2. 6, 9, 12, 15, 18, 21
3. 1, 2, 4, 8, 16, 32
4. 4, 5, 8, 9, 12, 13
5. 19, 16, 14, 11, 9, 6
6. 29, 28, 26, 23, 19, 14
7. 16; 8; 4; 2; 1; 0,5
8. 1; 4; 9; 16; 25; 36
9. 21; 18; 16; 15; 12; 10
10. 3; 6; 8; 16; 18; 36

1. 8, 9
2. 24, 27
3. 64, 128
4. 16, 17
5. 8, 1
6. 0,25, 0,125
7. 49, 64
8. 9, 6
9. 38, 76

Время выполнения	Кол-во ошибок	Уровень развития логического мышления
2 мин. ,и менее	0	Очень высокий
2 мин. 10 с-4 мин.30 с.	0	Хороший, выше чем у большинства
4 мин. 35 с-9 мин.50 с	0	Хорошая норма большинства людей
4 мин. 35 с-9 мин.50 с	1	Средняя норма
2 мин. 10 с-4 мин.30 с.	2-3	Низкая норма
2 мин. 10 с-15 мин.	4-5	Ниже среднего уровня
10 мин-15 мин	0-3	Низкая скорость мышления
Более 16 мин	Более 5	Дефект логического мышления

# Методика «Закономерности числового ряда»

Методика оценивает логический аспект мышления. Время выполнения 5 минут.

1) 24 21 19 18 15 13 \_ \_ 7

2) 1 4 9 16 \_ \_ 49 64 81 100

3) 16 17 15 18 14 19 \_ \_

4) 1 3 6 8 16 18 \_ \_ 76 78

5) 7 16 9 5 21 16 9 \_ \_ 1

6) 2 4 8 10 20 22 \_ \_ 92 94

7) 24 22 19 15 \_ \_

# Методика «Исключение понятий»

Методика предназначена для исследования способности к классификации и анализу.

Задание - найти лишнее слово в каждом ряду. Время выполнения 3 минуты.

1. Василий, Федор, Семен, Иванов, Петр.
2. Дряхлый, маленький, старый, изношенный, ветхий
3. Скоро, быстро, поспешно, постепенно, торопливо
4. Лист, почва, кора, чешуя, сук
5. Ненавидеть, презирать, негодовать, возмущаться, понимать
6. Темный, светлый, голубой, яркий, тусклый
7. Гнездо, нора, курятник, сторожка, берлога
8. Неудача, волнение, поражение, провал, крах
9. Успех, удача, выигрыш, спокойствие, неудача
10. Грабеж, кража, землетрясение, поджог, нападение
11. Молоко, сметана, сыр, сало, простокваша
12. Глубокий, низкий, светлый, высокий, длинный
13. Хата, шалаш, дым, хлев, будка
14. Береза, сосна, дуб, ель, сирень
15. Секунда, час, год, вечер, неделя
16. Смелый, храбрый, решительный, злой, отважный
17. Карандаш, ручка, рейсфедер, фломастер, чернила

# Методика «Выделение общих понятий»

Цель - определить умение обобщать, анализировать, классифицировать.

1. Сад (растения, садовник, собака, забор, земля)
2. Река (берег, рыба, рыболов, тина, вода)
3. Город (автомобиль, здание, толпа, улица, велосипед)
4. Сарай (сеновал, лошадь, крыша, скот, стены)
5. Куб (углы, чертеж, сторона, камень, дерево)
6. Деление (класс, делимое, карандаш, делитель, бумага)
7. Кольцо (диаметр, алмаз, проба, округлость, печать)
8. Чтение (глава, книга, печать, картина, слово)
9. Газета (правда, приложение, телеграммы, бумага, редактор)
10. Игра (карты, игроки, штрафы, наказания, правила)

11. Война (самолеты, пушки, сражения, ружья, солдаты)
12. Пение (звон, искусство, голос, аплодисменты, мелодия)
13. Землетрясение (пожар, смерть, колебания почвы, шум, наполнение)
14. Библиотека (город, книги, лекция, музыка, читатели)
15. Лес (лист, яблоня, дерево, охотник, волк)
16. Спорт (медаль, оркестр, состязание, победа, стадион)
17. Больница (помещение, сад, враг, радио, больные)
18. Любовь ( розы, чувство, человек, город, природа)
19. Патриотизм (город, друзья, родина, семья, человек)

## Оценка по 9-ти балльной шкале

Оценка в баллах	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Количество правильных ответов	18	17	16	14-15	12-13	10-11	8-9	6-7	5

# Методика «Выделение существенных признаков математических понятий»

Цель - определить умение выделять существенные признаки мат. понятий

1. Геометрия (фигура, точка, свойство, уравнение, теорема)
2. Уравнение (корень, равенство, сумма, неизвестная, произведение)
3. Планиметрия (плоскость, квадрат, прямоугольник, фигура, прямая)
4. Треугольник (вершина, катет, сторона, центр, перпендикуляр)
5. Сумма (слагаемое, равенство, плюс, делитель, множитель)
6. Периметр (разность, сторона, сумма, фигура, прямоугольник)
7. Куб (угол, равенство, плоскость, сторона, вектор)
8. Дробь (делимое, делитель, частное, знаменатель, числитель)
9. Степень (корень, показатель, решение, основание, переменная)
10. Координата (плоскость, абсцисса, ось, ордината, прямая)

## **Диагностика творческого мышления**

Необходимо за 3 минуты из слова **Одуванчик** составить как можно больше новых слов. Два раза одну и ту же букву использовать нельзя.

Высокий уровень – 9 и более слов

Средний уровень – 7- 8 слов

Низкий уровень - 6 и менее слов.

## **Диагностика творческого мышления**

Напиши как можно больше предложений из пяти слов, в которых каждое слово начинается с указанной буквы.

**Р – И – С – Н – К –**

Подсчитывается количество верно составленных предложений. Фраза должна выражать какой то смысл, а слова в предложении должны быть согласованы по родам, числам и падежам.

Радуга и солнце небо красят.

Разные истины, случается, находит  
каждый.

Рассвет изумрудный сегодня,  
необыкновенно красив.

Речка искрится самыми необыкновенными  
красками.

Рискую искать себе незнакомую  
компанию.

<b>Возраст детей</b>	<b>Высокий</b>	<b>Средний</b>	<b>Низкий</b>
10-11 лет	4 и более	3	0-2
12 лет	5 и более	4	0-3
13 лет	6 и более	5	0-4

# Комплекс интеллектуальных игр для развития мышления учащихся

1. Составление предложений
2. Поиск общего
3. Исключение лишнего слова
4. Поиск аналогов
5. Поиск противоположных предметов
6. Поиск предметов по заданным признакам
7. Поиск соединительных звеньев
8. Способы применения предмета
9. Формулирование определений
10. Выражение мысли другими словами
11. Перечень возможных причин
12. Перечень заглавий к рассказу
13. Сокращение рассказа
14. Построение сообщения по алгоритму

Факт (что произошло)-причины – повод - сопутствующие события - аналогии и сравнения-последствия

Кто – что – где – чем – зачем – как – когда (алгоритм Цицерона)

# Об организации игровых занятий для развития мышления, воображения и памяти ШКОЛЬНИКОВ

## *Каковы исходные принципы построения занятий?*

1. Использование на занятиях хорошо знакомого, привычного для ребят материала.
2. Взаимообмен различными подходами к выполнению заданий и тем самым значительное расширение диапазона познавательных процессов каждого из учащихся.
3. Интеллектуальная раскованность детей и общий положительный эмоциональный фон занятий.

## *Как можно оценить эффективность проведенных занятий?*

1. Динамика успеха ребенка в выполнении самих игровых заданий.
2. Динамика успехов в выполнении традиционных интеллектуальных тестов.
3. Динамика общей успеваемости школьников и повышение их активности на уроках; анализ текущей успеваемости, наблюдение на уроках, беседы с учителями.

## ***Какого возраста могут быть игроки?***

От 11 до 17 лет, при этом внутри тренинговой группы желательно собрать игроков одного возраста.

## ***На какой исходный уровень развития рассчитаны занятия?***

Развиваемые в ходе тренинга интеллектуальные качества являются универсальными. Сложность может варьироваться за счет изменения содержания.

## ***В группе должны быть дети сходного или различного интеллектуального уровня ?***

Сходный уровень – лучше ориентируются в ответах друг друга, проявляют большую инициативу, прогрессируют более или менее равномерно.

Различный уровень – задаются высокие стандарты ответов, есть возможность изучать и заимствовать интеллектуальные стратегии, опробуя их при выполнении последующих заданий.

## ***Как определить исходный интеллектуальный уровень детей?***

## ***Сколько детей должно быть в группе?***

Наиболее успешно группа работает при числе игроков от 7 до 10.

## ***Что делать с пассивными детьми?***

1. Ненавязчивое приглашение
2. Тактика выжидания

## ***Должен ли быть отсев и как с ним бороться?***

От 25 до 28 % детей после 4-7 занятий отсеиваются.

## ***На какое число занятий рассчитан тренинг?***

Минимальное число занятий , при котором можно ожидать развивающего эффекта

в тренинге мышления 12-14 / 22-25  
воображения 16-18 / 32 -35  
памяти 8-10 / 20-22

# Используемая литература

1. Тестирование детей/Автор составитель В. Богомолов Серия «Психологический практикум».-Ростов н/Д: «Феникс», 2004.-352с.
2. Тихомирова Л. Ф Развитие интеллектуальных способностей школьника. Популярное пособие для родителей и педагогов.- Ярославль: Академия развития, 1996.-240 с., ил.
3. Заика Е. В. «Комплекс интеллектуальных игр для развития мышления учащихся» Вопросы психологии, № 6, 1990г
4. Каплунович И. Я., Верзилова Н. И. Урок одной задачи //Математика в школе. – 2003. – №2
5. Каплунович И. Я., Верзилова Н. И. Учет индивидуальных особенностей мышления при обучении учащихся решению математических задач // Психологическая наука и образование. – 2003. – № 4
6. Каплунович И. Я., Иванова Н. Ю. Влияние индивидуальных особенностей математического мышления на процесс решения задач//Математика в школе. – 2004. – №9.
7. Каплунович И. Я., Петухова Т. А. Пять подструктур математического мышления: как их выявить и использовать в преподавании// математика в школе.– 1998. – №5.