

Построение графиков функций, содержащих знак модуля

Дикалов Дмитрий Геннадьевич

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x), & \text{где } f(x) \geq 0 \\ -f(x), & \text{где } f(x) < 0 \end{cases}$$

Алгоритм построения графика функции

$$y = |f(x)|$$

- ⦿ 1. Строим график функции $y=f(x)$.
- ⦿ 2. Участки графика, лежащие выше оси абсцисс, оставить без изменения.
- ⦿ 3. Участки, лежащие ниже оси абсцисс, зеркально отобразить относительно этой оси.

Пример 1.

Построить график функции

$$y = |\sin(x)|$$

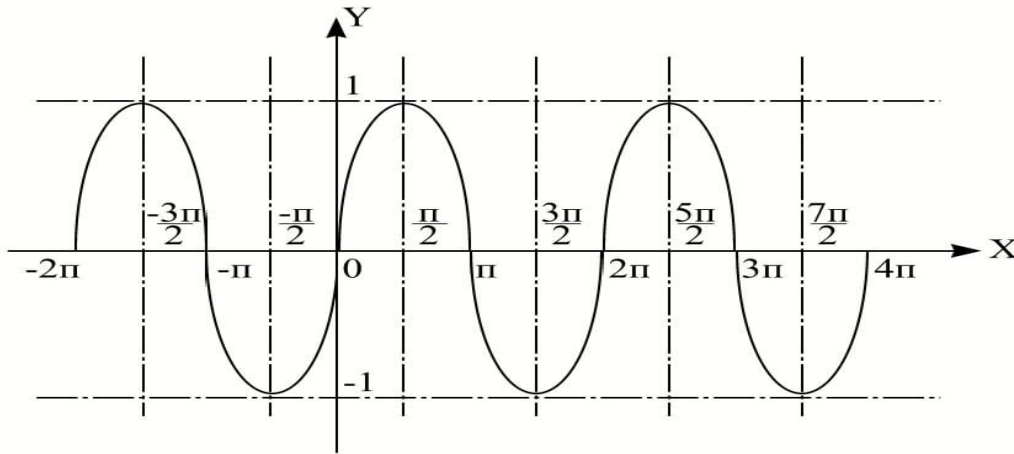


График функции
 $y = \sin(x)$

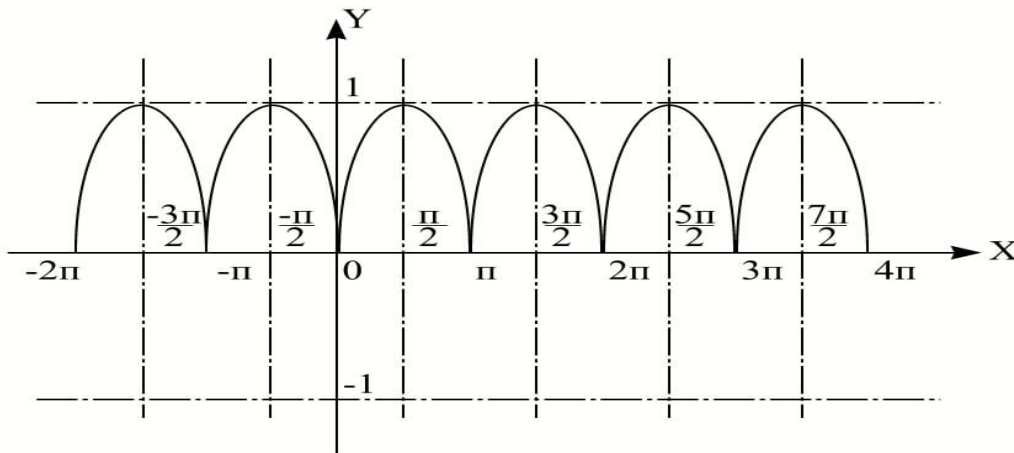


График функции
 $y = |\sin(x)|$

Алгоритм построения графика функции

$$y = f(|x|)$$

- ⦿ 1. Построим график функции $y=f(x)$.
- ⦿ 2. Удалим точки графика $y=f(x)$, находящиеся слева оси OY .
- ⦿ 3. Все точки, лежащие на оси OY и справа от неё, отразим симметрично относительно оси OY .

Пример 2. Построить график функции

$$y = 2^{|x|}$$

- Выполняем последовательно построения по алгоритму.

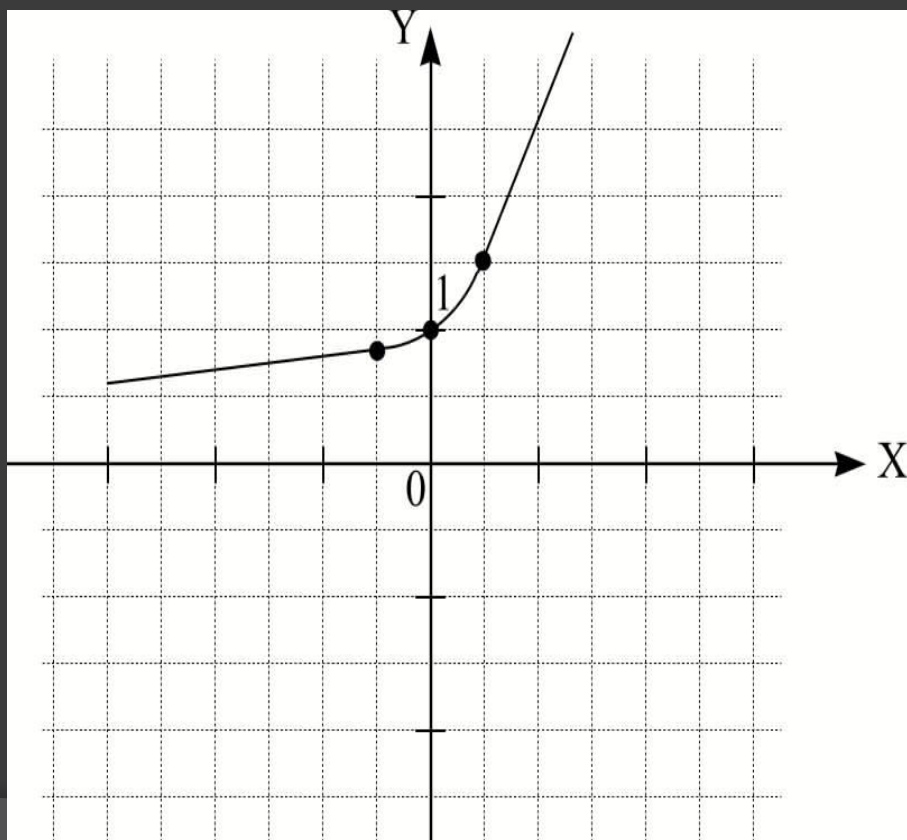


График функции

$$y = 2^x$$

Пример 2.

- Получим в итоге график.

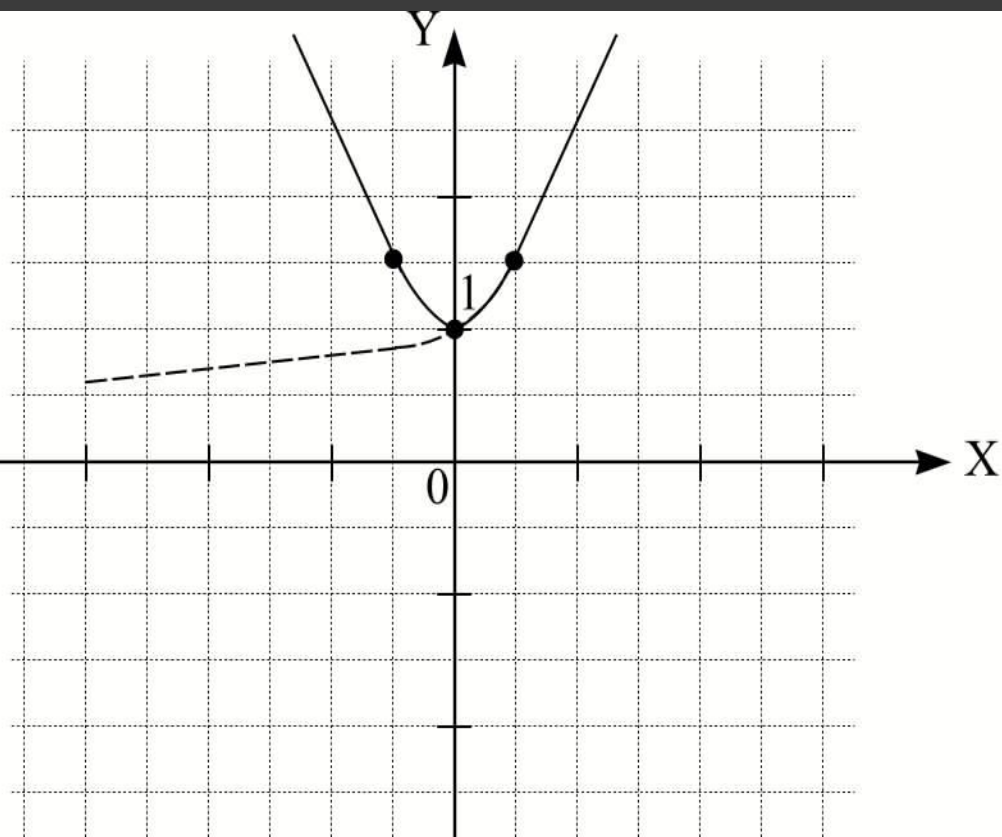


График функции

$$y = 2^{|x|}$$

Алгоритм построения графика функции

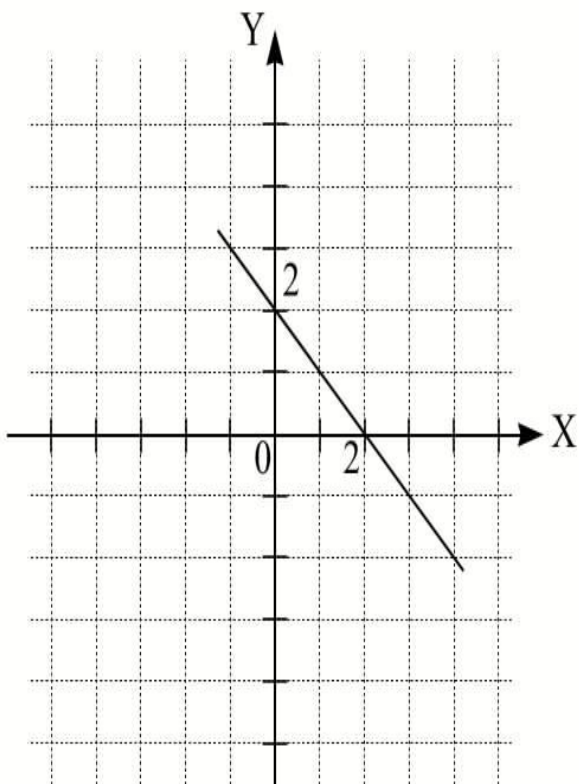
$$y = |f(|x|)|$$

- ⦿ 1. Построить график функции $y=f(x)$ для $x \geq 0$.
- ⦿ 2. Отобразить построенную часть графика симметрично относительно оси ординат.
- ⦿ 3. Участки полученного графика, лежащие ниже оси абсцисс, зеркально отобразить относительно этой оси.

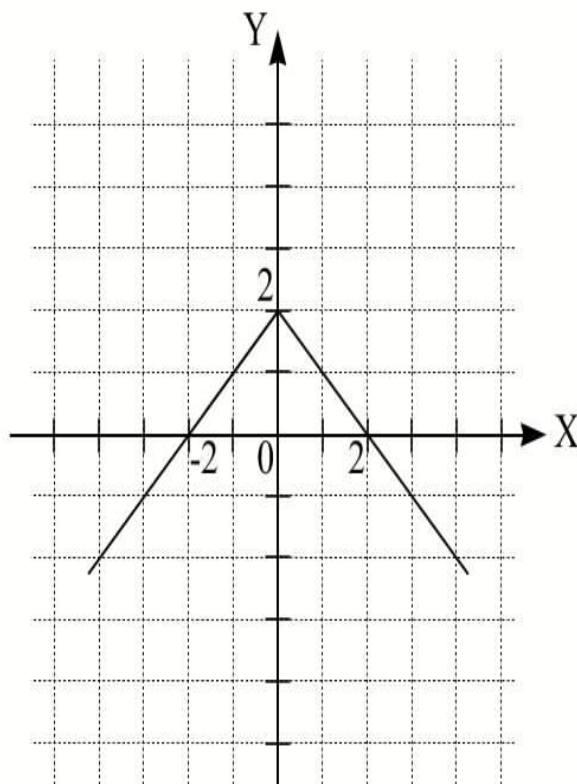
Пример 3. Построить график функции

$$y = |2 - |x||$$

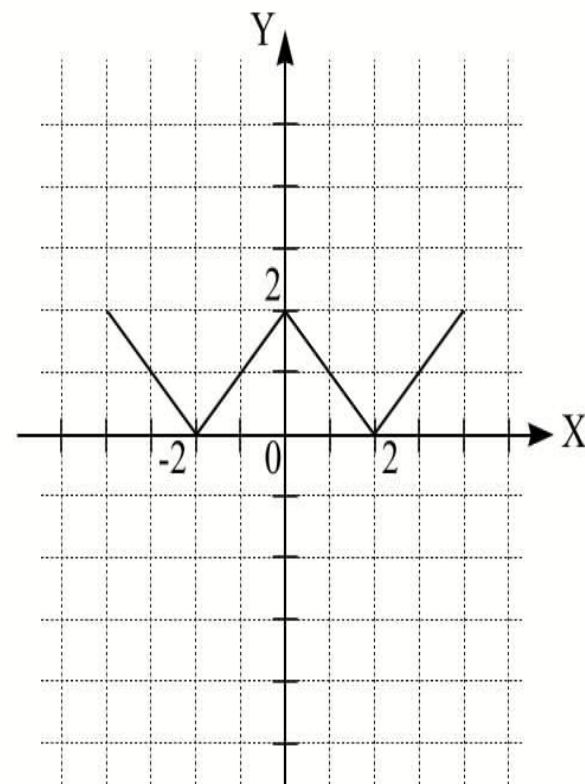
① 1 способ.



$$y = 2 - x, \text{ при } x \geq 0$$

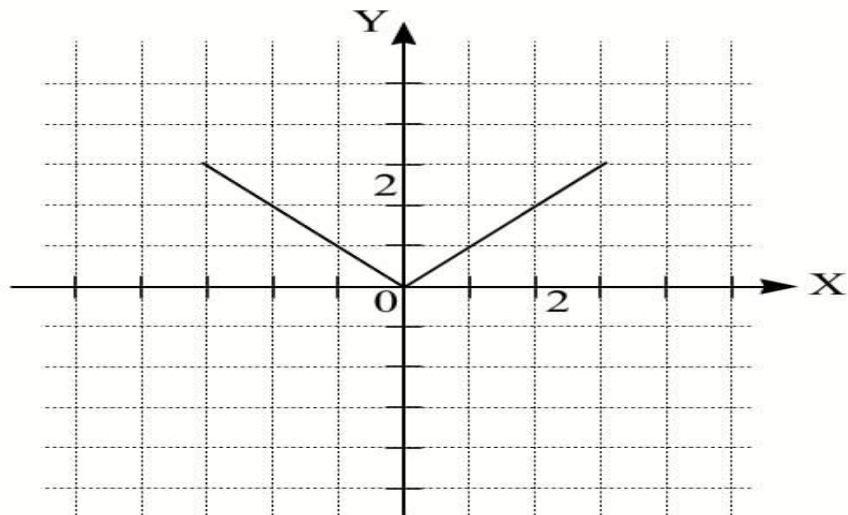


$$y = 2 - |x|, \text{ при } x \geq 0$$

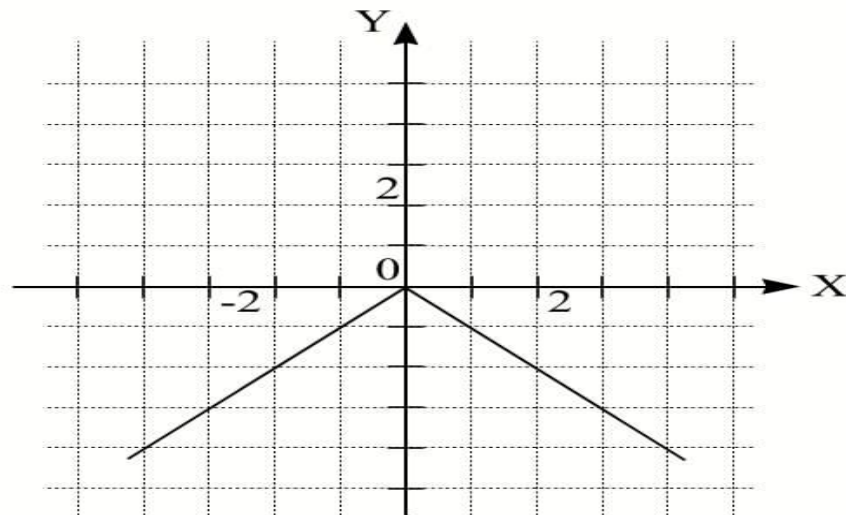


$$y = |2 - |x||$$

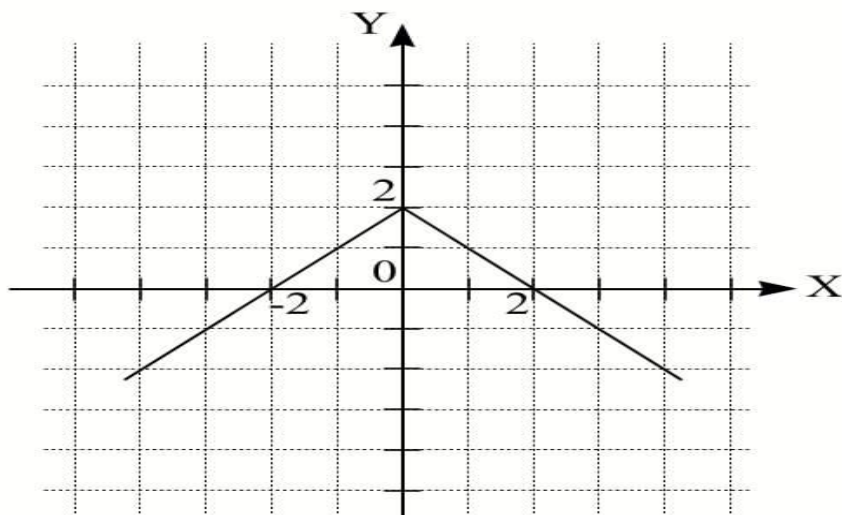
2 способ



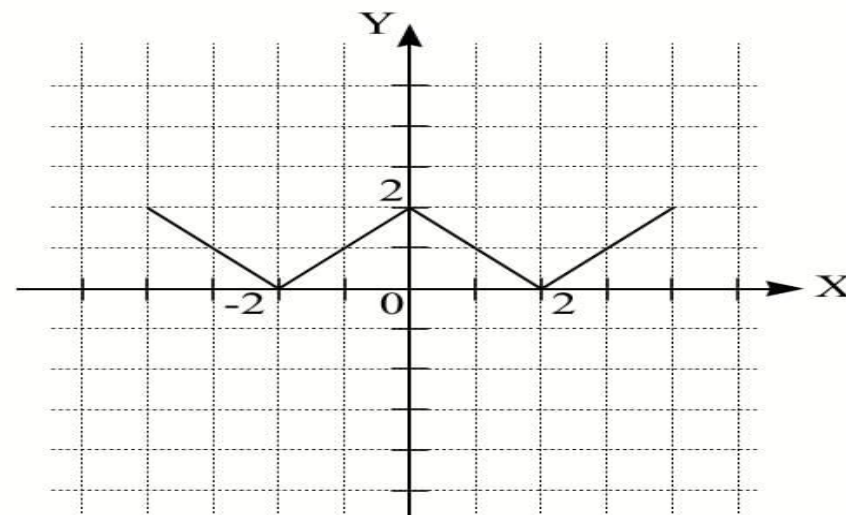
$$y = |x|, \text{ при } x \geq 0$$



$$y = -|x|, \text{ при } x \geq 0$$



$$y = -|x| + 2, \text{ при } x \geq 0$$



$$y = -|x| + 2$$

Алгоритм построения графика

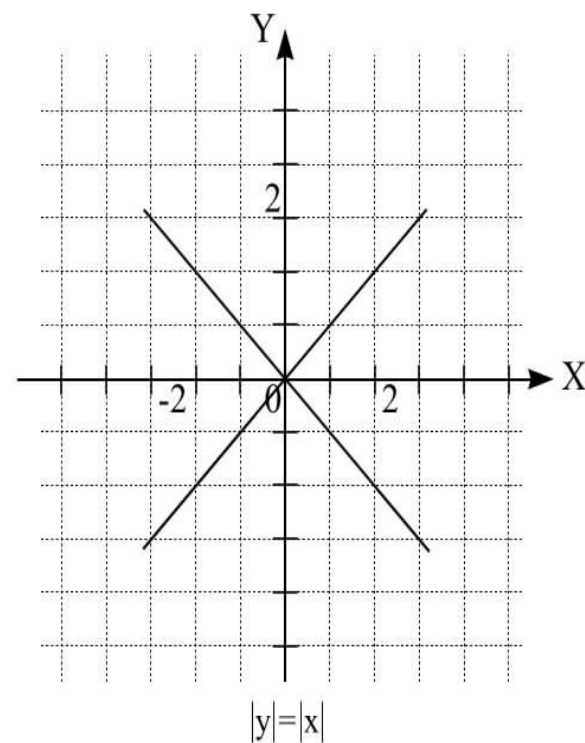
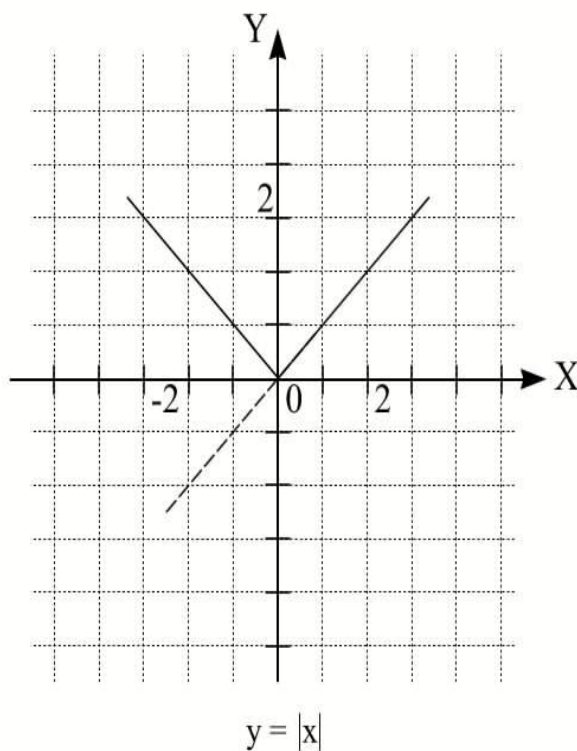
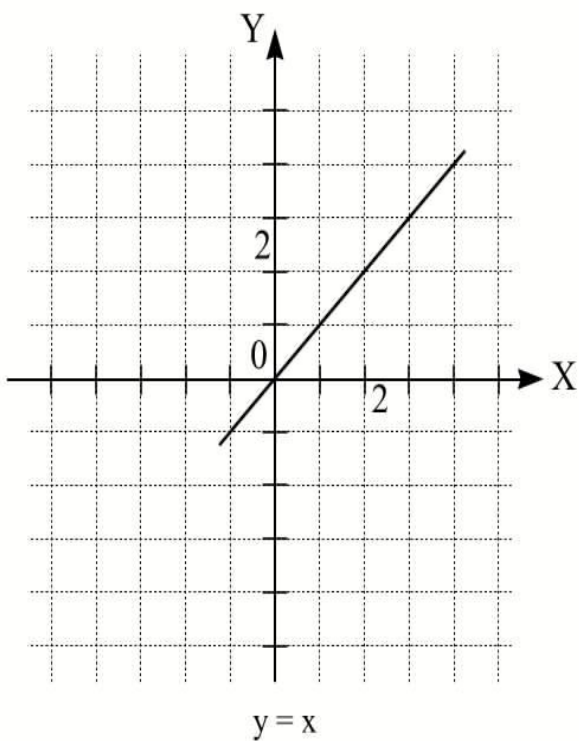
$$|y| = |f(x)|$$

- 1. Строим график функции $y=f(x)$.
- 2. Строим график функции $y=|f(x)|$
- 3. Осуществить его зеркальное отображение относительно оси Ox .

Пример 4. Построить график функции

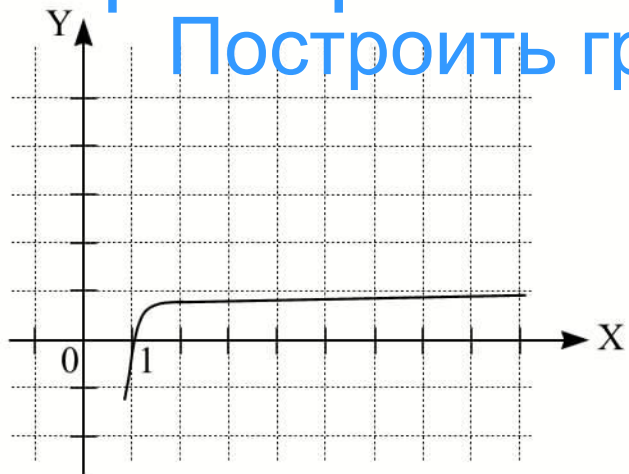
$$|y|=|x|$$

- Строим по алгоритму.

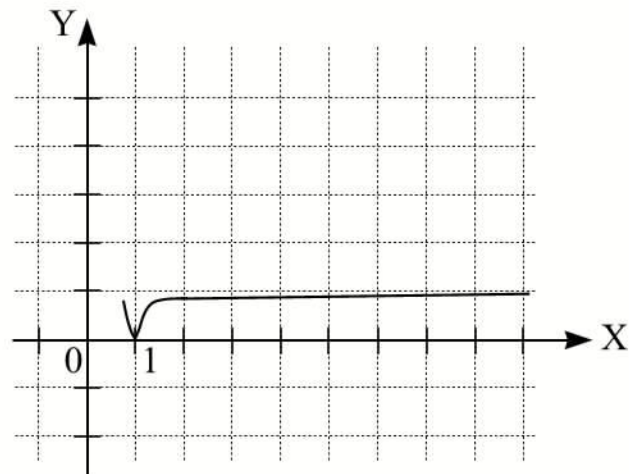


Пример 5

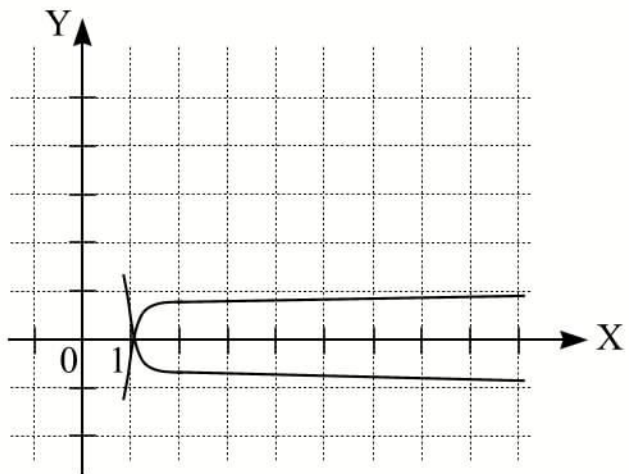
Построить график



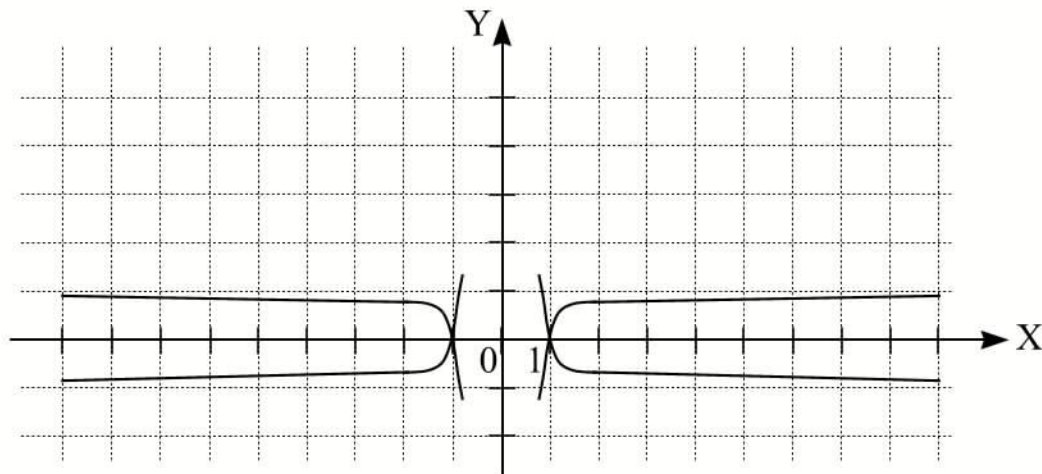
$$y = \lg x$$



$$y = |\lg x|$$



$$|y| = |\lg x|$$



$$|y| = |\lg |x||$$

Алгоритм построения графика

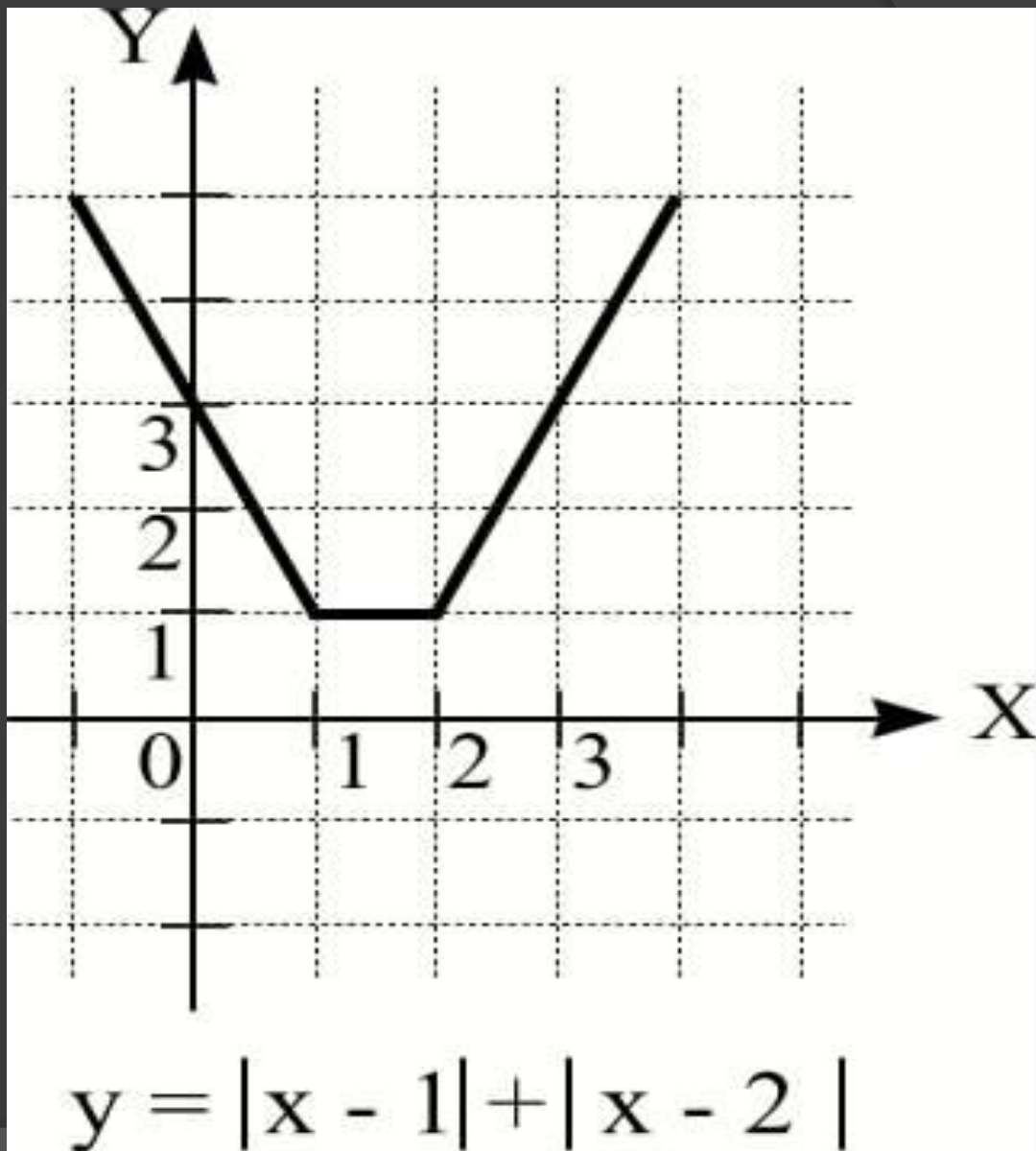
$$y = |x - x_1| + |x - x_2| + \dots + |x - x_n|$$

- ⦿ 1. Найдите абсциссы точек «перелома» графика функции: $x=x_1$, $x=x_2$, $x=x_3$, ..., $x=x_n$.
- ⦿ 2. Рассмотреть функцию на каждом из полученных промежутков.

Пример 6

Построить
график

$$y = |x - 1| + |x - 2|$$



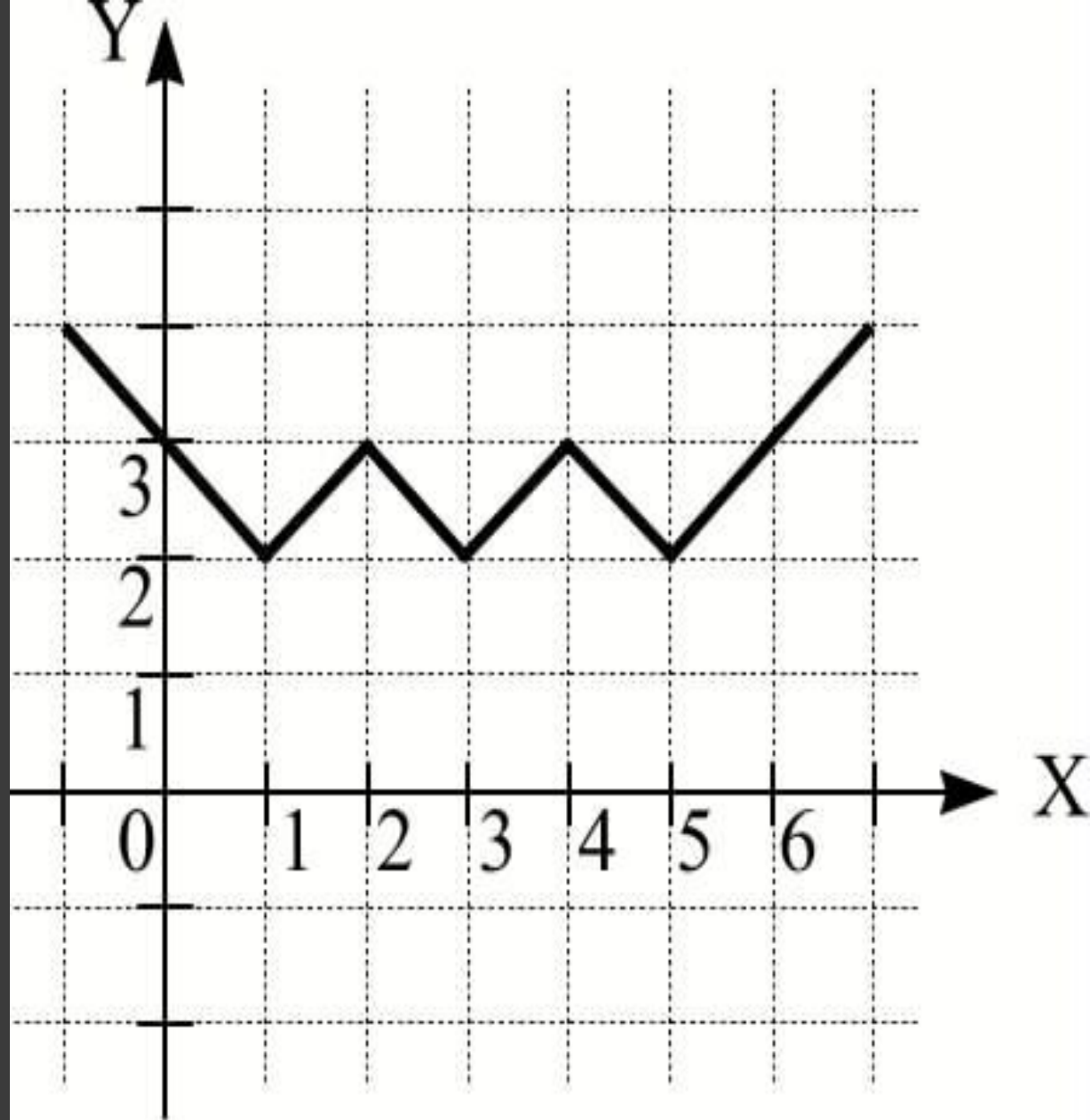
Алгоритм построения графика функции

$$y = |||x - k| - b| - c|$$

1. Найти абсциссы точек «перелома» графика функции.
2. Использовать способ, связанный с геометрическими преобразованиями.

Пример 7

- Построить график функции
- $k=2$
 $b=1$
 $c=2$



$$y = 2||x - a| - b| - c|$$

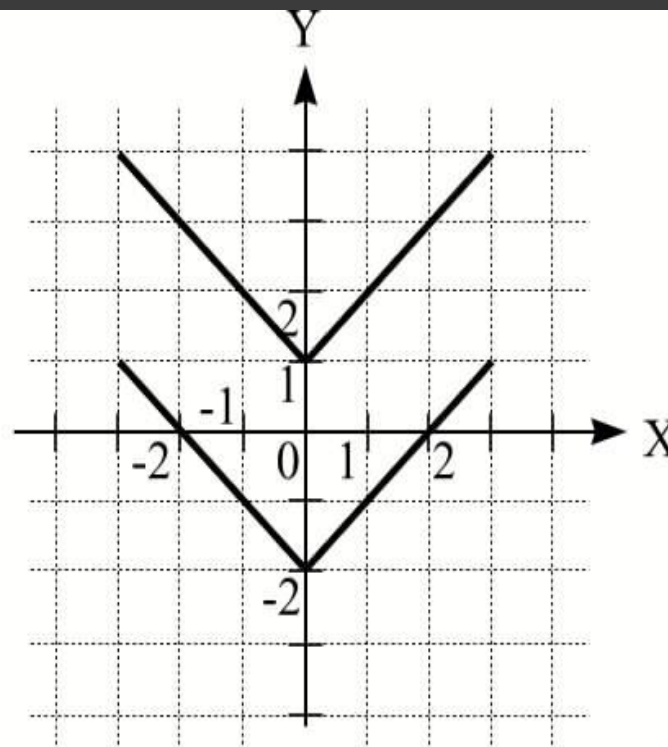
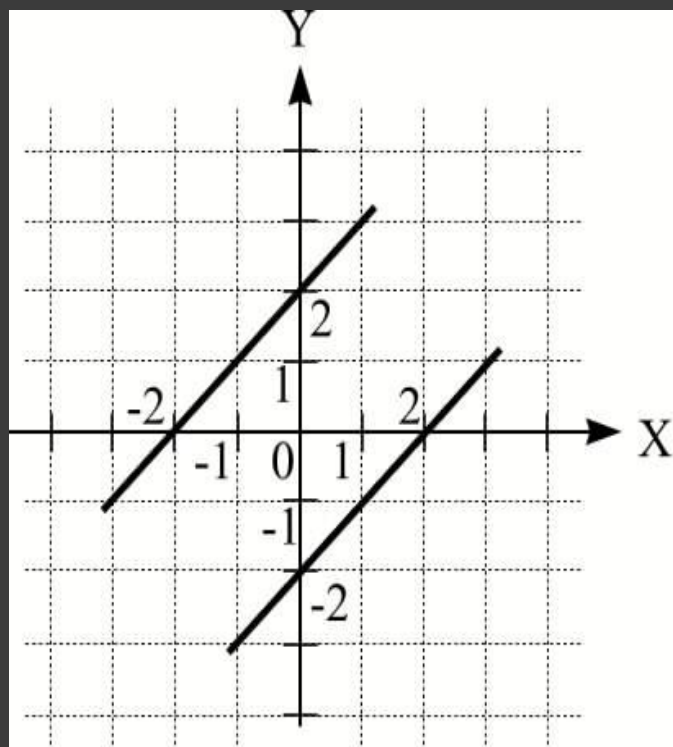
Построение графиков функций аналитические выражения которых содержат знак модуля, выраженных неявно.

- Рассмотрим пример. Построить график функции $||y|-|x|| = 2$. По определению абсолютной величины $|y|=|x|\pm 2$. График этой «функции» симметричен как относительно оси Ox , так и относительно оси Oy . Построим его лишь для первой координатной четверти, а затем посредством двух зеркальных отражений получим окончательный график.

Пример 8

- Построить график

$$||y| - |x|| = 2$$

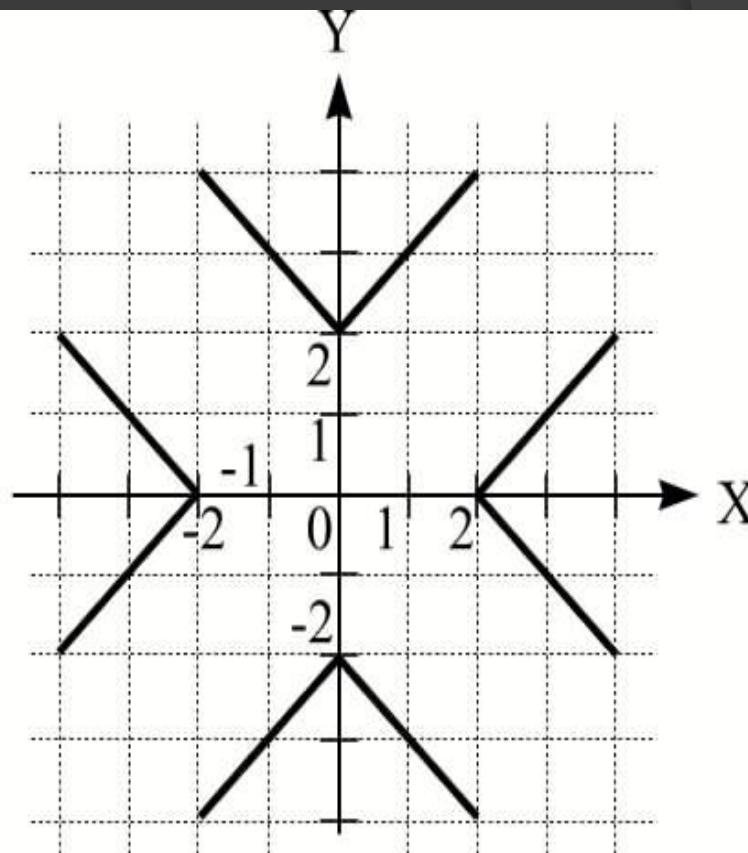
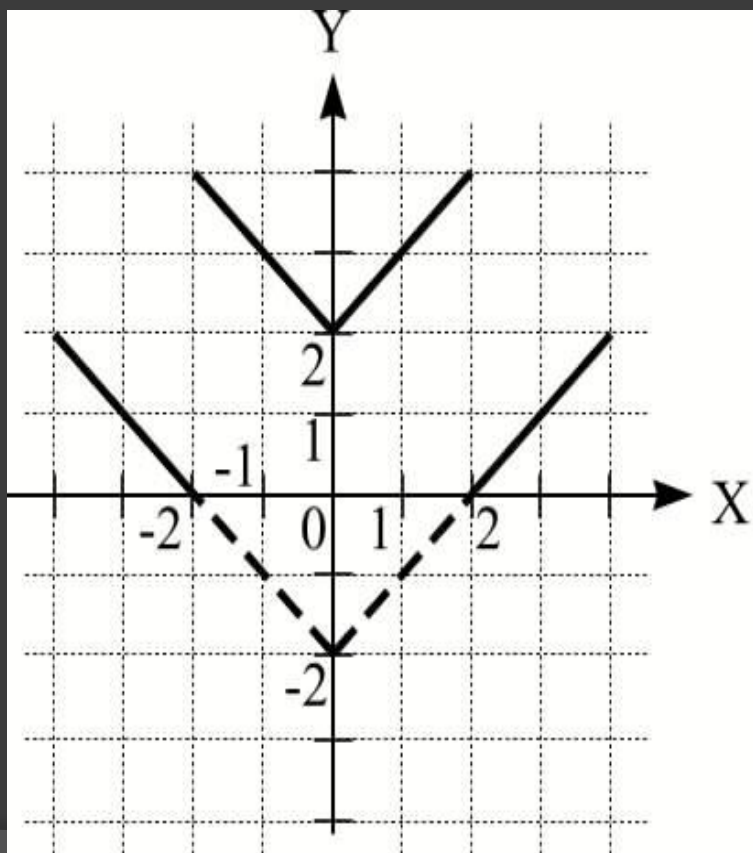


$$|y| = |x| \pm 2$$

Следующий этап построения.

- Строим график функции

$$||y|-|x|| = 2$$



Пример 9. Построить график функции

$$||x - 2| + |y - 2| = 2$$

- По определению модуля

$$|x - 2| + |y| = 2 \pm 2$$

Так как график «функции»

симметричен относительно двух осей, построим его сначала для первой координатной четверти. При этом уравнение функции примет вид

$$|x - 2| + y = 4, \quad |x - 2| + y = 0$$

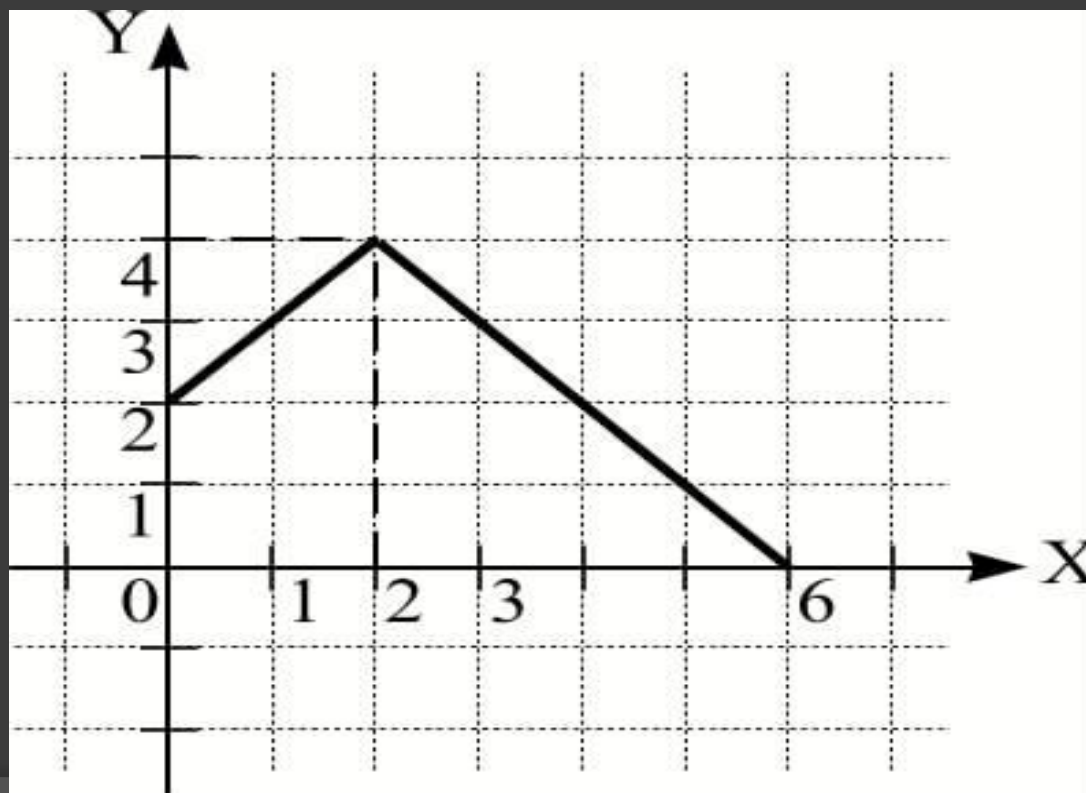
Второе уравнение имеет решение $x=2, y=0$.

- ⊙ Рассмотрим первое уравнение.
- ⊙ а) $y=x+2$, при $0 \leq x \leq 2$ и $x-2 \leq 0$
- ⊙ б) $y=6-x$, при $x > 2$ и $x-2 > 0$.
- ⊙ Строим графики полученных прямых в первой четверти.

График функции

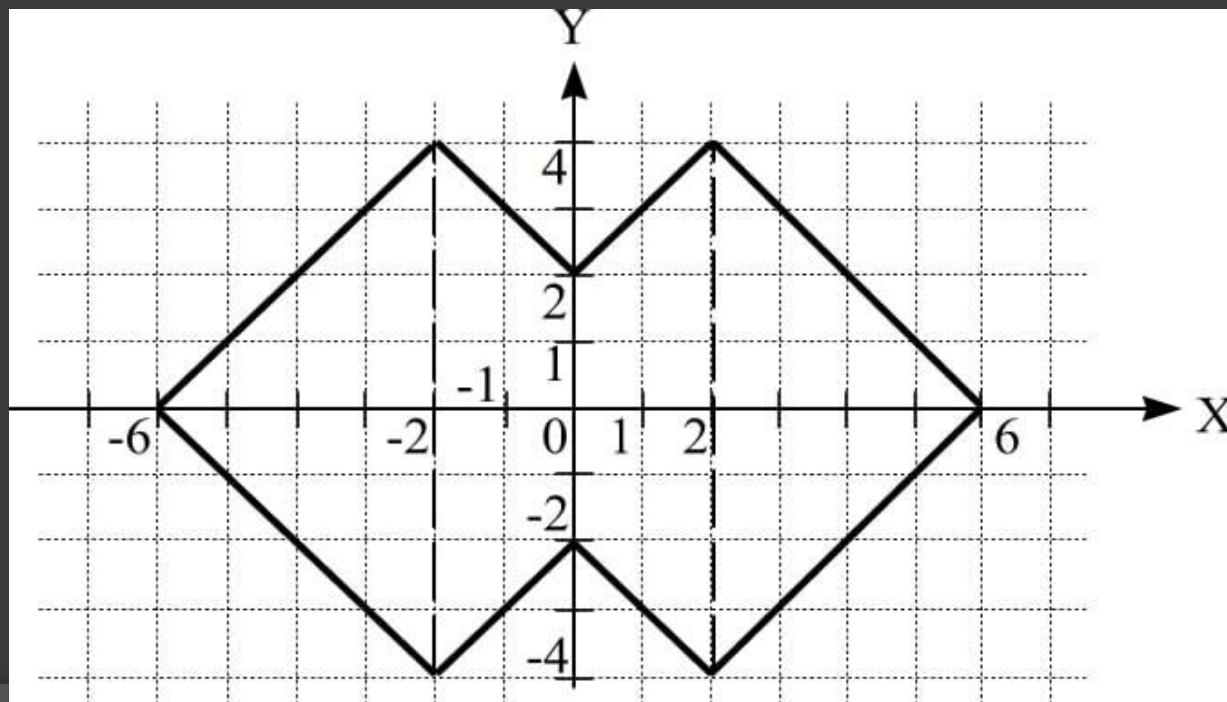
$$|x - 2| + y = 4$$

- ⦿ Строим в первой координатной четверти.



Осуществим двукратное
зеркальное отражение.

- Относительно оси OX и относительно оси OY . Получим в итоге следующий график.



Итог работы.

- В работе рассмотрены основные случаи построения графиков функций, которые содержат знак модуля.