

Уравнения, содержащие знак модуля

Подготовила:
учитель математики
МОУ сош №30 имени А.И.Колдунова
Кутоманова Е.М.
2010-2011 учебный год



Второй алгоритм решения уравнений вида $|f(x)|=g(x)$

Уравнение $|f(x)|=g(x)$ равносильно решению двух систем:

$$\begin{cases} f(x) \geq 0, \\ f(x) = g(x); \end{cases}$$

ИЛИ

$$\begin{cases} f(x) < 0, \\ f(x) = -g(x); \end{cases}$$





Например: 1. $|x+3|=|x^2+x-6|$

$$\begin{cases} x+3 \geq 0, \\ x+3 = x^2+x-6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -3, \\ x^2 = 9; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -3, \\ x = \pm 3; \\ x = \pm 3. \end{cases}$$

ИЛИ

$$\begin{cases} x+3 < 0, \\ x+3 = -x^2-x+6; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -3, \\ x^2+2x-3=0; \end{cases}$$

$$D_1 = 1+3=4;$$

$$x = -1 \pm 2;$$

$$x_1 = -3, x_2 = 1.$$

Ответ: ± 3 .





$$2. x^2 - 4|x+1| + 5x + 4 = 0$$

$$\begin{cases} x+1 \geq 0, \\ x^2 - 4(x+1) + 5x + 4 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+1 \geq 0, \\ x^2 - 4x - 4 + 5x + 4 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+1 \geq 0, \\ x^2 + x = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -1, \\ x(x+1) = 0; \end{cases}$$

$x=0$ или $x=-1$.

ИЛИ

$$\begin{cases} x+1 < 0, \\ x^2 + 4(x+1) + 5x + 4 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+1 < 0, \\ x^2 + 4x + 4 + 5x + 4 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -1, \\ x^2 + 9x + 8 = 0; \end{cases}$$

$$D = 81 - 32 = 49;$$

$$x = (-9 \pm 7) : 2$$

$$x_1 = -8, x_2 = -1.$$

Ответ: -8, -1, 0.



Решение уравнений с модулем.

Решить самостоятельно:



1. $|x^2-8|=2x,$

2. $|x^2-x+3|=|x^2+2x-5|,$

3. $x^2+|x|-2=0,$

4. $x^2-3x-4|x|:x=0.$

Проверка решения уравнений с модулем.

1. $|x^2-8|=2x,$

$$\begin{cases} 2x \geq 0, \\ x^2 - 8 = 2x; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0, \\ x^2 - 2x - 8 = 0; \end{cases}$$

$$D_1 = 1 + 8 = 9;$$

$$x = 1 \pm 3;$$

$$x_1 = 4 > 0,$$

$$x_2 = -2 < 0.$$

Ответ: 4; 2.

или $\begin{cases} 2x \geq 0, \\ x^2 - 8 = -2x; \end{cases}$

$$\begin{cases} x \geq 0, \\ x^2 + 2x - 8 = 0; \end{cases}$$

$$D_1 = 1 + 8 = 9;$$

$$x = -1 \pm 3;$$

$$x_1 = -4 < 0,$$

$$x_2 = 2 > 0.$$



$$2. |x^2 - x + 3| = |x^2 + 2x - 5|$$

$$x^2 - x + 3 = x^2 + 2x - 5,$$

$$3x = 8,$$

$$x = 2\frac{2}{3}$$

ИЛИ

$$x^2 - x + 3 = -x^2 - 2x + 5,$$

$$2x^2 + x - 2 = 0,$$

$$D = 1 + 16 = 17,$$

$$x = (-1 \pm \sqrt{17}) : 4.$$

Ответ: $2\frac{2}{3}$, $(-1 \pm \sqrt{17}) : 4$.



$$3. x^2 + |x| - 2 = 0$$

Если $x \geq 0$, то $x^2 + x - 2 = 0$,

$$D = 1 + 8 = 9,$$

$$x = (-1 \pm 3) : 2$$

$$x_1 = -2 < 0, x_2 = 1 > 0.$$

Если $x < 0$, то $x^2 - x - 2 = 0$,

$$D = 1 + 8 = 9, x = (1 \pm 3) : 2$$

$$x_1 = 2 > 0, x_2 = -1 < 0.$$

Ответ: ± 1 .



$$4.x^2-3x-4|x|:x=0.$$

Если $x \geq 0$, то $x^2-3x-4=0$,

$$D=9+16=25,$$

$$x=(3 \pm 5):2,$$

$$x_1=4, x_2=-1.$$

Если $x < 0$, то $x^2-3x+4=0$

$$D=9-16=-7,$$

корней нет.

Ответ:4.

