Методы принятия решений в условиях неопределенности

Выполнила: Буй Тхи Тхао Хыонг
Группа: 2410

Игры с природой

В зависимости от характера неопределенности операции делятся на игровые и статистические.

В игровых операциях неопределенность вносит своими сознательными действиями противник.

Условия статистически неопределенных операций зависят от объективной действительности (природы).

Действующие стороны - **игроки**, а решения, которые способны принимать игроки, - **стратегия**.

Игры с природой применяются для анализа экономических ситуаций, оценки эффективности принимаемых решений и выбора наиболее предпочтительных альтернатив, в которых риск связан с совокупностью неопределенных факторов окружающей среды, именуемых «природа».

Платежная матрица игры с природой

Методы принятия решений в играх с природой зависят от того, известны или нет вероятности состояний (стратегий) природы. Платежная матрица игры с природой имеет вид:

$$E = \begin{array}{c} \\ \mathrm{P}_1 \\ \mathrm{P}_2 \\ \vdots \\ \mathrm{P}_m \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \Pi_1 & \Pi_2 & \dots & \Pi_n \end{array} \\ \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & \dots & e_{1n} \\ e_{21} & e_{22} & \dots & e_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ e_{m1} & e_{m2} & \dots & e_{mn} \end{pmatrix} \end{array}$$

P_i - возможные ситуация у игроки, $i = \overline{1, m}$;

Π_j - возможные состояния (стратегия) у природы, $j = \overline{1, n}$;

e_{ij} - значение эффективности системы P_i для состояния обстановки Π_j.

Матрица рисков

Матрица рисков $R = r_{ij}$ или матрица упущенных возможностей строена на основе матрицы выигрышей $E = e_{ij}$.

Риск r_{ij} игрока при использовании им стратегии P_i, и при состоянии среды Π_j - это разность между выигрышем, который игрок получил бы, если бы он знал, что состоянием среды будет Π_j , и выигрышем, который игрок получит, не имея этой информации.

$$r_{ij} = \max_{1 \le i \le n} e_{ij} - e_{ij}$$

Классические критерии

- Максимаксный критерий;
- Минимаксный критерий;
- Критерий Вальда
- Критерий Байеса – Лапласа;
- Критерий Сэвиджа.

Максимаксный критерий

Критерий максимакса (крайнего, «розового» оптимизма) основан на оптимистическом принципе Л. Гурвица, согласно которому выбирается вариант, обеспечивающий наибольший эффект в самой благоприятной ситуации.

Если матрицу последствий рассматривать как матрицу эффекта Е, то эффективное решение выбирается из условий обеспечения максимума:

$$e = \max_i \left(\max_j e_{ij} \right)$$

Данный критерий целесообразно применять в тех случаях, когда имеется возможность повлиять на противоположную сторону, чтобы сделать более благоприятной неконтролируемую внешнюю среду, и реализовать возможности оптимального использования управляемых внутренних факторов.

Минимаксный критерий

ММ-критерий - один из фундаментальных. Поэтому в технических задачах он применяется чаще всего, как сознательно, так и несознательно.

Минимаксный критерий

Применение ММ-критерия бывает оправдано, если ситуация, в которой принимается решение, следующая:

1. О возможности появления внешних состояний $П_j$- ничего не известно.
2. Приходится считаться с появлением различных внешних состояний $П_j$.
3. Решение реализуется только один раз.
4. Необходимо исключить какой бы то ни было риск.

Критерий Вальда

Критерий максимина (крайнего пессимизма) основан на пессимистическом принципе А. Вальда, согласно которому выбирается тот вариант, результат которого оказывается самым благоприятным среди наименее благоприятных.

Если ожидаемая ситуация будет складываться неблагоприятно, т. е. принесет самый малый доход, то выбирается такое решение, для которого минимальный (гарантированный) доход окажется наибольшим:

$$e = \max_i \left(\min_j e_{ij} \right)$$

Критерий Байеса - Лапласа

Критерий Байеса-Лапласа (BL-критерий) более оптимистичен, чем минимаксный критерий, однако он предполагает большую информированность и достаточно длительную реализацию.

q_j - вероятность появления внешнего состояния $П_j$

Критерий Байеса - Лапласа

При этом предполагается, что ситуация, в которой принимается решение, характеризуется следующими обстоятельствами:

1. Вероятности появления состояния $П_j$ известны и не зависят от времени.
2. Решение реализуется (теоретически) бесконечно много раз.
3. Для малого числа реализаций решения допускается некоторый риск.

Критерий Сэвиджа

$$a_{ij} = \max_i e_{ij} - e_{ij}$$

$$e_{ir} = \max_j a_{ij} = \max_j \left(\max_i e_{ij} - e_{ij} \right)$$

Требования, предъявляемые к ситуации, в которой принимается решение, совпадают с требованием к ММ-критерию.

Производные критерии

- Критерий Гурвица;
- Критерий Ходжа-Лемана;
- Критерий Гермейера;
- BL (MM)-критерий;
- Критерий произведений.

Критерий Гурвица

$$\max_i e_{ir} = \max_i \left\{ C \min_j e_{ij} + (1 - C) \max_j e_{ij} \right\}$$

где C -весовой множитель.

Критерий Гурвица

При $C = 1$ критерий Гурвица превращается в ММ-критерий. При $C = 0$ он превращается в критерий “азартного игрока”.

Чаще всего полагают $C = {}^{1}/_{2}$.

Критерий Гурвица применяется в случае, когда:

1. О вероятностях появления состояния Π_j ничего не известно.
2. С появлением состояния Π_j необходимо считаться.
3. Реализуется только малое количество решений.
4. Допускается некоторый риск.

Критерий Ходжа-Лемана

$$\max_i e_{ir} = \max_i \left\{ v \sum_{j=1}^{n} e_{ij} q_j + (1 - v) \min_j e_{ij} \right\}$$

$$v = const$$

Критерий Ходжа-Лемана

При $v = 1$ критерий Ходжа-Лемана переходит в критерий Байеса-Лапласа, а при $v = 0$ становится минимаксным. Выбор v субъективен так как степень достоверности какой-либо функции распределения - дело тёмное.

Для применения критерия Ходжа-Лемана желательно, чтобы ситуация, в которой принимается решение, удовлетворяла следующим свойствам:

1. Вероятности появления состояния Π_j неизвестны, но некоторые предположения о распределении вероятностей имеются.
2. Принятое решение теоретически допускает бесконечно много реализаций.
3. При малых числах реализации допускается некоторый риск.

Критерий Гермейера

$$\max_i e_{ir} = \max_i \min_j e_{ij} q_j$$

В каком-то смысле критерий Гермейера обобщает ММ-критерий: в случае равномерного распределения $\left(q_j = {}^1/_n, j = \overline{1,n}\right)$ они становятся идентичными.

Критерий Гермейера

Условия его применимости таковы:

1. Вероятности появления состояния П неизвестны.

2. С появлением тех или иных состояний, отдельно или в комплексе, необходимо считаться.

3. Допускается некоторый риск.

4. Решение может реализоваться один или несколько раз.

Если функция распределения известна не очень надёжно, а числа реализации малы, то, следуя критерию Гермейера, получают, вообще говоря, неоправданно большой риск.

BL (MM)-критерий

$$e_{i_0 j_0} = \max_i \min_j e_{ij}$$

					Столбец 1		Столбец 2		Столбец 3

$$\max_j e_{ij} - \max_j e_{i_0 j_0} \geq e_{i_0 j_0} - \min_j e_{ij}$$

BL (ММ)-критерий

Применение этого критерия обусловлено следующими признаками ситуации, в которой принимается решение:

1. Вероятности появления состояний $П_j$ неизвестны, однако имеется некоторая априорная информация в пользу какого-либо определенного распределения.

2. Необходимо считаться с появлением различных состояний как по отдельности, так и в комплексе.

3. Допускается ограниченный риск.

4. Принятое решение реализуется один раз или многократно.

Критерий произведений

$$\max_i e_{ir} = \max_i \prod_j e_{ij}$$

Матрица решений дополняется новым столбцом, содержащим произведения всех результатов каждой строки. Выбираются те варианты, в строках которых находятся наибольшие значения этого столбца.

Применение этого критерия обусловлено следующими обстоятельствами:

1. Вероятности появления состояния Π_j неизвестны.
2. С появлением каждого из состояний Π_j по отдельности необходимо считаться.
3. Критерий применим и при малом числе реализаций решения.
4. Некоторый риск допускается.

Критерий произведений

Критерий произведений приспособлен в первую очередь для случаев, когда все e_{ij} положительны. Если условие положительности нарушается, то следует выполнять некоторый сдвиг $e_{ij} + a$ с некоторой константой $a > \min_{i,j} e_{ij}$. Результат при этом будет, естественно, зависеть от a. На практике чаще всего полагают $a = \left|\min_{i,j} e_{ij} + 1\right|$. Если же никакая константа не может быть признана имеющей смысл, то критерий произведений не применим.

Спасибо за внимание!